

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра теоретических основ электротехники

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ. СБОРНИК ЗАДАЧ

В четырёх частях

Часть 1

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО ТОКА. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ КОНТУРЫ

*Рекомендовано УМО по образованию в области
информатики и радиоэлектроники для всех специальностей
I ступени высшего образования, закреплённых за УМО,
в качестве учебно-методического пособия*

Минск БГУИР 2017

УДК 621.3.011.7(076.1)
ББК 31.211я73
Т33

А в т о р ы:
А. П. Курулёв, И. Л. Свито,
В. М. Коваленко, И. И. Петровский

Р е ц е н з е н т ы:
кафедра электротехники и систем электропитания учреждения образования
«Военная академия Республики Беларусь»
(протокол №8.1 от 03.04.2017);

доцент кафедры автоматизации технологических процессов и электроники
учреждения образования «Белорусский государственный технологический
университет», кандидат технических наук, доцент И. Ф. Кузьмицкий

Теория электрических цепей. Сборник задач. В 4 ч. Ч. 1 : Электрические
Т33 цепи постоянного и переменного тока. Колебательные контуры : учеб.-
метод. пособие / А. П. Курулёв [и др.]. – Минск : БГУИР, 2017. – 142 с. : ил.
ISBN 978-985-543-362-1 (ч. 1).

Предназначено для студентов, изучающих дисциплину «Теория электрических
цепей».

Содержит основные теоретические положения по расчёту линейных электрических
цепей постоянного и переменного тока, колебательных контуров, примеры расчёта цепей
данного типа, а также задачи для самостоятельного решения.

УДК 621.3.011.7(076.1)
ББК 31.211я73

ISBN 978-985-543-362-1 (ч. 1)
ISBN 978-985-543-361-4

© УО «Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники», 2017

Содержание

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
ТЕОРИЯ И УСЛОВИЯ ЗАДАЧ	5
1. Электрические цепи постоянного тока	5
1.1. Пассивные элементы электрической цепи	5
1.2. Эквивалентные преобразования схем электрической цепи с пассивными элементами	6
1.3. Эквивалентные преобразования схем электрической цепи с активными элементами	13
1.4. Метод уравнений Кирхгофа	20
1.5. Метод контурных токов	25
1.6. Метод наложения	32
1.7. Метод узловых потенциалов	38
1.8. Метод эквивалентного генератора	44
1.9. Задачи для самостоятельного решения	51
2. Электрические цепи синусоидального тока	83
2.1. Представление синусоидального тока с помощью комплексных чисел	83
2.2. Последовательное соединение комплексных сопротивлений	86
2.3. Параллельное соединение комплексных сопротивлений	88
2.4. Смешанное соединение комплексных сопротивлений	90
2.5. Цепи с индуктивной связью	99
2.6. Колебательные контуры	104
2.6.1. Расчет параметров и частотных характеристик последовательного колебательного контура	104
2.6.2. Расчет параметров и частотных характеристик параллельного колебательного контура	108
2.7. Задачи для самостоятельного решения	114
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ И ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ	127
ЛИТЕРАТУРА	141

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник задач в четырёх частях соответствует программе курса «Теория электрических цепей». Часть 1 сборника содержит задачи по расчету электрических цепей постоянного и переменного тока, а также колебательных контуров.

Для успешного усвоения учебного материала и облегчения решения задач в настоящем учебно-методическом пособии приведены основные формулы и примеры задач с решениями.

В конце каждого раздела представлены задачи для самостоятельного решения.

Для задач повышенной трудности приведены методические указания по их решению.

Сборник задач предназначен для студентов дневной, заочной и дистанционной форм обучения. Задачи могут быть использованы не только для домашних заданий, но и для контрольных работ, проведения зачетов, экзаменов и олимпиад.

Авторы выражают благодарность рецензентам (кафедре электротехники и систем электропитания учреждения образования «Военная академия Республики Беларусь» и доценту кафедры автоматизации технологических процессов и электроники учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет» кандидату технических наук, доценту И. Ф. Кузьмицкому) за полезные замечания и рекомендации, которые учтены при создании данного учебно-методического пособия.

Отзывы и предложения просим направлять по адресу: 220013, г. Минск, ул. П. Бровки, 6, БГУИР.

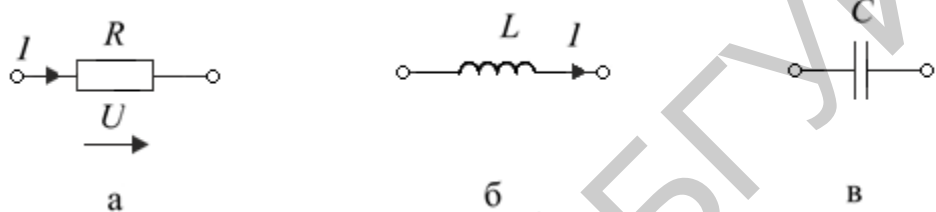
Авторы

ТЕОРИЯ И УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

1. Электрические цепи постоянного тока

1.1. Пассивные элементы электрической цепи

Величина сопротивления R (рис. 1, а), измеряемая в омах, равна отношению напряжения на его зажимах U , измеряемого в вольтах, к протекающему через сопротивление току I , измеряемому в амперах:

$$R = \frac{U}{I}. \quad (1)$$


The diagram consists of three parts labeled 'а', 'б', and 'в'. Part 'а' shows a rectangular resistor symbol with current I entering from the left and voltage U indicated by an arrow pointing right across the resistor. Part 'б' shows an inductor symbol (a coil) with current I entering from the left. Part 'в' shows a capacitor symbol (two parallel lines) with current I entering from the left.

Рис. 1

Проводимость $g = \frac{1}{R}$ обратна сопротивлению R и измеряется в сименсах.

Величина индуктивности L (рис. 1, б), измеряемая в генри, определяется отношением потокосцепления самоиндукции ψ протекающему через неё току I :

$$L = \frac{\psi}{I}. \quad (2)$$

Потокосцепление ψ равно произведению магнитного потока Φ , измеряемого в веберах, и числа витков катушки индуктивности W :

$$\psi = W\Phi. \quad (3)$$

Магнитный поток Φ равен произведению магнитной индукции B , измеряемой в теслах на сечение магнитопровода S (м^2) катушки индуктивности:

$$\Phi = BS. \quad (4)$$

Взаимная индуктивность M двух катушек индуктивностей L_1 и L_2 определяется отношением

$$M = \frac{\psi_{12}}{I_2} = \frac{\psi_{21}}{I_1}, \quad (5)$$

где ψ_{12} – потокосцепление катушки L_1 , обусловленное током второй катушки I_2 ; ψ_{21} – потокосцепление катушки L_2 , обусловленное током первой катушки I_1 .

Так же как и индуктивность L , взаимная индуктивность M измеряется в генри. Величина ёмкости C (рис. 1, в) определяется отношением заряда q , накопленного на этом элементе, к напряжению U , приложенному к этому элементу:

$$C = \frac{q}{U}. \quad (6)$$

Заряд q измеряется в кулонах, ёмкость C – в фарадах, напряжение U – в вольтах.

1.2. Эквивалентные преобразования схем электрической цепи с пассивными элементами

Последовательное соединение резисторов (рис. 2, а) равно сумме их сопротивлений (рис. 2, б):

$$R_{\text{ЭКВ}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n. \quad (7)$$

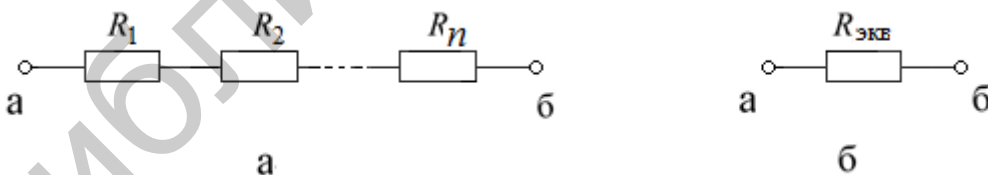


Рис. 2

Пример 1. Найти эквивалентное сопротивление электрической цепи (рис. 3), если $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 30$ Ом.

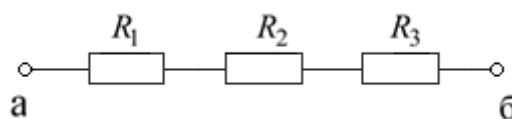


Рис. 3

Решение. $R_{аб} = R_{\text{ЭКВ}} = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 20 + 30 = 60 \text{ Ом.}$

При параллельном соединении двух резисторов R_1 и R_2 (рис. 4, а) их эквивалентное сопротивление (рис. 4, б)

$$R_{аб} = R'_{\text{ЭКВ}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}. \quad (8)$$

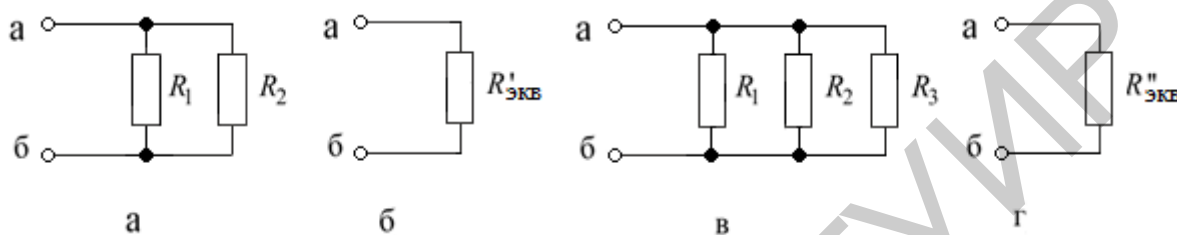


Рис. 4

При параллельном соединении трёх резисторов R_1 , R_2 и R_3 (рис. 4, в) их эквивалентное сопротивление (рис. 4, г)

$$R_{аб} = R''_{\text{ЭКВ}} = \frac{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) \cdot R_3}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}. \quad (9)$$

Пример 2. Найти эквивалентное сопротивление $R'_{\text{ЭКВ}}$ и $R''_{\text{ЭКВ}}$ электрической цепи (см. рис. 4, а и в), если $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$.

Решение. Для рис. 4, а

$$R'_{\text{ЭКВ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20} \approx 6,66 \text{ Ом.}$$

Для рис. 4, в получим

$$R''_{\text{ЭКВ}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \frac{10 \cdot 20 \cdot 30}{10 \cdot 20 + 10 \cdot 30 + 20 \cdot 30} \approx 5,45 \text{ Ом.}$$

Последовательное соединение катушек индуктивностей L_1 и L_2 рассчитывается по формуле (7)

$$L_{\text{экв}} = L_1 + L_2, \quad (10)$$

параллельное соединение для L_1 и L_2 рассчитывается по формуле (8)

$$L_{\text{экв}} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}, \quad (11)$$

параллельное соединение для L_1 , L_2 и L_3 рассчитывается по формуле (9)

$$L_{\text{экв}} = \frac{L_1 L_2 L_3}{L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 L_3}. \quad (12)$$

Параллельное соединение конденсаторов (рис. 5, а) даёт сумму их ёмкостей (рис. 5, б)

$$C_{\text{аб}} = C_{\text{экв}} = C_1 + C_2. \quad (13)$$

При последовательном соединении конденсаторов (рис. 6) эквивалентная ёмкость

$$C_{\text{аб}} = C_{\text{экв}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}. \quad (14)$$

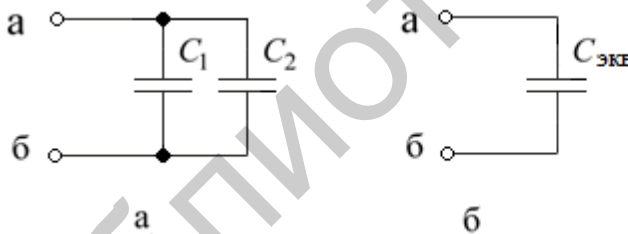


Рис. 5

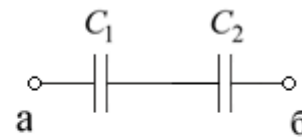


Рис. 6

Для эквивалентного преобразования схем с соединением сопротивлений в виде треугольника (рис. 7, а) и звезды (рис. 7, б) необходимо, чтобы проводимость между любой парой узлов 1, 2, 3 в «треугольнике» и «звезде» были одинаковы при любых сопротивлениях в преобразованной части цепи (в том числе и при сопротивлениях, равных бесконечности), т. е.

$$\frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{31} + r_{23}} = \frac{1}{r_1 + r_2}; \quad (15)$$

$$\frac{1}{r_{23}} + \frac{1}{r_{12} + r_{31}} = \frac{1}{r_2 + r_3}; \quad (16)$$

$$\frac{1}{r_{31}} + \frac{1}{r_{12} + r_{23}} = \frac{1}{r_1 + r_3}. \quad (17)$$

В левых частях уравнений (15) – (17) записаны проводимости между соответствующими узлами «треугольника» сопротивлений, а в правых частях – проводимости между соответствующими узлами «звезды» сопротивлений.

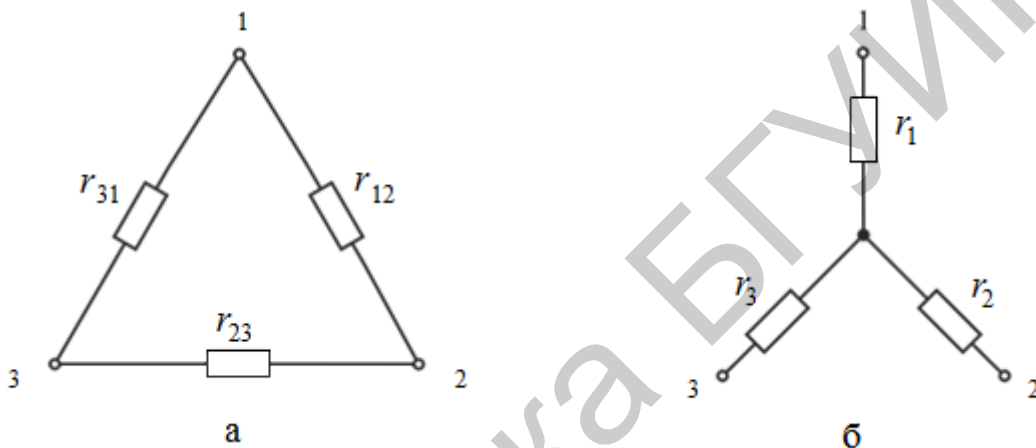


Рис. 7

Считая известными сопротивления r_{12} , r_{23} и r_{31} сторон «треугольника», можно найти неизвестные сопротивления r_1 , r_2 и r_3 «звезды» следующим образом: из равенства (15) почленно вычитают равенство (17) и прибавляют равенство (16). В результате

$$r_1 = \frac{r_{12}r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}. \quad (18)$$

Аналогичным образом находят r_2 и r_3

$$r_2 = \frac{r_{12}r_{23}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}; \quad (19)$$

$$r_3 = \frac{r_{23}r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}. \quad (20)$$

Обратное преобразование из «звезды» в «треугольник», считая известными сопротивления r_1, r_2 и r_3 , даёт следующие результаты:

$$r_{12} = r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3}; \quad (21)$$

$$r_{23} = r_2 + r_3 + \frac{r_2 r_3}{r_1}; \quad (22)$$

$$r_{31} = r_3 + r_1 + \frac{r_1 r_3}{r_2}. \quad (23)$$

Пример 3. Найти эквивалентное сопротивление R_{14} в электрической цепи, схема которой приведена на рис. 8, а если $r_{12} = 8$ Ом, $r_{23} = 12$ Ом, $r_{31} = 12$ Ом, $r_4 = 5,5$ Ом, $r_5 = 7$ Ом.

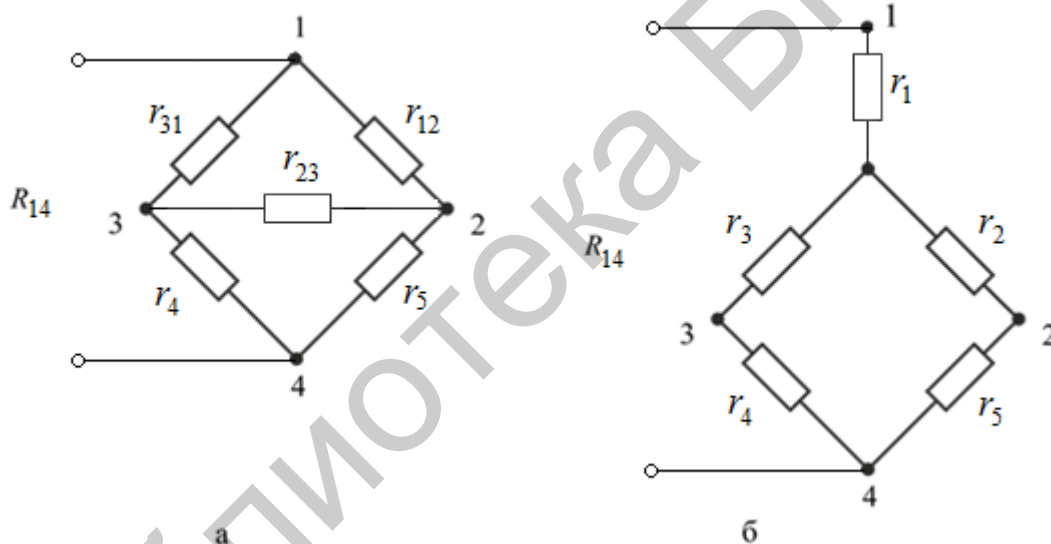


Рис. 8

Решение. Заменяв «треугольник» сопротивлений 1, 2, 3 «звездой» сопротивлений (рис. 8, б), в соответствии с выражениями (18) – (20) получим:

$$r_1 = \frac{r_{12} r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}} = \frac{8 \cdot 12}{8 + 12 + 12} = 3 \text{ Ом};$$

$$r_2 = \frac{r_{12} r_{23}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}} = \frac{8 \cdot 12}{8 + 12 + 12} = 3 \text{ Ом};$$

$$r_3 = \frac{r_{23} r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}} = \frac{12 \cdot 12}{8 + 12 + 12} = 4,5 \text{ Ом}.$$

Эквивалентное сопротивление

$$R_{14} = r_1 + \frac{(r_2 + r_5)(r_3 + r_4)}{r_2 + r_5 + r_3 + r_4} = 3 + \frac{(3 + 7)(4,5 + 5,5)}{3 + 7 + 4,5 + 5,5} = 8 \text{ Ом.}$$

Пример 4. Пусть задана схема (рис. 9), в которой $E_3 = 40 \text{ В}$, $R_1 = R_3 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = R_6 = 4 \text{ Ом}$, $R_4 = R_5 = 2 \text{ Ом}$. Рассчитать токи в ветвях методом преобразования «треугольника» сопротивлений в «звезду».

Решение. Преобразуем «треугольник» сопротивлений $R_2 - R_5 - R_4$ в «звезду» $R_{24} - R_{45} - R_{25}$ (рис. 10).

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_2 + R_4 + R_5} = 0,5 \text{ Ом}; R_{24} = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_5} = 1 \text{ Ом}; R_{25} = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_4 + R_5} = 1 \text{ Ом.}$$

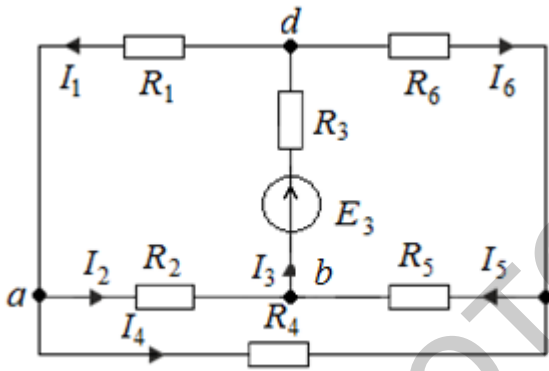


Рис. 9

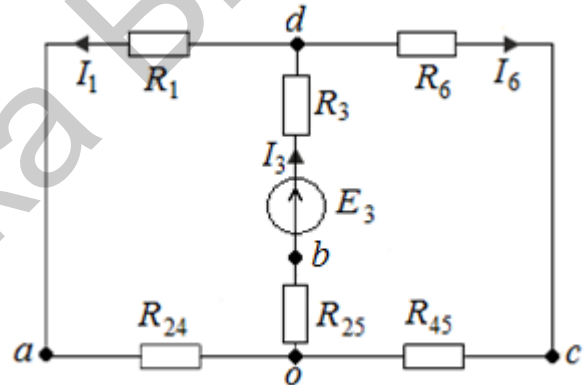


Рис. 10

Определяем $R_{\text{экв}}$ относительно зажимов E_3 :

$$R_{\text{экв}} = R_3 + R_{25} + \frac{(R_1 + R_{24}) \cdot (R_6 + R_{45})}{R_1 + R_{24} + R_6 + R_{45}} = 9,47 \text{ Ом.}$$

По закону Ома определяем ток

$$I_3 = \frac{E_3}{R_{\text{экв}}} = 4,11 \text{ А.}$$

Ток I_1 определяем по формуле

$$I_1 = I_3 \cdot \frac{R_6 + R_{45}}{R_1 + R_{24} + R_6 + R_{45}} = 1,61 \text{ А.}$$

По закону токов Кирхгофа

$$-I_1 + I_3 - I_6 = 0; I_6 = I_3 - I_1 = 2,5 \text{ A.}$$

Для определения токов I_2, I_5 и I_4 в схеме определяем по закону напряжений Кирхгофа напряжения U_{ab} , или U_{bc} , или U_{ac} .

$$U_{ac} - R_6 I_6 + R_1 I_1 = 0; U_{ac} = R_6 I_6 - R_1 I_1 = 0,34 \text{ В.}$$

Следовательно, ток $I_4 = \frac{U_{ac}}{R_4} = 0,17 \text{ A.}$

По закону токов Кирхгофа определяем токи I_2 и I_5 :

$$I_2 = I_1 - I_4 = 1,44 \text{ A}; I_5 = I_6 + I_4 = 2,67 \text{ A.}$$

Проверяем баланс мощностей

$$E_3 \cdot I_3 = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6,$$

т. е. $164,4 \text{ Вт} \approx 164,5 \text{ Вт}$ баланс мощностей выполняется.

Преобразуем «звезду» сопротивлений $R_4 - R_5 - R_6$ в «треугольник» $R_{45} - R_{56} - R_{46}$.

Исходная схема примет вид (рис. 11):

$$R_{45} = R_4 + R_5 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_6} = 5 \text{ Ом}; R_{56} = R_5 + R_6 + \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4} = 10 \text{ Ом};$$

$$R_{46} = R_4 + R_6 + \frac{R_4 \cdot R_6}{R_5} = 10 \text{ Ом.}$$

Последовательно объединяем параллельно и последовательно включённые сопротивления:

$$R_{146} = \frac{R_1 \cdot R_{46}}{R_1 + R_{46}} = 3,75 \text{ Ом}; R_{245} = \frac{R_2 \cdot R_{45}}{R_2 + R_{45}} = 2,22 \text{ Ом}; R'_{\text{ЭКВ}} = R_{146} + R_{245} = 5,97 \text{ Ом};$$

$$R''_{\text{ЭКВ}} = \frac{R'_{\text{ЭКВ}} \cdot R_{56}}{R'_{\text{ЭКВ}} + R_{56}} = 3,74 \text{ Ом}; R_{\text{ЭКВ}} = R''_{\text{ЭКВ}} + R_3 = 9,74 \text{ Ом.}$$

По закону Ома определяем ток $I_3 = \frac{E_3}{R_{\text{ЭКВ}}} = 4,11 \text{ A.}$

Для определения остальных токов в схеме воспользуемся промежуточной схемой (рис. 12) в преобразованиях:

$$I'_{\text{ЭКВ}} = I_3 \cdot \frac{R_{56}}{R_{156} + R_{245} + R_{56}} = 2,57 \text{ А.}$$

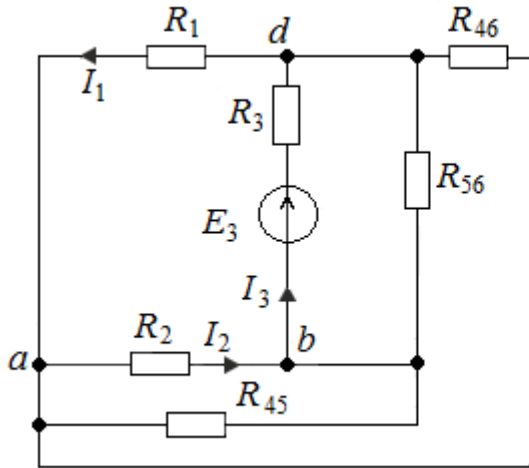


Рис. 11

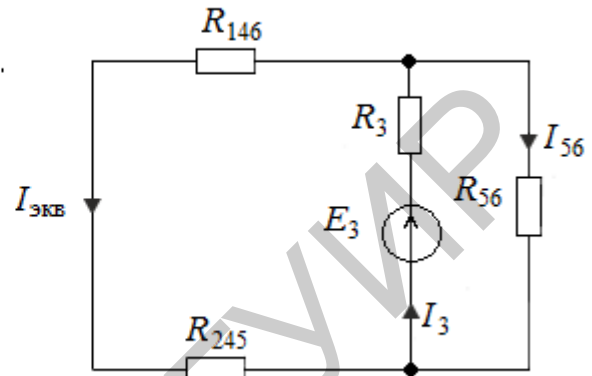


Рис. 12

Поскольку R_1 и R_{46} включены параллельно, то можно определить ток

$$I_1 = I'_{\text{ЭКВ}} \cdot \frac{R_{46}}{R_1 + R_{46}} = 1,61 \text{ А.}$$

Аналогично ток $I'_{\text{ЭКВ}}$ распределяется обратно пропорционально сопротивлениям R_2 и R_{45} :

$$I_2 = I'_{\text{ЭКВ}} \cdot \frac{R_{45}}{R_2 + R_{45}} = 1,43 \text{ А.}$$

Из сходной схемы по закону токов Кирхгофа для узлов a , b и c определяем токи:

$$I_4 = I_1 - I_2 = 0,17 \text{ А}; I_5 = I_3 - I_2 = 2,68 \text{ А}; I_6 = I_3 - I_1 = 2,5 \text{ А.}$$

1.3. Эквивалентные преобразования схем электрической цепи с активными элементами

К активным элементам электрической цепи относят источник ЭДС (рис. 13)

с внутренним сопротивлением $R_{вн}$ и источник тока J (рис. 14) с внутренней проводимостью $G_{вн}$. На рис. 13 и 14 $R_{н}$ – сопротивление нагрузки.

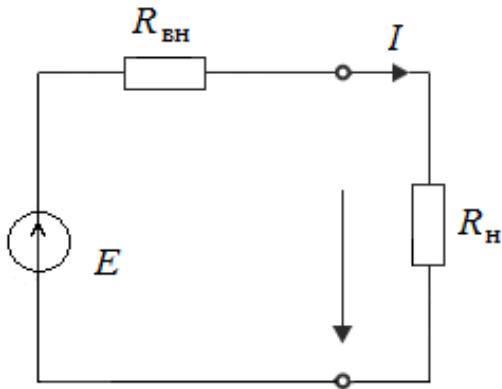


Рис. 13

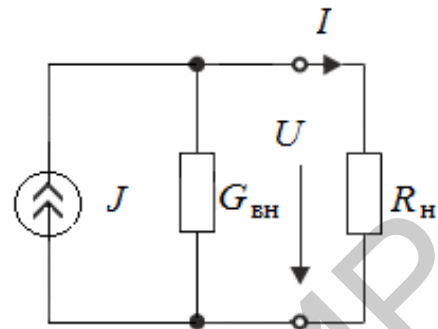


Рис. 14

Для эквивалентной замены источников ЭДС и J необходимо, чтобы ток I и напряжение U на выходе источников при заданной нагрузке $R_{н}$ остались без изменений.

Для источника ЭДС (см. рис. 13)

$$U = E - R_{вн} \cdot I \quad (24)$$

или

$$I = \frac{E - U}{R_{вн}}. \quad (25)$$

Для источника тока J (см. рис. 14)

$$I = J - G_{вн} \cdot U \quad (26)$$

или

$$U = \frac{J - I}{G_{вн}}. \quad (27)$$

Из выражений (25) и (26) следует, что при замене источника ЭДС источником тока

$$J = \frac{E}{R_{\text{вн}}} \quad (28)$$

и

$$R_{\text{вн}} = \frac{1}{G_{\text{вн}}}. \quad (29)$$

Из выражений (24) и (27) следует, что при эквивалентной замене источника тока источником ЭДС

$$E = \frac{J}{G_{\text{вн}}} \quad (30)$$

и

$$R_{\text{вн}} = \frac{1}{G_{\text{вн}}}. \quad (31)$$

Пример 5. В электрической цепи (рис. 15) $E_1 = 6 \text{ В}$, $E_2 = 3 \text{ В}$, $R_{\text{вн1}} = R_{\text{вн2}} = R_{\text{н}} = 10 \text{ Ом}$. Произвести эквивалентные преобразования от источника ЭДС к источнику тока и обратно.

Решение. Перейдя от источников ЭДС к источникам тока, получим эквивалентную схему, приведённую на рис. 16, где

$$J_1 = \frac{E_1}{R_{\text{вн1}}} = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ Ом}; \quad J_2 = \frac{E_2}{R_{\text{вн2}}} = \frac{3}{10} = 0,3 \text{ Ом};$$

$$G_1 = \frac{1}{R_{\text{вн1}}} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См}; \quad G_2 = \frac{1}{R_{\text{вн2}}} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См}.$$

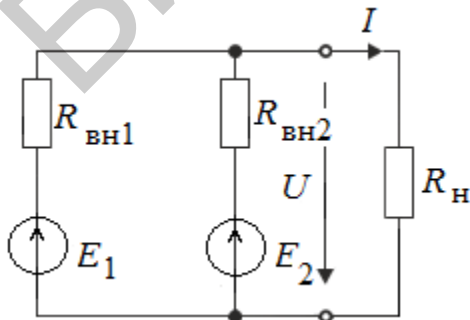


Рис. 15

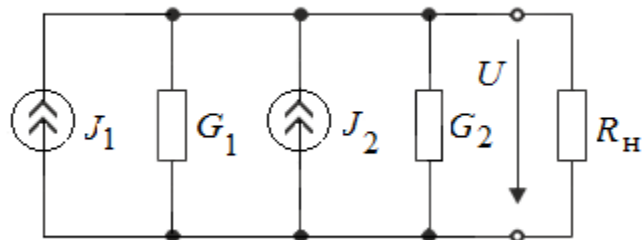


Рис. 16

Источники тока J_1 и J_2 на рис. 16 образуют один эквивалентный источник тока $J_{\text{ЭКВ}}$ (рис. 17), где

$$J_{\text{ЭКВ}} = J_1 + J_2 = 0,6 + 0,3 = 0,9 \text{ А}; \quad G_{\text{ЭКВ}} = G_1 + G_2 = 0,1 + 0,1 = 0,2 \text{ См.}$$

Перейдя от источника тока (см. рис. 17) к источнику ЭДС, получим схему цепи (рис. 18), эквивалентную исходной, где

$$E_{\text{ЭКВ}} = \frac{J_{\text{ЭКВ}}}{G_{\text{ЭКВ}}} = \frac{0,9}{0,2} = 4,5 \text{ В}; \quad R_{\text{ЭКВ}} = \frac{1}{G_{\text{ЭКВ}}} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ Ом.}$$

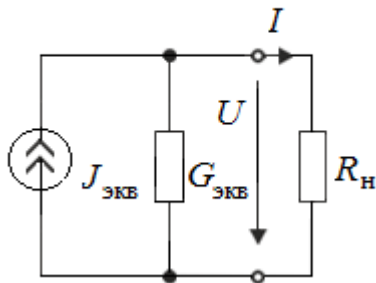


Рис. 17

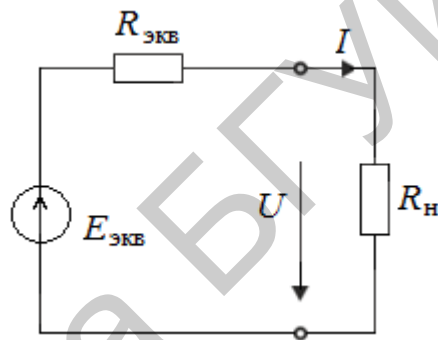


Рис. 18

Пример 6. Для цепи рис. 19 заданы параметры: $E_5 = 1 \text{ В}$, $J = 1 \text{ А}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_4 = 30 \text{ Ом}$, $R_5 = 5 \text{ Ом}$. Определить ток I_5 , применив метод преобразований.

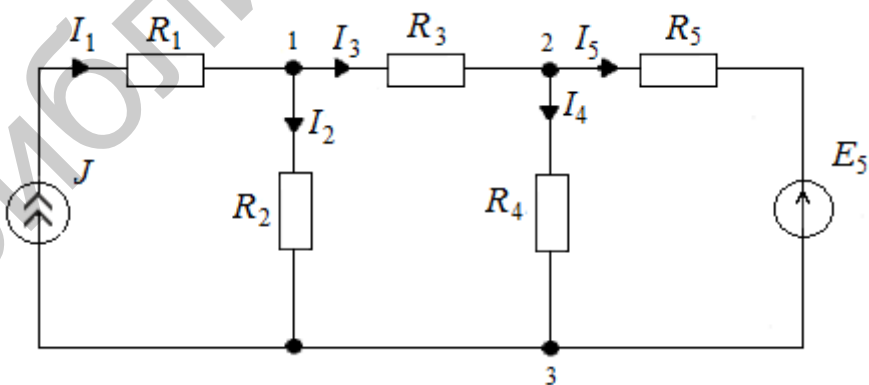


Рис. 19

Решение. Преобразуем источник тока J в эквивалентный источник ЭДС (рис. 20, 21): $E = J \cdot R_2 = 1 \cdot 10 = 10 \text{ В}$. Тогда получим $R_{23} = R_2 + R_3 = 10 + 20 = 30 \text{ Ом}$.

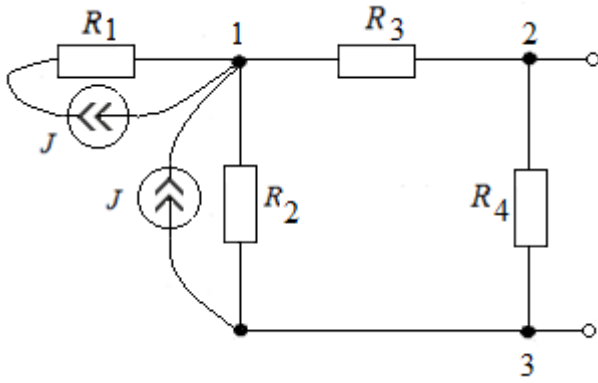


Рис. 20

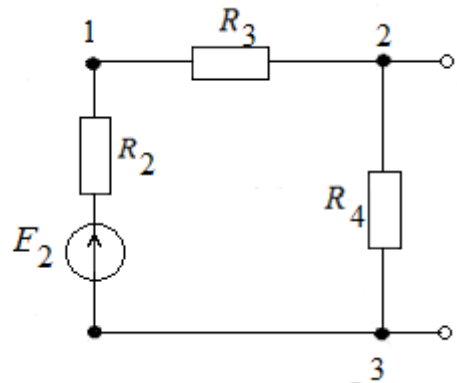


Рис. 21

Чтобы дальше свернуть схему, источник ЭДС E_2 преобразуем в источник тока $J_2 = \frac{E_2}{R_{23}} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ (рис. 22).

Окончательно получим (рис. 23): $E_3 = J_2 R_3 = 5$ В; $R_3 = \frac{R_{23} R_4}{R_{23} + R_4} = 15$ Ом.

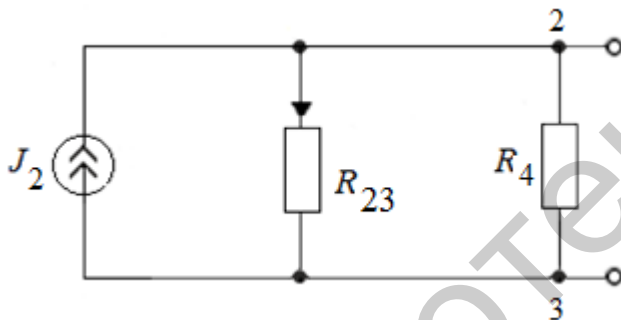


Рис. 22

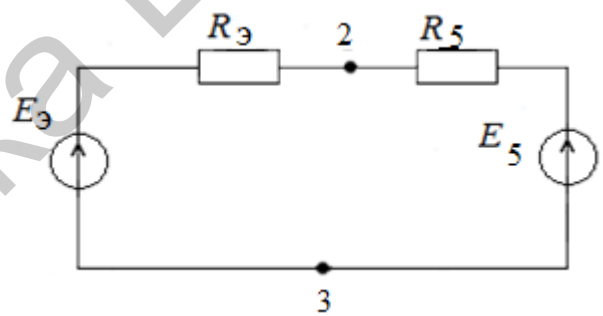


Рис. 23

Тогда ток $I_5 = \frac{E_3 - E_5}{R_3 + R_5} = \frac{5 - 1}{15 + 5} = 0,2$ А.

Пример 7. Рассчитать токи в ветвях схемы (рис. 24) методом преобразований, если $E_1 = 24$ В, $E_2 = 16$ В, $J_{04} = 4$ А, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $R_3 = 1$ Ом, $R_4 = 2$ Ом, $R_5 = 2$ Ом.

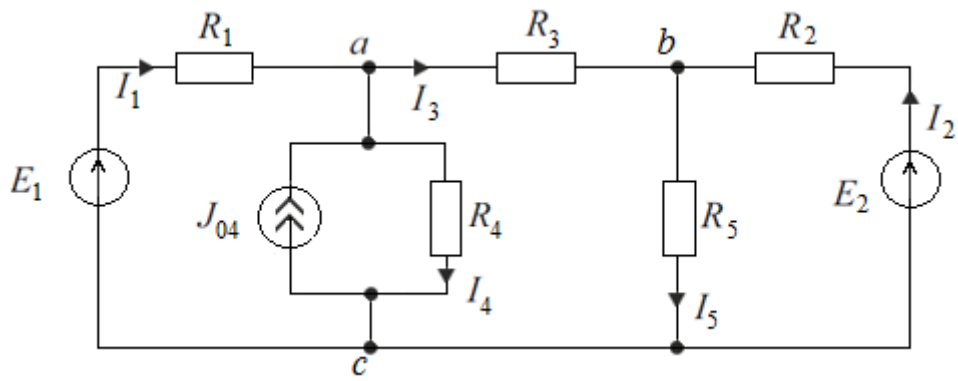


Рис. 24

Решение. Преобразуем E_1 в J_{01} , а E_2 в J_{02} (рис. 25):

$$J_{01} = \frac{E_1}{R_1} = 12 \text{ А}, \quad J_{02} = \frac{E_2}{R_2} = 16 \text{ А}.$$

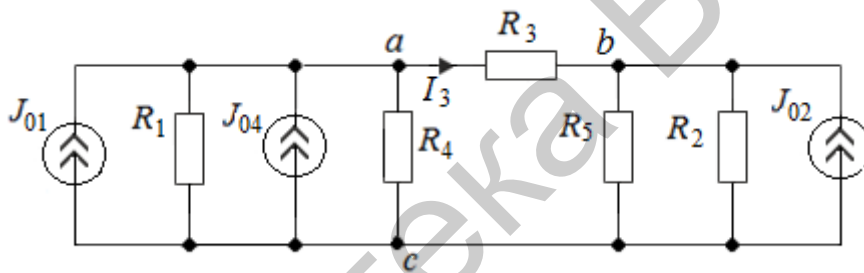


Рис. 25

Объединяем источники тока и параллельные сопротивления (рис. 26):

$$J_{014} = J_{01} + J_{04} = 16 \text{ А}, \quad R_{14} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} = 1 \text{ Ом}, \quad R_{25} = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5} = \frac{2}{3} \text{ Ом}.$$

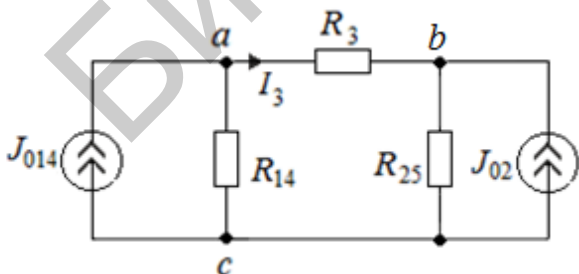


Рис. 26

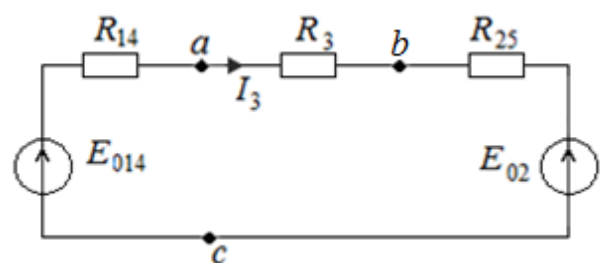


Рис. 27

Преобразуем источники тока J_{014} и J_{02} в источники ЭДС E_{014} и E_{02} (рис. 27):

$$E_{014} = J_{014} \cdot R_{14} = 16 \text{ В}, E_{02} = J_{02} \cdot R_{25} = \frac{32}{3} \text{ В}.$$

По закону напряжений Кирхгофа $(R_{14} + R_3 + R_{25}) \cdot I_3 = E_{014} - E_{02}$,

следовательно, ток $I_3 = \frac{E_{014} - E_{02}}{R_{14} + R_3 + R_{25}} = 2 \text{ А}.$

Согласно правилу эквивалентных преобразований в электрических схемах ток I_3 в сопротивлении R_3 одинаков во всех схемах.

Определяем напряжение U_{bc} и U_{ac} из закона Ома.

$$I_3 = \frac{U_{bc} - E_{02}}{R_{25}}; U_{bc} = E_{02} + I_3 \cdot R_{25} = 12 \text{ В}; I_3 = \frac{-U_{ac} + E_{014}}{R_{14}}; U_{ac} = -I_3 \cdot R_{14} + E_{014} = 14 \text{ В}.$$

Токи $I_1 = \frac{U_{ac} + E_1}{R_1} = 5 \text{ А}; I_4 = \frac{U_{ac}}{R_4} = 7 \text{ А}; I_5 = \frac{U_{bc}}{R_5} = 6 \text{ А}; I_2 = \frac{U_{bc} + E_2}{R_2} = 4 \text{ А}.$

Проверяем баланс мощностей в схеме

$$E_1 \cdot I_1 + U_{ac} \cdot J_{04} + E_2 \cdot I_2 = 240 \text{ Вт} = I_1^2 \cdot R_1 + I_4^2 \cdot R_4 + I_3^2 \cdot R_3 + I_5^2 \cdot R_5 + I_2^2 \cdot R_2 = 240 \text{ Вт}.$$

Пример 8. Рассчитать токи в ветвях схемы методом преобразований (рис. 28), если $E_1 = 10 \text{ В}$, $E_2 = 20 \text{ В}$, $I_0 = 4 \text{ А}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 5 \text{ Ом}$.

Решение. Преобразуем источники ЭДС в источники тока:

$$J_{01} = \frac{E_1}{R_1} = \frac{10}{10} = 1 \text{ А}; J_{02} = \frac{E_2}{R_2} = \frac{20}{5} = 4 \text{ А}.$$

Объединим источники тока (рис. 29): $J_3 = J_{01} - J_{02} + J_0 = 1 - 4 + 4 = 1 \text{ А}.$

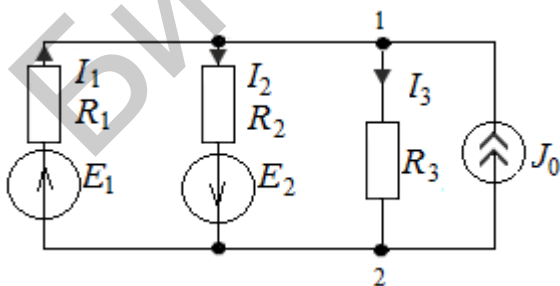


Рис. 28

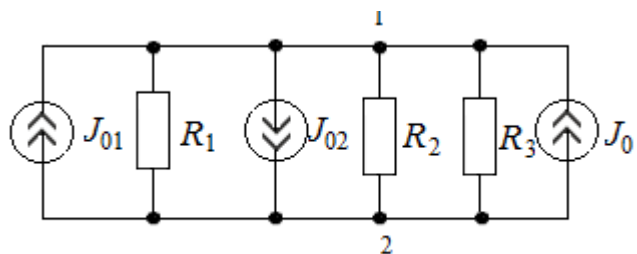


Рис. 29

Найдем эквивалентное сопротивление $g_3 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = 0,5 \text{ См}$, отсюда

$R_3 = \frac{1}{g_3} = 2 \text{ Ом}$. Получим схему (рис. 30).

Напряжение между узлами 1 и 2 $U_{12} = I_3 \cdot R_3 = 1 \cdot 2 = 2 \text{ В}$. Зная U_{12} , определим токи в исходной схеме:

$$U_{12} = -I_1 \cdot R_1 + E_1, \text{ отсюда } I_1 = \frac{E_1 - U_{12}}{R_1} = \frac{10 - 2}{10} = 0,8 \text{ А};$$

$$U_{12} = I_2 \cdot R_2 - E_2, \text{ отсюда } I_2 = \frac{U_{12} + E_2}{R_2} = \frac{2 + 20}{5} = 4,4 \text{ А};$$

$$U_{12} = I_3 \cdot R_3, \text{ отсюда } I_3 = \frac{U_{12}}{R_3} = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ А}.$$

1.4. Метод уравнений Кирхгофа

Суть метода заключается в составлении системы уравнений по 1-му и 2-му законам Кирхгофа и решении этой системы относительно неизвестных токов.

Если сложная электрическая цепь имеет y узлов и b ветвей, а следовательно, и b неизвестных токов, то необходимо составить и решить систему b линейных независимых уравнений.

По 1-му закону Кирхгофа можно составить столько уравнений, сколько узлов имеет электрическая цепь, т. е. y уравнений. Однако линейно независимыми будут только $y - 1$ уравнений, т. е. на одно меньше, чем число узлов в электрической цепи.

Остальные $n = b - (y - 1)$ линейно независимых уравнений составляются по 2-му закону Кирхгофа.

Таким образом, общее число уравнений, составленных по 1-му и 2-му законам Кирхгофа, будет равно числу ветвей цепи, а значит, и числу независимых токов.

Порядок расчёта электрических цепей с помощью законов Кирхгофа следующий:

1. Определяется число узлов u и число ветвей b в цепи, и в соответствии с этим определяется количество уравнений, которые необходимо составить по 1-му и 2-му законам Кирхгофа.

2. Обозначаются на схеме цепи тока в ветвях и произвольно выбираются их направления. Выбираются независимые замкнутые контуры цепи таким образом, чтобы в каждый исследуемый контур входила одна новая ветвь. Произвольно задаются направления обхода контуров.

3. Составляется $u - 1$ уравнений по 1-му закону Кирхгофа. При этом токи, входящие в узел, берутся со знаком «+», а выходящие из узла – со знаком «-».

4. Составляется $n = b - (u - 1)$ уравнений по 2-му закону Кирхгофа. При составлении этих уравнений величина ЭДС берётся со знаком «+», если направление ЭДС совпадает с направлением обхода контура, и со знаком «-», если не совпадает. Падения напряжений на сопротивлениях в замкнутых контурах берутся со знаком «+», если направление обхода контура совпадает с выбранным направлением токов в ветвях, и со знаком «-», если не совпадает.

5. Производится расчёт составленной системы уравнений относительно неизвестных токов. Если при этом некоторые токи получаются отрицательными, то это означает, что их действительные направления противоположны произвольно выбранным направлениям.

Пример 9. В электрической цепи (рис. 31) $E_1 = 20$ В; $E_2 = 1,1$ В; $R_{i1} = 0,2$ Ом; $R_{i2} = 0,4$ Ом; $R_1 = R_2 = 5$ Ом; $R_3 = 7$ Ом. Определить токи в ветвях цепи с помощью законов Кирхгофа.

Решение. В заданной электрической цепи два узла и два независимых контура. Следовательно, по 1-му закону Кирхгофа составляется одно уравнение, а по второму – два.

$$\text{Для узла } a: I_1 - I_2 + I_3 = 0;$$

$$\text{Для контуров: } (R_1 + R_{i1})I_1 - R_3I_3 = E_1; \quad (R_2 + R_{i2})I_2 + R_3I_3 = E_2.$$

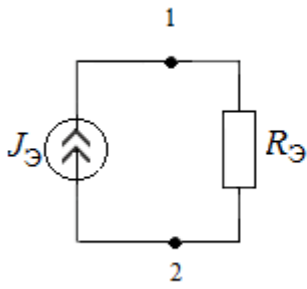


Рис. 30

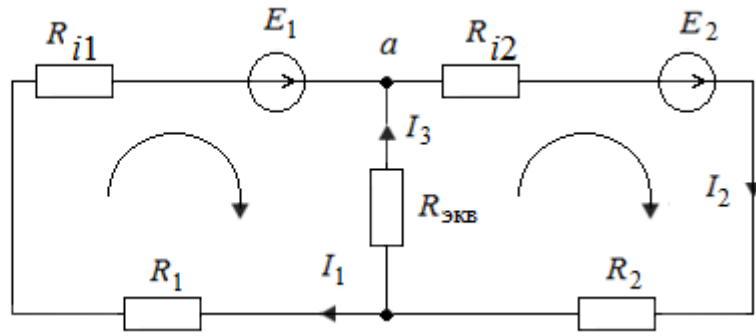


Рис. 31

После подстановки цифровых данных система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0; \\ 5,2I_1 - 7I_3 = 20; \\ 5,4I_2 + 7I_3 = 1,1. \end{cases}$$

Решение этой системы даст токи ветвей: $I_1 = 2,5$ А; $I_2 = 1,5$ А; $I_3 = -1$ А. Для проверки правильности решения задачи составляется уравнение баланса мощностей:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = I_1^2 (R_1 + R_{i1}) + I_2^2 (R_2 + R_{i2}) + I_3^2 R_3.$$

При подстановке численных данных получается, что $51,65 \text{ Вт} \approx 51,2 \text{ Вт}$. т. е. мощности источника $P_{\text{ист}}$ и нагрузки $P_{\text{нагр}}$ практически совпадают. Значит, токи в ветвях цепи рассчитаны правильно.

Пример 10. Для цепи рис. 32 заданы параметры: $E_5 = 1$ В, $J = 1$ А, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = 30$ Ом, $R_5 = 5$ Ом. Определить токи в ветвях цепи с помощью законов Кирхгофа.

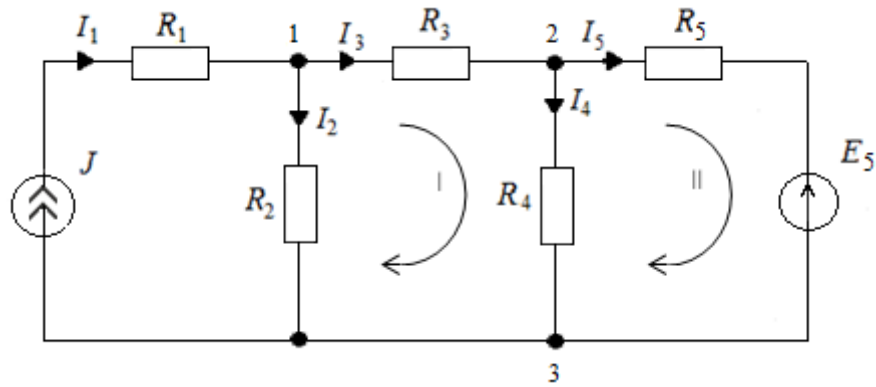


Рис. 32

Решение. По 1-му закону Кирхгофа нужно $N_y - 1 = N_I = 2$ уравнения. По 2-му закону Кирхгофа нужно $N_{II} = N_B - (N_y - 1) = 4 - 2 = 2$ уравнения.

Для узла 1: $J - I_2 - I_3 = 0.$

Для узла 2: $I_3 - I_4 - I_5 = 0.$

Для контура I: $-I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = 0.$

Для контура II: $I_5 R_5 - I_4 R_4 + E_5 = 0.$

Таким образом, решая уравнения совместно, получим токи ветвей:

$$I_1 = 1 \text{ A}; I_2 = 0,7333 \text{ A}; I_3 = 0,2666 \text{ A}; I_4 = 0,0667 \text{ A}; I_5 = 0,2 \text{ A}.$$

Пример 11. Для цепи рис. 33 заданы параметры: $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 10 \text{ Ом}$, $R_4 = 12 \text{ Ом}$, $J_{01} = 1 \text{ A}$, $J_{02} = 2 \text{ A}$, $E = 10 \text{ В}$. Определить токи в ветвях цепи с помощью законов Кирхгофа.

Решение. Общее количество уравнений по 1-му и 2-му законам Кирхгофа равно числу неизвестных токов. Неизвестных токов в данной цепи – четыре, следовательно, уравнений также должно быть четыре.

По 1-му закону Кирхгофа число уравнений на единицу меньше числа узлов, т. е. два уравнения.

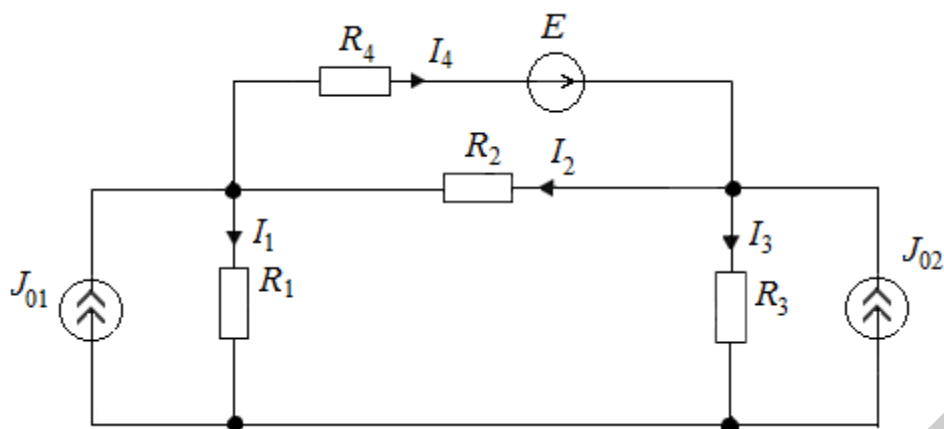


Рис. 33

Следовательно, по 2-му закону Кирхгофа тоже необходимо два уравнения:

$$\begin{cases} -I_1 + I_2 - I_4 = -J_{01}; \\ -I_2 - I_3 + I_4 = -J_{02}; \\ I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 = 0; \\ I_2 \cdot R_2 + I_4 \cdot R_4 = E. \end{cases}$$

Для решения системы уравнений заполним матрицу коэффициентов A левых частей уравнения и матрицу-столбец B правых частей уравнения:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ R_1 & R_2 & -R_3 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & R_4 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -I_{01} \\ -I_{02} \\ 0 \\ E \end{bmatrix}.$$

В численном виде

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 10 & 5 & -10 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 12 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}.$$

Определим токи, решив выражение $I = A^{-1} \cdot B$ в среде Mathcad:

контурных токов. Если контурные токи в ветви встречны, то ток в ветви равен разности контурных токов (по абсолютной величине).

Собственное сопротивление контура – это сумма всех сопротивлений, входящих в данный контур.

Контурная ЭДС – это алгебраическая сумма всех ЭДС контура.

Расчёт электрических цепей методом контурных токов производится в следующем порядке:

1. Определяется число независимых контуров в электрической цепи и произвольно задаются направления контурных токов.

2. Вычисляются собственные и взаимные сопротивления контуров, а также контурные ЭДС.

3. Составляется система уравнений для контурных токов в соответствии со 2-м законом Кирхгофа, причём число уравнений должно быть равно числу независимых контуров схемы.

4. Осуществляется решение системы уравнений (например, путём подстановки или с помощью определителей) с целью получения контурных токов.

5. Определяются токи в ветвях.

Примечание. Если по условию задачи часть источников энергии задана в виде источников тока, то перед началом расчёта их следует преобразовать в эквивалентные источники ЭДС.

Пример 12. В электрической цепи (рис. 34) методом контурных токов определить токи в ветвях, если $E_1 = 40$ В, $E_2 = 30$ В, $E_3 = 50$ В, $R_1 = 120$ Ом, $R_2 = 150$ Ом, $R_3 = 200$ Ом, $R_4 = 180$ Ом, $R_5 = 160$ Ом, $R_6 = 100$ Ом.

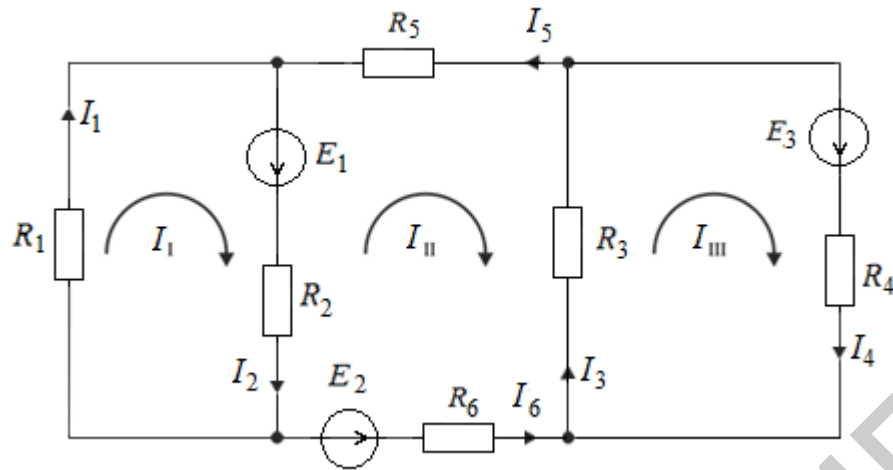


Рис. 34

Решение. В электрической цепи три независимых контура. Произвольно выбраны направления контурных токов и токи в ветвях.

Система из трех контурных уравнений имеет вид

$$\begin{cases} R_{11}I_I + R_{12}I_{II} + R_{13}I_{III} = E_I; \\ R_{21}I_I + R_{22}I_{II} + R_{23}I_{III} = E_{II}; \\ R_{31}I_I + R_{32}I_{II} + R_{33}I_{III} = E_{III}. \end{cases}$$

Собственные сопротивления:

$$R_{11} = R_1 + R_2 = 270 \text{ Ом}; R_{22} = R_2 + R_5 + R_3 + R_6 = 610 \text{ Ом}; R_{33} = R_3 + R_4 = 380 \text{ Ом}.$$

Взаимные сопротивления:

$$R_{12} = R_{21} = -R_2 = -150 \text{ Ом}; R_{23} = R_{32} = -R_3 = -200 \text{ Ом}; R_{13} = R_{31} = 0.$$

Собственные ЭДС контуров:

$$E_I = E_1 = 40 \text{ В}; E_{II} = -E_1 - E_2 = -70 \text{ В}; E_{III} = E_3 = 50 \text{ В}.$$

Тогда система контурных уравнений примет вид

$$\begin{cases} 270I_I - 150I_{II} = 40; \\ -150I_I + 610I_{II} - 200I_{III} = -70; \\ -200I_{II} + 380I_{III} = 50. \end{cases}$$

Контурные токи через определители равны:

$$I_I = \frac{\Delta_1}{\Delta}; I_{II} = \frac{\Delta_2}{\Delta}; I_{III} = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

Определители:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 270 & -150 & 0 \\ -150 & 610 & -200 \\ 0 & -200 & 380 \end{bmatrix} = 43236 \cdot 10^3 \text{ Ом}^3;$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 40 & -150 & 0 \\ -70 & 610 & -200 \\ 50 & -200 & 380 \end{bmatrix} = 5182 \cdot 10^3 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 270 & 40 & 0 \\ -150 & -70 & -200 \\ 0 & 50 & 380 \end{bmatrix} = -2202 \cdot 10^3 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} 270 & -150 & 40 \\ -150 & 610 & -70 \\ 0 & -200 & 50 \end{bmatrix} = 4530 \cdot 10^3 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2.$$

Контурные токи:

$$I_{\text{I}} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{5182 \cdot 10^3}{43236 \cdot 10^3} = 0,12 \text{ А}; \quad I_{\text{II}} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -\frac{2202 \cdot 10^3}{43236 \cdot 10^3} = -0,051 \text{ А};$$

$$I_{\text{III}} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{4530 \cdot 10^3}{43236 \cdot 10^3} = 0,105 \text{ А}.$$

Токи в ветвях:

$$I_1 = I_{\text{I}} = 0,12 \text{ А}; \quad I_4 = I_{\text{III}} = 0,105 \text{ А}; \quad I_5 = I_6 = -I_{\text{II}} = -(-0,051) = 0,051 \text{ А};$$

$$I_2 = I_{\text{I}} - I_{\text{II}} = 0,12 - (-0,051) = 0,171 \text{ А}; \quad I_3 = I_{\text{III}} - I_{\text{II}} = 0,105 - (-0,051) = 0,156 \text{ А}.$$

Проверим правильность решения с помощью уравнения баланса мощностей.

Мощность источников ЭДС, отдаваемая в электрическую цепь:

$$P_{\text{ист}} = E_1 I_2 + E_3 I_4 + E_2 I_6 = 40 \cdot 0,171 + 50 \cdot 0,105 + 30 \cdot 0,051 = 13,62 \text{ Вт}.$$

Мощность, потребляемая нагрузкой:

$$P_{\text{нагр}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_5^2 (R_5 + R_6) + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 = (0,12)^2 \cdot 120 + (0,171)^2 \times \\ \times 150 + (0,051)^2 \cdot 260 + (0,156)^2 \cdot 200 + (0,105)^2 \cdot 180 = 13,64 \text{ Вт.}$$

Мощности $P_{\text{ист}}$ и $P_{\text{нагр}}$ практически совпадают, значит, токи в ветвях рассчитаны правильно.

Пример 13. В схеме рис. 35 определить все токи методом контурных токов, если $E_5 = 1 \text{ В}$; $J = 1 \text{ А}$; $R_1 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = 20 \text{ Ом}$; $R_4 = 30 \text{ Ом}$; $R_5 = 5 \text{ Ом}$.

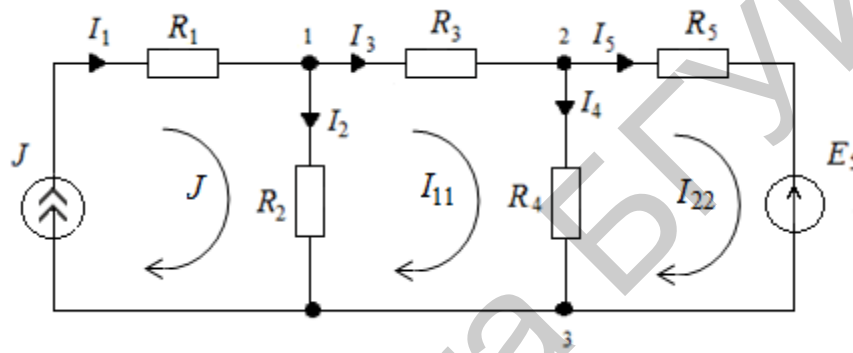


Рис. 35

Решение. Выберем контуры для получения независимых уравнений таким образом, чтобы в каждом контуре была по крайней мере одна новая ветвь. Контурными будут токи I_{11} , I_{22} .

Запишем уравнения для выбранных токов:

$$\left\{ \begin{array}{l} (R_2 + R_3 + R_4)I_{11} - R_4 I_{22} = J R_2; \\ -R_4 I_{22} + (R_4 + R_5)I_{22} = -E_5. \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (10 + 20 + 30)I_{11} - 30I_{22} = 10; \\ -30I_{22} + (30 + 5)I_{22} = -1. \end{array} \right\}$$

Откуда при заданных параметрах находим $I_{11} = 0,267 \text{ А}$; $I_{22} = 0,2 \text{ А}$.

Токи в ветвях:

$$I_2 = J - I_{11} = 1 - 0,267 = 0,733 \text{ А}; \quad I_3 = I_{11} = 0,267 \text{ А};$$

$$I_4 = I_{11} - I_{22} = 0,067 \text{ А}; \quad I_5 = I_{22} = 0,2 \text{ А}.$$

Пример 14. В схеме рис. 36 определить все токи методом контурных токов, если $J_1 = 1 \text{ мА}$, $J_2 = 2 \text{ мА}$, $J_3 = 3 \text{ мА}$, $R_4 = 4 \text{ кОм}$, $R_5 = 5 \text{ кОм}$, $R_6 = 6 \text{ кОм}$, $R_7 = 7 \text{ кОм}$, $E_4 = 27 \text{ В}$. Определить баланс мощностей.

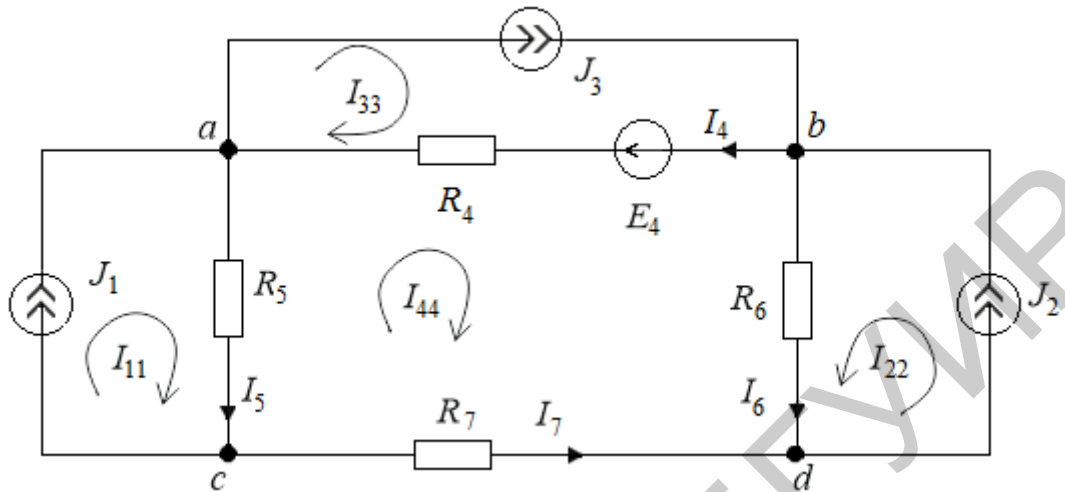


Рис. 36

Решение. Заданная схема содержит 7 ветвей, 4 узла и 3 источника тока. Число уравнений, с помощью которых можно рассчитать электрическую цепь, определяется по формуле $n_y = n_b - (n_u - 1) - n_{ист} = 7 - (4 - 1) - 3 = 1$.

Выбираемый контур, в котором определяется неизвестный ток, не должен содержать источников тока. Для каждого источника тока тоже выбирается контур и принимается, что контурный ток в данном контуре равен току источника тока.

Уравнение имеет вид

$$(R_5 + R_4 + R_6 + R_7)I_{44} - R_5I_{11} - R_4I_{33} + R_6I_{22} = -E_4;$$

$$22I_{44} = -22; \quad I_{44} = -1 \text{ мА}.$$

Токи в ветвях определяются как алгебраическая сумма контурных токов в этих ветвях:

$$I_4 = I_{33} - I_{44} = 3 - (-1) = 4 \text{ мА}; \quad I_6 = I_{22} - I_{44} = 1 \text{ мА};$$

$$I_7 = -I_{44} = 1 \text{ мА}; \quad I_5 = I_{11} - I_{44} = 2 \text{ мА}.$$

Мощности источников энергии и потребителей:

$$P_{E_4} = E_4 \cdot I_4 = 108 \text{ мВт}; P_{J_1} = J_1 \cdot U_{ac} = J_1 \cdot R_5 I_5 = 10 \text{ мВт};$$

$$P_{J_2} = J_2 \cdot U_{bd} = 12 \text{ мВт}; P_{J_3} = J_3 \cdot U_{ba} = 3 \cdot (-11) = -33 \text{ мВт};$$

$$P_{\text{ист}} = P_{E_4} + P_{J_1} + P_{J_2} + P_{J_3} = 10 + 108 + 12 - 33 = 97 \text{ мВт};$$

$$P_{\text{пр}} = I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 + I_7^2 R_7 = 97 \text{ мВт}.$$

Пример 15. В схеме рис. 37 определить все токи методом контурных токов, если $J_{01} = 1 \text{ А}$, $J_{02} = 2 \text{ А}$, $E = 10 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$.

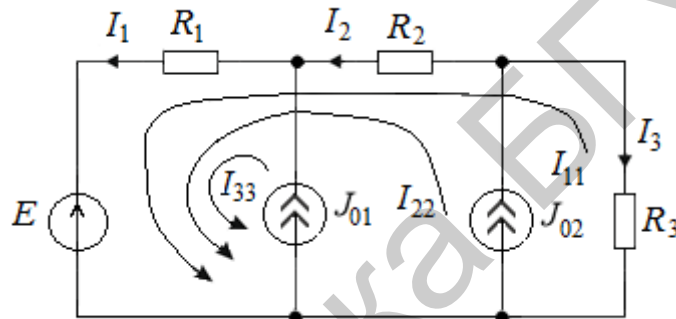


Рис. 37

Решение. Цепь содержит 3 узла, 5 ветвей и 2 источника тока. Следовательно, по методу контурных токов необходимо составить количество уравнений:

$$n_{\text{мкт}} = n_{\text{в}} - n_{\text{у}} + 1 - n_{J_0} = 5 - 3 + 1 - 2 = 1.$$

Контур следует выбирать таким образом, чтобы каждый источник тока принадлежал только одному контуру. Тогда $I_{22} = J_{02} = 2 \text{ А}$, а $I_{33} = J_{01} = 1 \text{ А}$.

Уравнение по методу контурных токов запишем в виде

$$I_{11} \cdot R_{11} + I_{22} \cdot R_{12} + I_{33} \cdot R_{13} = E_{11},$$

где $R_{11} = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 20 + 20 = 50 \text{ Ом}$; $R_{12} = R_2 = 20 \text{ Ом}$; $R_{13} = R_1 = 10 \text{ Ом}$;

$$E_{11} = -E = -10 \text{ В}.$$

$$\text{Тогда } I_{11} = \frac{E_{11} - I_{22} \cdot R_{12} - I_{33} \cdot R_{13}}{R_{11}} = \frac{-10 - 20 \cdot 2 - 10 \cdot 1}{50} = \frac{-60}{50} = -1,2 \text{ А.}$$

Токи в ветвях будут равны:

$$I_1 = I_{11} + I_{22} + I_{33} = -1,2 + 2 + 1 = 1,8 \text{ А;}$$

$$I_2 = I_{11} + I_{22} = -1,2 + 2 = 0,8 \text{ А; } I_3 = -I_{11} = 1,2 \text{ А.}$$

1.6. Метод наложения

Метод наложения позволяет определять токи в ветвях электрической цепи непосредственно по закону Ома без составления и решения системы уравнений. Метод основан на принципе наложения (или суперпозиции), который утверждает, что ток в любой ветви линейной электрической цепи, содержащей несколько источников ЭДС, можно рассматривать как алгебраическую сумму частичных токов, создаваемых в этой ветви действием каждой ЭДС в отдельности.

Таким образом, по методу наложения вначале находят частичные токи в ветвях электрической цепи от действия каждого источника ЭДС в отдельности, принимая остальные ЭДС равными нулю (т. е. заменив их короткозамкнутой перемычкой) и оставляя в схеме только сопротивления и внутренние сопротивления источников ЭДС, а затем находят токи в ветвях как алгебраические суммы частичных токов.

Пример 16. Определить токи в ветвях электрической цепи (рис. 38, а) методом наложения, если $E_1 = 68 \text{ В}$; $E_2 = 17 \text{ В}$; $R_1 = 30 \text{ Ом}$; $R_2 = 5 \text{ Ом}$; $R_3 = 20 \text{ Ом}$.

Решение. 1. Приняв $E_2 = 0$, получим схему, приведенную на рис. 38, б. Частичные токи в этой схеме, создаваемые источником ЭДС E_1 :

$$I_1' = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{68}{30 + \frac{5 \cdot 20}{5 + 20}} = 2 \text{ А; } I_2' = I_1' \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 2 \cdot \frac{20}{5 + 20} = 1,6 \text{ А;}$$

$$I_3' = I_1' \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 2 \cdot \frac{5}{5 + 20} = 0,4 \text{ А.}$$

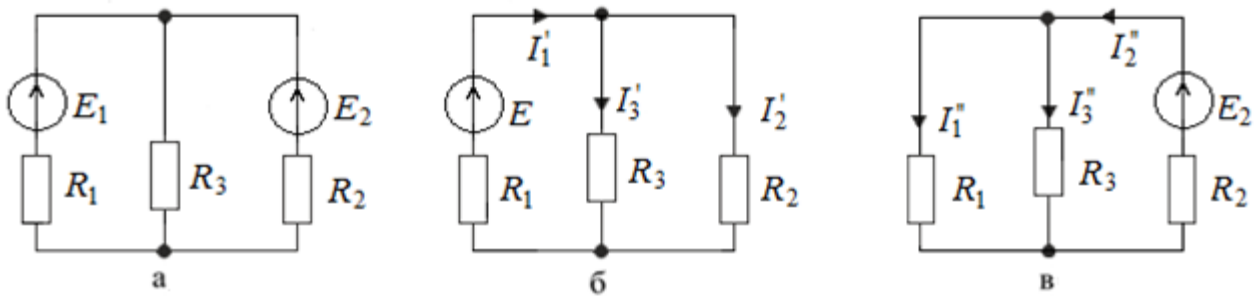


Рис. 38

2. Приняв $E_1 = 0$, получим схему, приведённую на рис. 38, в. Частичные токи в этой схеме, создаваемые источником ЭДС E_2 :

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{17}{5 + \frac{30 \cdot 20}{30 + 20}} = 1 \text{ А}; I_1'' = I_2'' \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 1 \cdot \frac{20}{30 + 20} = 0,4 \text{ А};$$

$$I_3'' = I_2'' \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 1 \cdot \frac{30}{30 + 20} = 0,6 \text{ А}.$$

В ветви с резистором R_1 токи I_1' и I_1'' направлены встречно и $I_1' > I_1''$, поэтому $I_1 = I_1' - I_1'' = 2 - 0,4 = 1,6 \text{ А}$.

В ветви с резистором R_2 ток $I_2 = I_2' - I_2'' = 1,6 - 1 = 0,6 \text{ А}$.

В ветви с резистором R_3 ток $I_3 = I_3' + I_3'' = 0,4 + 0,6 = 1 \text{ А}$.

Пример 17. Рассчитать токи в ветвях схемы (рис. 39) методом наложения, если $J_1 = 5 \text{ мА}$, $E_3 = 40 \text{ В}$, $R_2 = 4 \text{ кОм}$, $R_4 = 10 \text{ кОм}$, $R_5 = 15 \text{ кОм}$. Проверить баланс мощностей.

Решение. 1. Исключаем J_1 из схемы рис. 39 и получаем схему рис. 40.

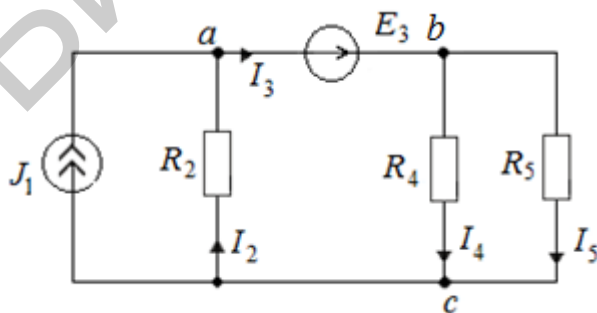


Рис. 39

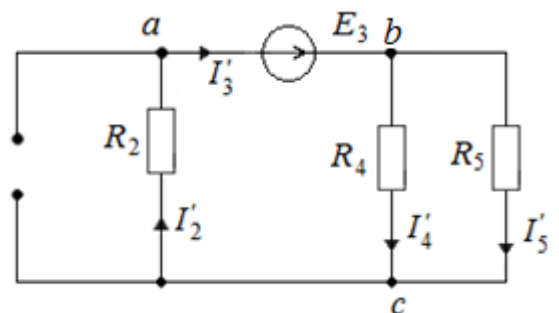


Рис. 40

Эквивалентными преобразованиями сопротивлений упрощаем схему (рис. 41):

$$R_{\text{ЭКВ}} = R_2 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = 10 \text{ кОм}; I_3' = \frac{E_3}{R_{\text{ЭКВ}}} = 4 \text{ мА}; I_2' = I_3' = 4 \text{ мА}.$$

Ток I_3' в параллельных ветвях с сопротивлениями R_4 и R_5 распределяется обратно пропорционально сопротивлениям R_4 и R_5 .

$$I_4' = I_3' \frac{R_5}{R_4 + R_5} = 2,4 \text{ мА}.$$

Согласно закону баланса токов Кирхгофа $I_5' = I_3' - I_4' = 1,6 \text{ мА}$.

2. Исключаем E_3 из схемы (рис. 42).

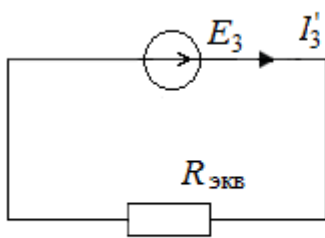


Рис. 41

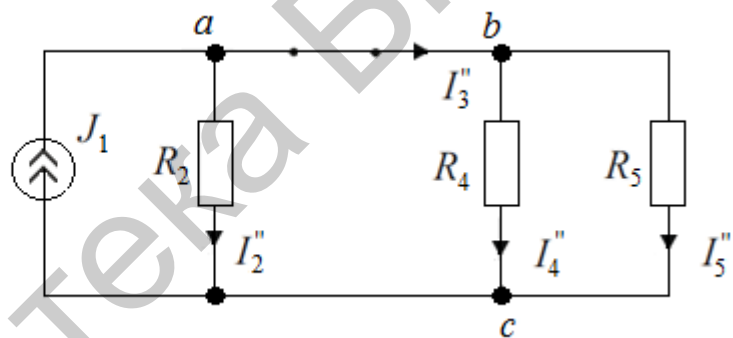


Рис. 42

Эквивалентное сопротивление схемы

$$R_{\text{ЭКВ}} = \frac{R_2 \cdot R_4 \cdot R_5}{R_2 \cdot R_4 + R_4 \cdot R_5 + R_2 \cdot R_5} = 2,4 \text{ кОм}.$$

Определяем напряжение на параллельном участке сопротивлений

$$U_{ac} = U_{bc} = J_1 \cdot R_{\text{ЭКВ}} = 12 \text{ В}.$$

Определяем частичные токи во всех ветвях:

$$I_2'' = \frac{U_{ac}}{R_2} = 3 \text{ мА}, I_4'' = \frac{U_{ac}}{R_4} = 1,2 \text{ мА}, I_5'' = \frac{U_{ac}}{R_5} = 0,8 \text{ мА}.$$

По закону баланса токов Кирхгофа определяем ток $I_3'' = I_4'' + I_5'' = 2 \text{ мА}$.

Согласно методу наложения токи в ветвях заданной схемы распределяются как алгебраическая сумма частных токов ветвей:

$$I_2 = I_2' - I_2'' = 1 \text{ мА}; I_3 = I_3' + I_3'' = 6 \text{ мА}; I_4 = I_4' + I_4'' = 3,6 \text{ мА}; I_5 = I_5' + I_5'' = 2,4 \text{ мА}.$$

Определяем баланс мощностей:

$$U_{ac} \cdot J_1 + E_3 \cdot I_3 = 220 \text{ мВт} = I_2^2 \cdot R_2 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 \cdot U_{ac} = -I_2 \cdot R_2 = 220 \text{ мВт}.$$

Пример 18. Для цепи рис. 43 заданы параметры $E_5 = 1 \text{ В}$, $J = 1 \text{ А}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_4 = 30 \text{ Ом}$, $R_5 = 5 \text{ Ом}$. Определить токи, применив метод наложения.

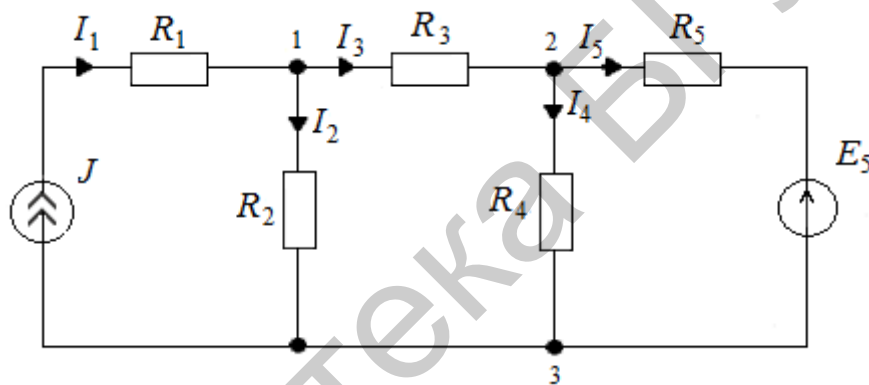


Рис. 43

Решение. При расчёте цепи с применением метода наложения рассмотрим отдельно действие источника тока J и источника ЭДС E_5 .

Эквивалентная схема для частных токов изображена на рис. 44.

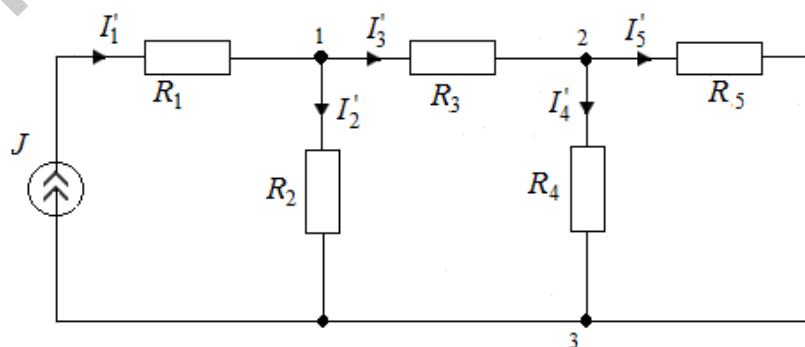


Рис. 44

Определим частичные токи ветвей от действия источника J .

$$R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{30 \cdot 5}{35} = 4,29 \text{ Ом}; R_{345} = R_3 + R_{45} = 20 + 4,29 = 24,29 \text{ Ом};$$

$$R_{2345} = \frac{R_2 R_{345}}{R_2 + R_{345}} = \frac{10 \cdot 24,29}{34,29} = 7,08 \text{ Ом}.$$

$$I_2' = J \frac{R_{345}}{R_2 + R_{345}} = 1 \cdot \frac{24,29}{34,29} = 0,708 \text{ А}; I_3' = J \frac{R_2}{R_2 + R_{345}} = 1 \cdot \frac{10}{34,29} = 0,292 \text{ А};$$

$$I_5' = I_3' \frac{R_4}{R_4 + R_5} = 0,292 \cdot \frac{30}{35} = 0,25 \text{ А}; I_4' = I_3' \frac{R_5}{R_4 + R_5} = 0,292 \cdot \frac{5}{35} = 0,042 \text{ А}.$$

При действии источника ЭДС E_5 токи в ветвях схемы рис. 45 находим методом преобразования.

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 10 + 20 = 30 \text{ Ом}; R_{234} = \frac{R_{23} R_4}{R_{23} + R_4} = \frac{30 \cdot 30}{60} = 15 \text{ Ом};$$

$$R_{2345} = R_{234} + R_5 = 15 + 5 = 20 \text{ Ом}.$$

$$I_5'' = \frac{E_5}{R_{2345}} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ А}; I_2'' = I_3'' = I_5'' \frac{R_4}{R_{23} + R_4} = 0,05 \frac{30}{60} = 0,025 \text{ А};$$

$$I_4'' = I_5'' \frac{R_{23}}{R_{23} + R_4} = 0,05 \frac{30}{60} = 0,025 \text{ А}.$$

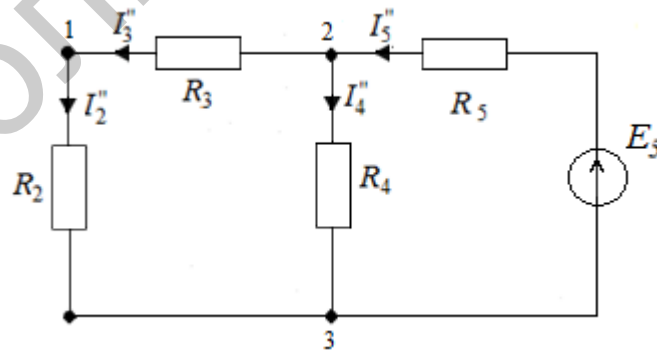


Рис. 45

Искомые токи будут соответственно:

$$I_1 = J = 1 \text{ A}; I_2 = I_2' + I_2'' = 0,708 + 0,025 = 0,7 \text{ A}; I_3 = I_3' - I_3'' = 0,292 - 0,025 = 0,267 \text{ A};$$

$$I_4 = I_4' + I_4'' = 0,042 + 0,025 = 0,067 \text{ A}; I_5 = I_5' - I_5'' = 0,25 - 0,05 = 0,2 \text{ A}.$$

Проверим баланс мощностей $P_{\text{И}} = P_{\text{П}}$:

$$P_{\text{П}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 =$$

$$= 1^2 \cdot 1 + 0,733^2 \cdot 10 + 0,267^2 \cdot 20 + 0,067^2 \cdot 30 + 0,2^2 \cdot 5 =$$

$$= 1 + 5,373 + 1,426 + 0,135 + 0,2 = 8,134 \text{ Вт};$$

$$P_{\text{И}} = -E_5 I_5 + J(I_1 R_1 + I_2 R_2) = -1 \cdot 0,2 + 1(1 \cdot 1 + 0,733 \cdot 10) = -0,2 + 8,33 = 8,13 \text{ Вт}.$$

Пример 19. Для цепи рис. 46 заданы параметры $E_1 = 250 \text{ В}$, $E_2 = 240 \text{ В}$, $R_1 = 40 \text{ Ом}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$, $R_3 = 60 \text{ Ом}$, $R_4 = 60 \text{ Ом}$. Определить токи, применив метод наложения.

Решение. Определим частичные токи от источника E_1 (рис. 47):

$$I_1' = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4}} = \frac{250}{40 + \frac{36 \cdot 60}{36 + 60}} = \frac{250}{62,5} = 4 \text{ А};$$

$$I_2' = I_5' = I_1' \cdot \frac{R_4}{R_2 + R_4} = 4 \cdot \frac{60}{36 + 60} = 2,5 \text{ А};$$

$$I_3' = 0 \text{ А}; I_4' = I_1' - I_2' = 4 - 2,5 = 1,5 \text{ А}.$$

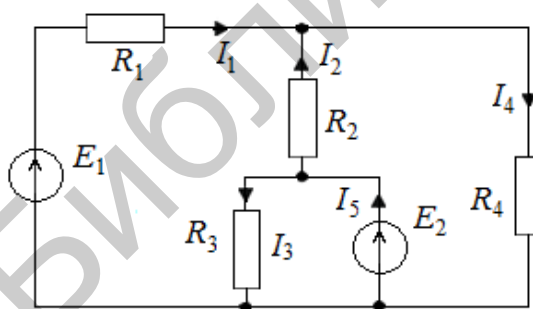


Рис. 46

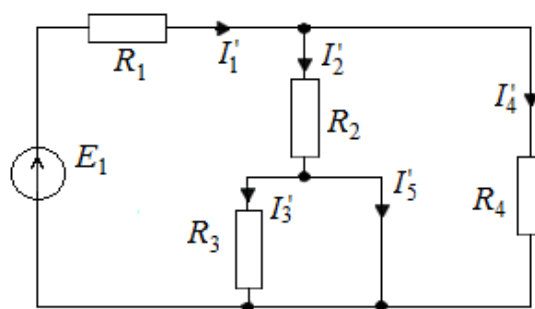


Рис. 47

Частичные токи, вызванные источником E_2 , определим по схеме (рис. 48):

$$I_3'' = \frac{E_2}{R_3} = \frac{240}{60} = 4 \text{ A}; I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4}} = \frac{240}{36 + \frac{40 \cdot 60}{40 + 60}} = \frac{240}{60} = 4 \text{ A};$$

$$I_1'' = I_2'' \cdot \frac{R_4}{R_1 + R_4} = 4 \cdot \frac{60}{40 + 60} = 2,4 \text{ A};$$

$$I_4'' = I_2'' - I_1'' = 4 - 2,4 = 1,6 \text{ A}; I_5'' = I_3'' + I_2'' = 4 + 4 = 8 \text{ A}.$$

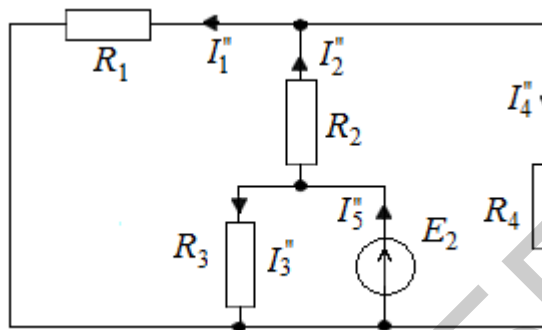


Рис. 48

Токи в исходной цепи, в соответствии с принятым направлением, будут равны:

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 4 - 2,4 = 1,6 \text{ A}; I_2 = I_2' - I_2'' = 4 - 2,5 = 1,5 \text{ A};$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 0 + 4 = 4 \text{ A}; I_4 = I_4' + I_4'' = 1,5 + 1,6 = 3,1 \text{ A}; I_5 = I_5' - I_5'' = 8 - 2,5 = 5,5 \text{ A}.$$

1.7. Метод узловых потенциалов

Расчёт электрических цепей методом узловых потенциалов, или узловых напряжений, сводится к решению системы уравнений, составленных только по 1-му закону Кирхгофа. Из этих уравнений вначале определяют потенциалы (напряжения) в узлах схемы электрической цепи относительно некоторого базисного узла, потенциал которого принимают равным нулю, а затем токи в ветвях, соединяющих узлы, находят по закону Ома.

Таким образом, при расчёте электрических цепей методом узловых потенциалов целесообразно придерживаться следующего порядка:

1. Принять потенциал одного из узлов равным нулю, т. е. заземлить один из узлов, а остальные узлы пронумеровать. Произвольно выбрать направления токов в ветвях.

2. Используя 1-й закон Кирхгофа, составить систему уравнений для незаземлённых узлов.

3. Вычислить узловые токи в пронумерованных узлах алгебраически, суммируя токи источников, подсоединённых к этим узлам.

4. Определить собственные и взаимные проводимости узлов. Причём взаимные проводимости в данном методе всегда отрицательные.

5. Подставить полученные в пп. 3 и 4 узловые токи и проводимости в систему уравнений узловых потенциалов (напряжений) и решить её относительно узловых потенциалов.

6. Найти токи в ветвях по закону Ома.

Пример 20. Определить токи в ветвях электрической цепи (рис. 49), если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 10$ В; $E_3 = 200$ В; $E_4 = 56$ В; $R_1 = 20$ Ом; $R_2 = 30$ Ом; $R_3 = 6$ Ом; $R_4 = 8$ Ом; $R_5 = 15$ Ом; $R_6 = 40$ Ом; $R_7 = 10$ Ом.

Решение. Пусть потенциал узла 3 равен нулю. Тогда система узловых уравнений для определения потенциалов узлов имеет вид

$$\begin{cases} G_{11}\varphi_1 + G_{12}\varphi_2 = J_1; \\ G_{21}\varphi_1 + G_{22}\varphi_2 = J_2. \end{cases}$$

Собственные и взаимные проводимости узлов 1 и 2:

$$G_{11} = \frac{1}{R_1 + R_7} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{30} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{40} = 0,25 \text{ См};$$

$$G_{22} = \frac{1}{R_1 + R_7} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{6} + \frac{1}{15} = 0,3 \text{ См};$$

$$G_{12} = G_{21} = -\left(\frac{1}{R_1 + R_7} + \frac{1}{R_5}\right) = -\frac{1}{30} - \frac{1}{15} = -0,1 \text{ См}.$$

Узловые токи:

$$J_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_7} - \frac{E_4}{R_4} = \frac{30}{30} - \frac{56}{8} = -6 \text{ A};$$

$$J_2 = -\frac{E_1}{R_1 + R_7} + \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_3}{R_3} = -\frac{30}{30} + \frac{10}{30} - \frac{200}{6} = -34 \text{ A}.$$

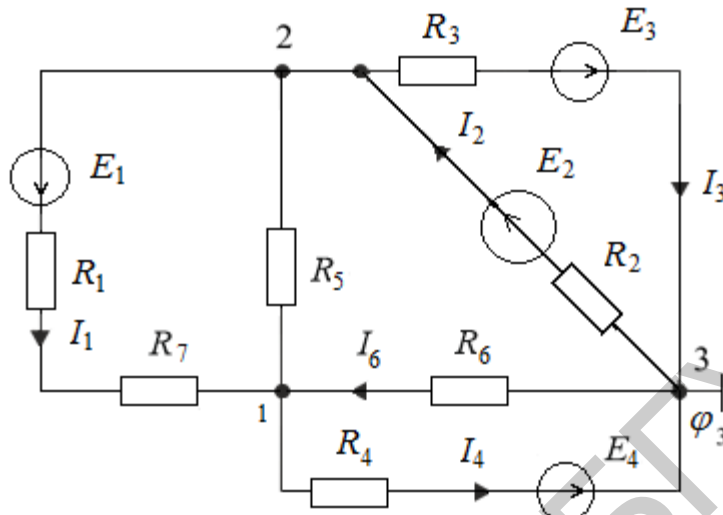


Рис. 49

Тогда система узловых уравнений в числах имеет вид

$$\begin{cases} 0,25\varphi_1 - 0,1\varphi_2 = -6; \\ -0,1\varphi_1 + 0,3\varphi_2 = -34. \end{cases}$$

В результате решения этой системы потенциалы узлов 1 и 2 равны

$$\varphi_1 = -80 \text{ В}; \quad \varphi_2 = -140 \text{ В}.$$

По закону Ома определяем токи в ветвях:

$$\varphi_2 = \varphi_1 + I_1(R_1 + R_7) - E_1, \text{ откуда } I_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + E_1}{R_1 + R_7} = \frac{-140 + 80 + 30}{30} = -1 \text{ А};$$

$$\varphi_2 = \varphi_3 - I_2 R_2 + E_2, \text{ откуда } I_2 = \frac{-\varphi_2 + \varphi_3 + E_2}{R_2} = \frac{140 + 0 + 10}{30} = 5 \text{ А};$$

$$\varphi_2 = \varphi_3 + I_3 R_3 - E_3, \text{ откуда } I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + E_3}{R_3} = \frac{-140 - 0 + 200}{6} = 10 \text{ А};$$

$$\varphi_1 = \varphi_3 + I_4 R_4 - E_4, \text{ откуда } I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_3 + E_4}{R_4} = \frac{-80 - 0 + 56}{8} = -3 \text{ А};$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 - I_5 R_5, \text{ откуда } I_5 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_5} = \frac{-80 + 140}{15} = 4 \text{ А};$$

$$\varphi_1 = \varphi_3 - I_6 R_6, \text{ откуда } I_6 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{R_6} = \frac{0 + 80}{40} = 2 \text{ А.}$$

Примечание. Знак « \leftrightarrow » у токов I_1 и I_4 означает, что истинные направления этих токов в схеме противоположны произвольно выбранным.

Пример 21. Определить токи в ветвях электрической цепи методом узловых потенциалов (рис. 50), если $E_5 = 1 \text{ В}$; $J = 1 \text{ А}$; $R_1 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = 20 \text{ Ом}$; $R_4 = 30 \text{ Ом}$; $R_5 = 5 \text{ Ом}$.

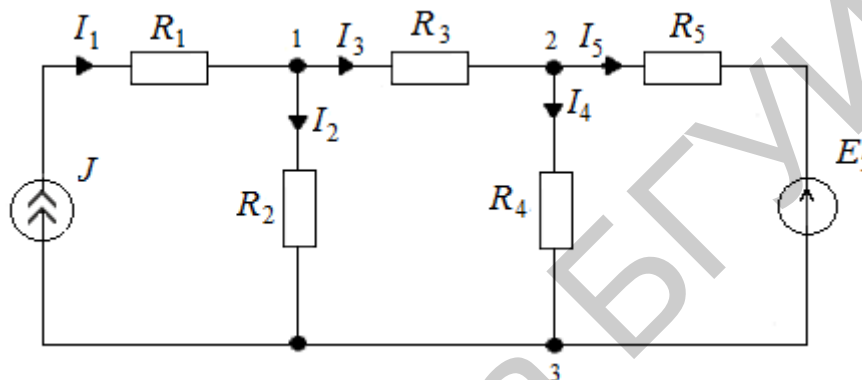


Рис. 50

Решение. Пусть потенциал узла $\varphi_3 = 0$. Тогда по методу узловых напряжений нужно $n_1 = n_y - 1 = 2$ уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - \varphi_2 \frac{1}{R_3} = J; \\ \varphi_2 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_1 \frac{1}{R_3} = \frac{E_5}{R_5}. \end{array} \right.$$

Подставим значения и решим совместно эти уравнения, получим значения потенциалов $\varphi_1 = 7,333 \text{ В}$, $\varphi_2 = 2 \text{ В}$.

Тогда токи в ветвях будут равны:

$$I_1 = J = 1 \text{ А}; I_2 = \varphi_1 / R_2 = 0,733 \text{ А}; I_3 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_3} = 0,2666 \text{ А};$$

$$I_4 = \varphi_2 / R_4 = 0,066 \text{ А}; I_5 = \frac{\varphi_2 - E_5}{R_5} = 0,2 \text{ А}.$$

Пример 22. Определить токи в ветвях электрической цепи методом узловых потенциалов (рис. 51), если $J_1 = 5 \text{ мА}$, $E_3 = 40 \text{ В}$, $R_2 = 4 \text{ кОм}$, $R_4 = 10 \text{ кОм}$, $R_5 = 15 \text{ кОм}$.

Решение. Согласно методу узловых потенциалов число уравнений, с помощью которых можно рассчитать схему, равно числу узлов без единицы. Схема содержит три узла, следовательно, число уравнений два. Так как в схеме имеется идеальный источник ЭДС E_3 , то разность потенциалов между узлами a и b равна E_3 . Если принять потенциал узла a равным нулю, то потенциал b будет равным E_3 . Неизвестным в данной схеме остаётся потенциал узла c .

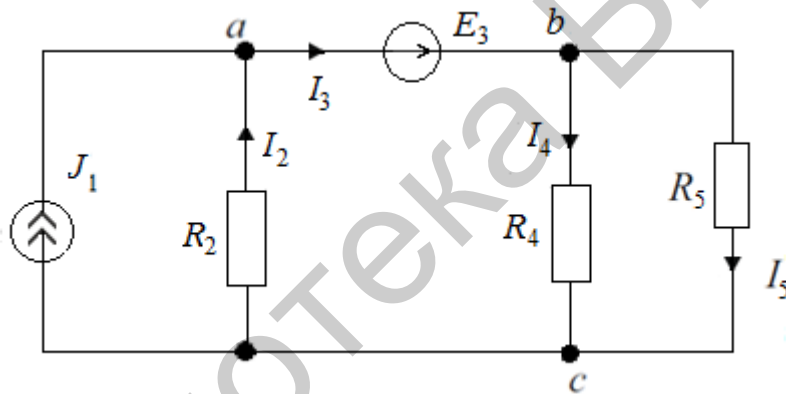


Рис. 51

Уравнение для определения потенциала узла c :

$$\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) \varphi_c - \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) \varphi_b = -J_1.$$

Следовательно $\varphi_c = 4 \text{ В}$.

По закону Ома определяем токи:

$$I_2 = \frac{\varphi_c - \varphi_a}{R_2} = 1 \text{ мА}; I_4 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_4} = 3,6 \text{ мА}; I_5 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_5} = 2,4 \text{ мА}.$$

Для определения тока I_3 применим закон токов Кирхгофа для узла b :

$$I_3 = I_4 + I_5 = 6 \text{ мА}.$$

Пример 23. Определить токи в ветвях электрической цепи методом узловых потенциалов (рис. 52), если $E_1 = 50$ В, $E_2 = 20$ В, $J_0 = 5$ А, $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 5$ Ом.

Решение. В качестве базисного узла принимаем узел 3, $\varphi_3 = 0$. Тогда $\varphi_2 = E_2$. Для нахождения φ_1 необходимо одно уравнение:

$$g_{11} \cdot \varphi_1 - g_{12} \cdot \varphi_2 = I_{11}.$$

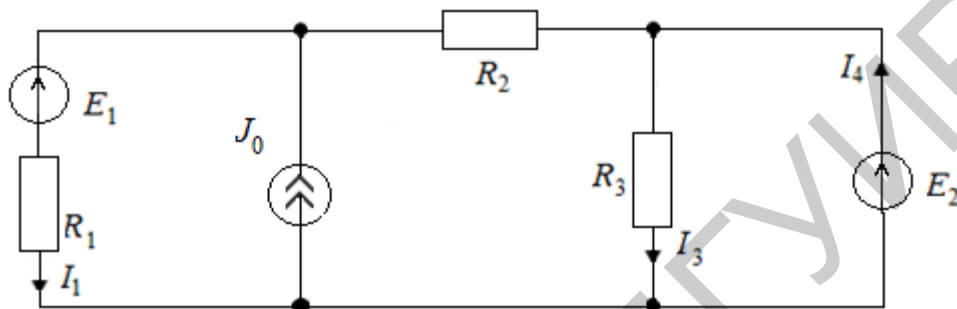


Рис. 52

Проводимость g_{12} и g_{11} равна

$$g_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = 0,2 \text{ Ом}^{-1}; \quad g_{12} = \frac{1}{R_2} = 0,1 \text{ Ом}^{-1}.$$

Ток I_{11} равен

$$I_{11} = E_1 \cdot \frac{1}{R_1} + J_0 = 50 \cdot \frac{1}{10} + 5 = 10 \text{ А}.$$

Тогда потенциал узла 1

$$\varphi_1 = \frac{I_{11} + g_{12} \cdot \varphi_2}{g_{11}} = \frac{10 + 0,1 \cdot 20}{0,2} = 60 \text{ В}.$$

По найденным потенциалам определим токи:

$$U_{13} = \varphi_1 - \varphi_3 = E_1 + I_1 R_1, \text{ отсюда } I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_3 - E_1}{R_1} = \frac{60 - 50}{10} = 1 \text{ А};$$

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = I_2 R_2, \text{ отсюда } I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_2} = \frac{60 - 20}{10} = 4 \text{ А};$$

$$U_{23} = \varphi_2 - \varphi_3 = I_3 R_3, \text{ отсюда } I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{R_3} = \frac{20}{5} = 4 \text{ А.}$$

Ток I_4 в цепи источника E_2 определим по первому закону Кирхгофа для узла 2:

$$I_3 = I_2 + I_4, \text{ отсюда } I_4 = I_3 - I_2 = 4 - 4 = 0 \text{ А.}$$

1.8. Метод эквивалентного генератора

Метод эквивалентного генератора применяется, как правило, для расчёта тока в одной из ветвей электрической цепи. Метод основан на теореме об эквивалентном генераторе напряжения, которая утверждает, что ток в любой ветви **аб** (рис. 53) линейной электрической цепи не изменится, если остальную часть цепи заменить эквивалентным источником напряжения (рис. 54), ЭДС которого $E_{\text{ЭКВ}}$ равна напряжению на зажимах разомкнутой ветви **а** и **б**, а внутреннее сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ равно сопротивлению между точками **а** и **б** при условии, что источники ЭДС и тока заменены их внутренними сопротивлениями.

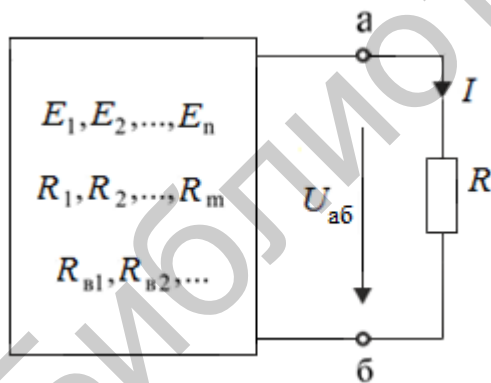


Рис. 53

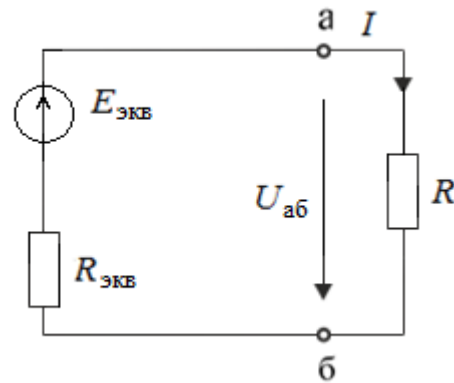


Рис. 54

При расчёте электрических цепей методом эквивалентного генератора целесообразно придерживаться следующего алгоритма:

1. Произвести разрыв ветви, ток в которой требуется определить.

2. Определить сопротивление между точками разрыва, заменив источники электрической энергии короткозамкнутой перемычкой (для источника ЭДС) и разрывом (для источника тока).

3. Определить напряжение между точками разрыва ветви.

4. Определить ток в ветви по формулам в соответствии с точками разрыва (рис. 55):

$$1) \text{ разрыв в точках } \mathbf{a} \text{ и } \mathbf{б}: I_1 = \frac{E_{\text{ЭКВ}}}{R_{\text{ЭКВ}}} = \frac{U_{\mathbf{аб}}}{R_{\mathbf{аб}}};$$

$$2) \text{ разрыв в точках } \mathbf{a} \text{ и } \mathbf{в}: I_1 = \frac{E_{\text{ЭКВ}} \pm E_1}{R_{\text{ЭКВ}}} = \frac{U_{\mathbf{ав}} \pm E_1}{R_{\mathbf{ав}}};$$

$$3) \text{ разрыв в точках } \mathbf{a} \text{ и } \mathbf{г}: I_1 = \frac{E_{\text{ЭКВ}} \pm E_1}{R_{\text{ЭКВ}} + R_{i1}} = \frac{U_{\mathbf{аг}} \pm E_1}{R_{\mathbf{аг}} + R_{i1}};$$

$$4) \text{ разрыв в точках } \mathbf{в} \text{ и } \mathbf{г}: I_1 = \frac{E_{\text{ЭКВ}}}{R_{\text{ЭКВ}} + R_{i1}} = \frac{U_{\mathbf{вг}}}{R_{\mathbf{вг}} + R_{i1}}.$$

Пример 24. В схеме электрической цепи, приведенной на рис. 56, найти ток I_2 методом эквивалентного генератора, если $R_1 = R_2 = R_3 = 1 \text{ Ом}$; $E_1 = 10 \text{ В}$; $E_2 = 2 \text{ В}$.

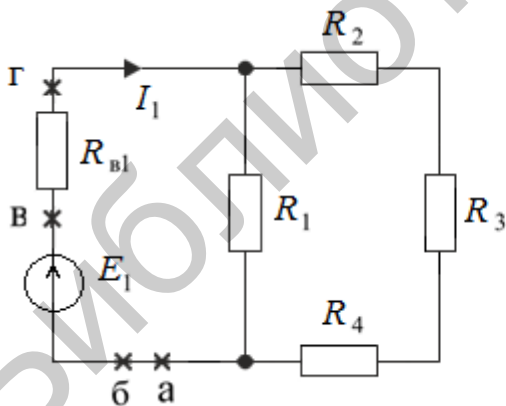


Рис. 55

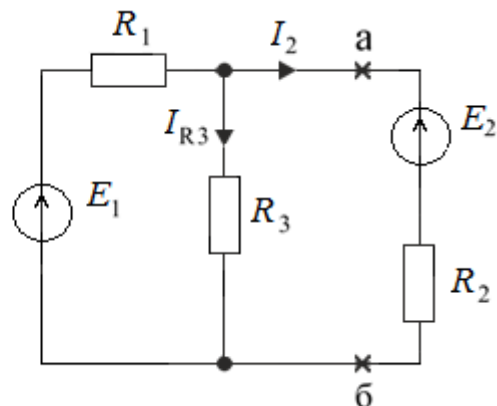


Рис. 56

Решение. Разорвём ветвь схемы электрической цепи в точках **а** и **б**. Ток

$$I_2 = \frac{E_{\text{ЭКВ}} - E_2}{R_{\text{ЭКВ}} + R_2}.$$

Сопротивление между точками разрыва

$$R_{\text{экв}} = R_{\text{аб}} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{1 \cdot 1}{1 + 1} = 0,5 \text{ Ом.}$$

Напряжение между точками разрыва $E_{\text{экв}} = U_{\text{аб}} = \varphi_a - \varphi_b$, но

$$\varphi_b = \varphi_a - I_{R_3} \cdot R_3 = \varphi_a - \frac{E_1}{R_1 + R_3} \cdot R_3,$$

тогда $E_{\text{экв}} = U_{\text{аб}} = \varphi_a - \varphi_b + \frac{E_1}{R_1 + R_3} \cdot R_3 = \frac{10}{1 + 1} = 5 \text{ В.}$

Таким образом, ток $I_2 = \frac{U_{\text{аб}} - E_2}{R_{\text{аб}} + R_2} = \frac{5 - 2}{1 + 0,5} = 2 \text{ А.}$

Пример 25. Определить показание вольтметра в схеме (рис. 57), приняв внутреннее сопротивление вольтметра равным бесконечности, если $E_1 = 1,6 \text{ В}$; $R_1 = 1,8 \text{ Ом}$; $R_2 = 4 \text{ Ом}$; $R_3 = 8 \text{ Ом}$; $R_4 = 6 \text{ Ом}$; $R_5 = 7 \text{ Ом}$.

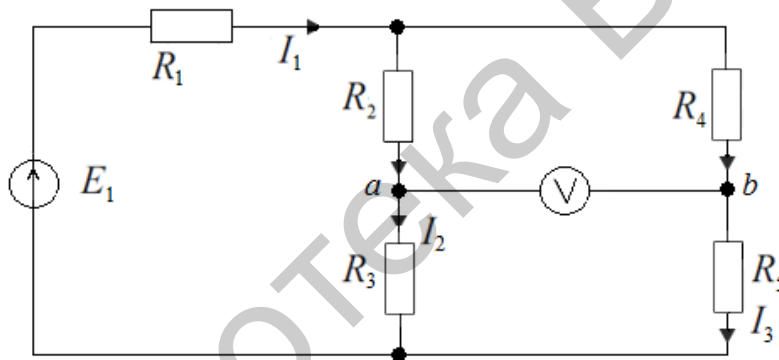


Рис. 57

Решение. Определяем эквивалентное сопротивление схемы относительно источника ЭДС E_1 :

$$R_{\text{экв}} = R_1 + \frac{(R_2 + R_3) \cdot (R_4 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 8,04 \text{ Ом}$$

и ток $I_1 = \frac{E_1}{R_{\text{экв}}} = 0,199 \text{ А.}$

Определяем токи I_2 и I_3 :

$$I_2 = I_1 \cdot \frac{R_4 + R_5}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 0,096 \text{ А}; \quad I_3 = I_1 - I_2 = 0,103 \text{ А.}$$

Для определения показания вольтметра определяем напряжение U_{ab} :

$$-R_2 \cdot I_2 + R_4 \cdot I_3 - U_{ab} = 0; U_{ab} = R_4 \cdot I_3 - R_2 \cdot I_2 = 0,234 \text{ В.}$$

Пример 26. Определить показание амперметра в схеме (рис. 58), принять внутреннее сопротивление амперметра равным нулю, если $E_1 = 1,6 \text{ В}$; $R_1 = 1,8 \text{ Ом}$; $R_2 = 4 \text{ Ом}$; $R_3 = 8 \text{ Ом}$; $R_4 = 6 \text{ Ом}$; $R_5 = 7 \text{ Ом}$.

Решение. Определяем эквивалентное сопротивление схемы относительно источника ЭДС E_1 :

$$R_{\text{эКВ}} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} + \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_5} = 7,93 \text{ Ом.}$$

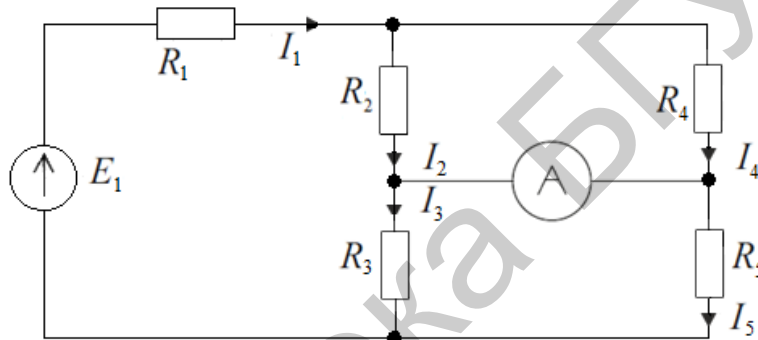


Рис. 58

Определяем эквивалентное сопротивление схемы относительно источника ЭДС E_1 :

$$R_{\text{эКВ}} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} + \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_5} = 7,93 \text{ Ом.}$$

Тогда ток
$$I_1 = \frac{E_1}{R_{\text{эКВ}}} = 0,227 \text{ А.}$$

Определяем I_2 и I_3 по формулам

$$I_2 = I_1 \cdot \frac{R_4}{R_2 + R_4} = 0,136 \text{ А}; I_3 = I_1 \cdot \frac{R_5}{R_3 + R_5} = 0,106 \text{ А.}$$

Ток амперметра равен разности I_2 и I_3 :

$$I_A = I_2 - I_3 = 0,04 \text{ А.}$$

Пример 27. Для цепи рис. 59 заданы параметры: $E_5 = 1 \text{ В}$, $J = 1 \text{ А}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_4 = 30 \text{ Ом}$, $R_5 = 5 \text{ Ом}$. Найти ток I_5 методом эквивалентного генератора напряжения.

Решение. Определим ток в сопротивлении методом эквивалентного генератора напряжения

$$I_5 = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + R_5}.$$

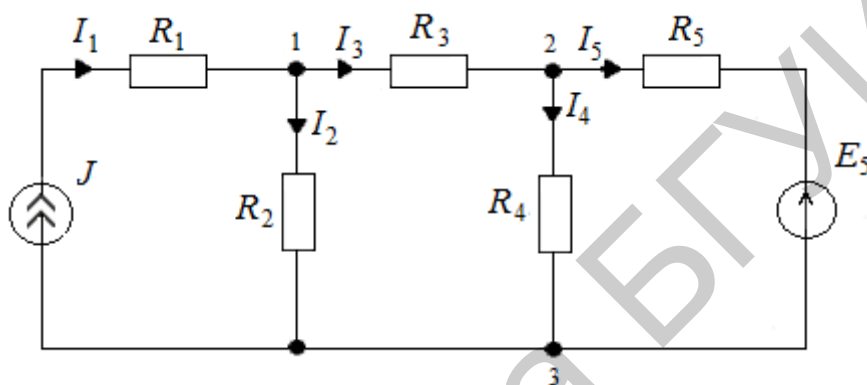


Рис. 59

Определим напряжение холостого хода по схеме (рис. 60):

$$I'_4 = J \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4} = 1 \cdot \frac{10}{60} = \frac{1}{6} \text{ А}.$$

$$U_{\text{х.х}} = I'_4 R_4 - E_5 = \frac{1}{6} \cdot 30 - 1 = 4 \text{ В} = E_{\Gamma}.$$

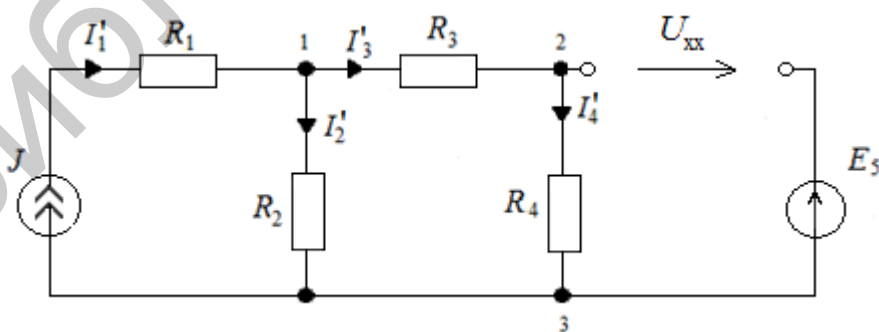


Рис. 60

Определим внутреннее сопротивление генератора по схеме (рис. 61).

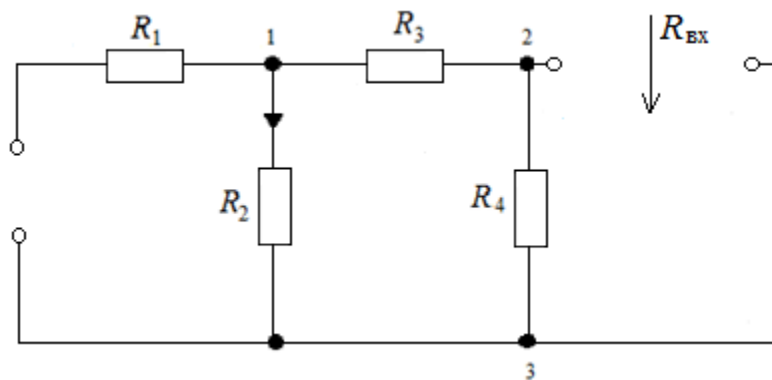


Рис. 61

$$R_{\text{вх}} = \frac{(R_2 + R_3) \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{30 \cdot 30}{60} = 15 \text{ Ом} = R_{\Gamma}.$$

Тогда искомый ток $I_5 = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + R_5} = \frac{4}{15 + 5} = 0,2 \text{ А}.$

Пример 28. Для цепи рис. 62 заданы параметры: $E_1 = 10 \text{ В}$; $E_2 = 20 \text{ В}$; $J_0 = 1 \text{ А}$; $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 5 \text{ Ом}$; $R_3 = 5 \text{ Ом}$; $R_4 = 20 \text{ Ом}$. Найти ток I_3 методом эквивалентного генератора напряжения.

Решение. Необходимо электрическую цепь привести к виду (рис. 63).

Тогда ток определим по формуле $I_3 = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + R_3}.$

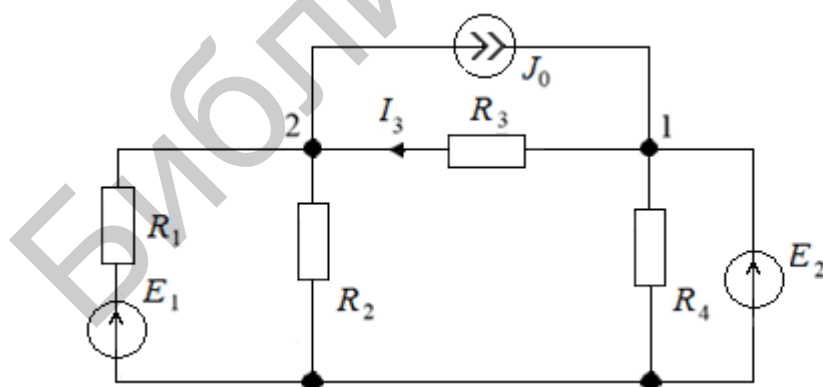


Рис. 62

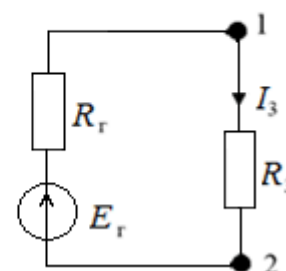


Рис. 63

Для определения E_{Γ} в исходной цепи исключаем R_3 . Получим схему (рис. 64).

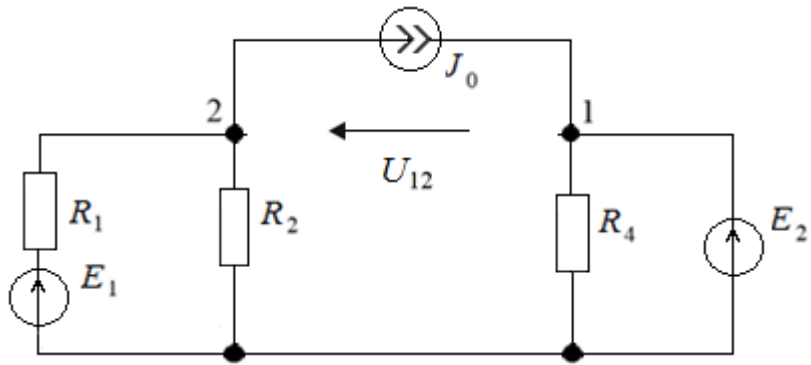


Рис. 64

Определим напряжение $U_{12} = E_{\Gamma}$. Для этого преобразуем источник тока

J_0 в источник ЭДС E_{02} (рис. 65, 66). При этом $E_{02} = J_0 \cdot R_2 = 1 \cdot 5 = 5$ В.

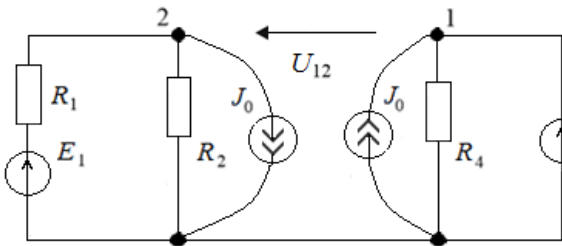


Рис. 65

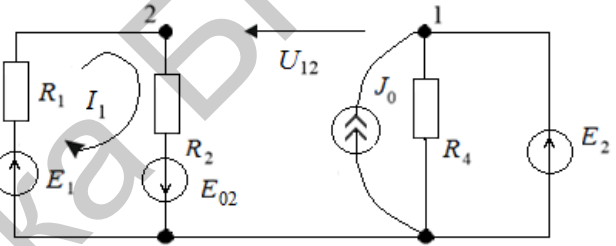


Рис. 66

В последней схеме определим ток I_1 :

$$I_1 = \frac{E_1 + E_{02}}{R_1 + R_2} = \frac{10 + 5}{10 + 5} = 1 \text{ А.}$$

Тогда $E_{\Gamma} = U_{12} = E_2 + E_{02} - I_1 \cdot R_2 = 20 + 5 - 1 \cdot 5 = 20$ В.

Для определения R_{Γ} из схемы (см. рис. 62) исключим источники. Получим пассивную цепь (рис. 67). Сопротивление между точками 1 и 2 будет равно

$$R_{\Gamma} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 5}{10 + 5} = \frac{50}{15} = \frac{10}{3} \text{ Ом.}$$

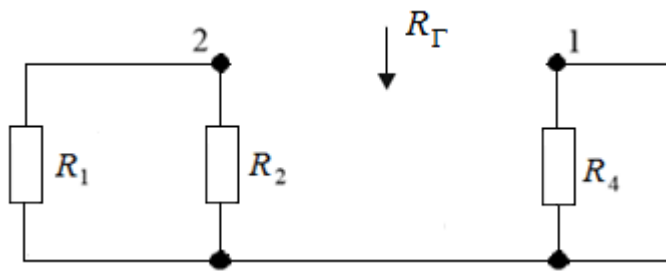


Рис. 67

Искомый ток I_3 будет равен

$$I_3 = \frac{E_\Gamma}{R_\Gamma + R_3} = \frac{20}{\frac{10}{3} + 5} = \frac{20 \cdot 3}{10 + 15} = \frac{60}{25} = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ А.}$$

1.9. Задачи для самостоятельного решения

1. Найти эквивалентное сопротивление на зажимах ab схемы электрической цепи (рис. 68), если $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$; $R_2 = 9 \text{ Ом}$; $R_3 = 5 \text{ Ом}$.

2. Найти эквивалентное сопротивление на зажимах ab схемы электрической цепи (рис. 69), если $R_1 = 2,5 \text{ Ом}$; $R_2 = 2 \text{ Ом}$; $R_3 = 6 \text{ Ом}$; $R_4 = 1,5 \text{ Ом}$; $R_5 = 3 \text{ Ом}$.

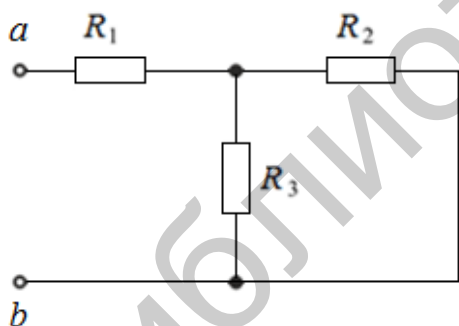


Рис. 68

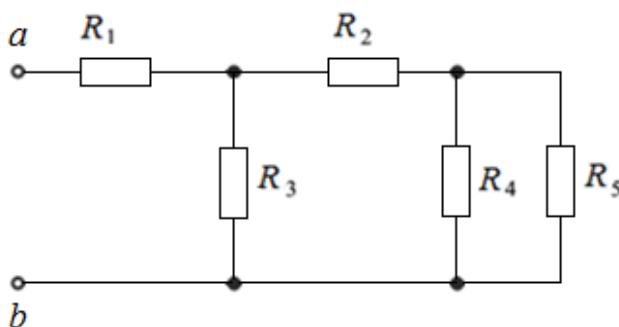


Рис. 69

3. Найти эквивалентное сопротивление на зажимах ab и cd схемы электрической цепи (рис. 70), если $R_1 = R_3 = 15 \text{ Ом}$; $R_4 = R_6 = 20 \text{ Ом}$; $R_2 = R_5 = 17,5 \text{ Ом}$; $R_7 = 12 \text{ Ом}$.

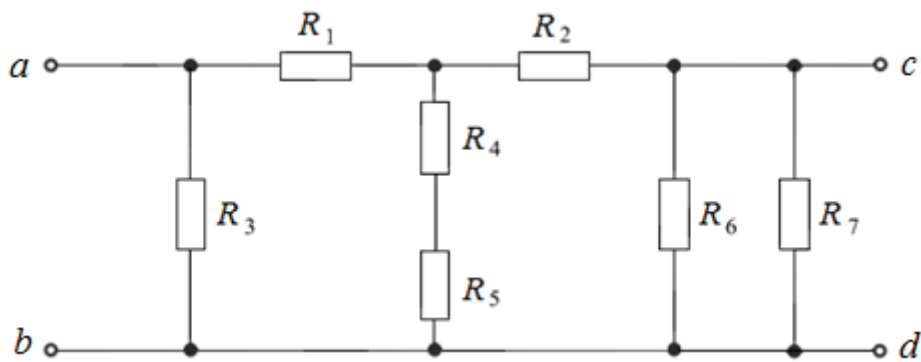


Рис. 70

4. Найти эквивалентное сопротивление R_{ab} схемы электрической цепи (рис. 71), если $R_1 = R_3 = R_9 = 5 \text{ Ом}$; $R_2 = R_4 = R_7 = 6 \text{ Ом}$; $R_6 = R_8 = R_{11} = 10 \text{ Ом}$; $R_5 = R_{10} = 4 \text{ Ом}$.

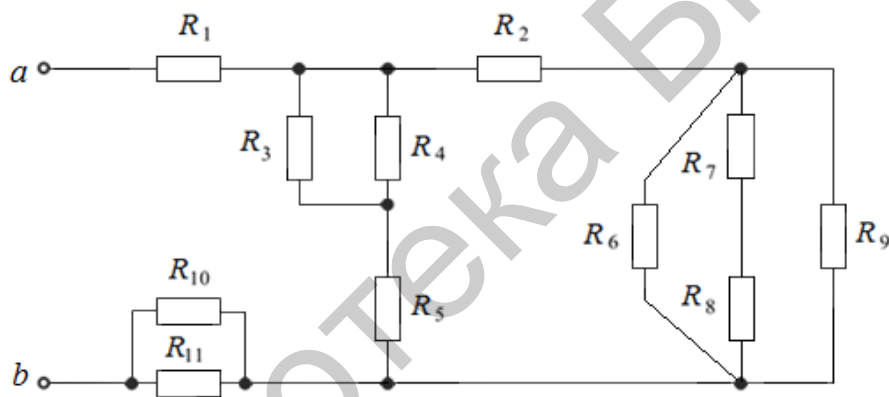


Рис. 71

5. В схеме на рис. 72 определить сопротивление схемы относительно точек $1-1'$, если $R_1 = R_3 = R_4 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = 3 \text{ Ом}$; $R_5 = R_6 = R_8 = R_{10} = 2 \text{ Ом}$; $R_7 = 4 \text{ Ом}$, $R_9 = 6 \text{ Ом}$, $R_{11} = 0,5 \text{ Ом}$.

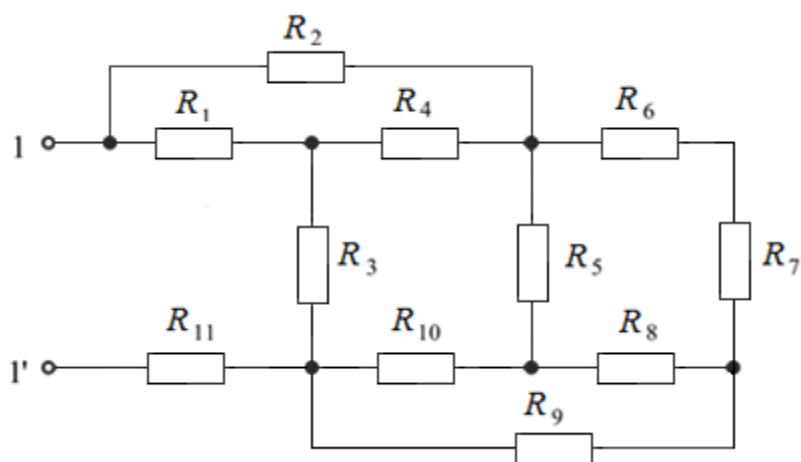


Рис. 72

6. Для цепи (рис. 73) определить эквивалентное входное сопротивление между зажимами 1 и 1' при холостом ходе $R_{x,x}$ (зажимы 2–2' замкнуты). Сопротивление резисторов: $R_1 = 160 \text{ Ом}$, $R_2 = 40 \text{ Ом}$, $R_3 = 120 \text{ Ом}$, $R_4 = 40 \text{ Ом}$.

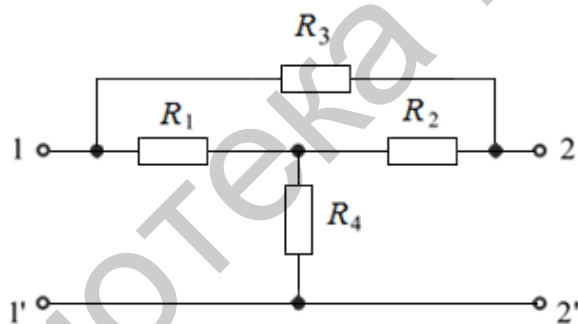


Рис. 73

7. Для цепи (рис. 74) определить коэффициент передачи $K = \frac{U_2}{U_1}$, если $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$; $R_3 = 15 \text{ Ом}$; $R_4 = 16 \text{ Ом}$; $R_5 = 30 \text{ Ом}$; $R_6 = R_7 = 10 \text{ Ом}$; $R_8 = 6 \text{ Ом}$.

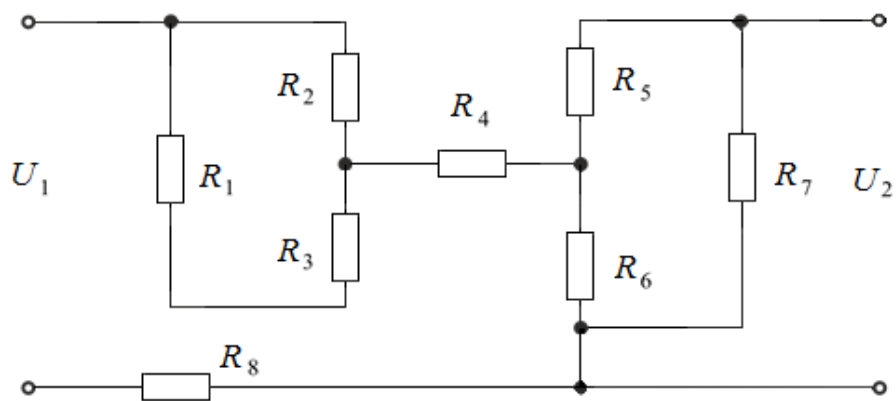


Рис. 74

8. Катушки L_1 , L_2 и L_3 (рис. 75) не связаны индуктивно. Определить эквивалентную индуктивность $L_{\text{экв}0}$, $L_{\text{экв}1}$ и $L_{\text{экв}2}$ для положений 0, 1 и 2 ключа K , если $L_1 = 320$ мГн, $L_2 = 130$ мГн, $L_3 = 450$ мГн.

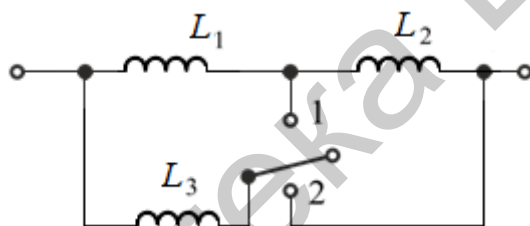


Рис. 75

9. Найти значения «звезды» сопротивлений R_1 , R_2 и R_3 (рис. 76), если известны значения «треугольника» сопротивлений $R_{12} = 2$ Ом, $R_{13} = 3$ Ом, $R_{32} = 5$ Ом.

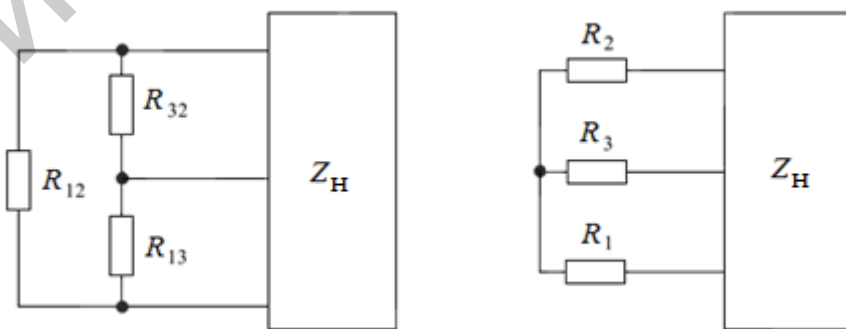


Рис. 76

10. Определить эквивалентное сопротивление R_3 электрической цепи (рис. 77) относительно зажимов источника ЭДС E_1 , если $E_1 = 15$ В; $R_1 = R_2 = 2$ Ом; $R_3 = 3$ Ом; $R_4 = 4$ Ом; $R_5 = 5$ Ом; $R_6 = 1$ Ом.

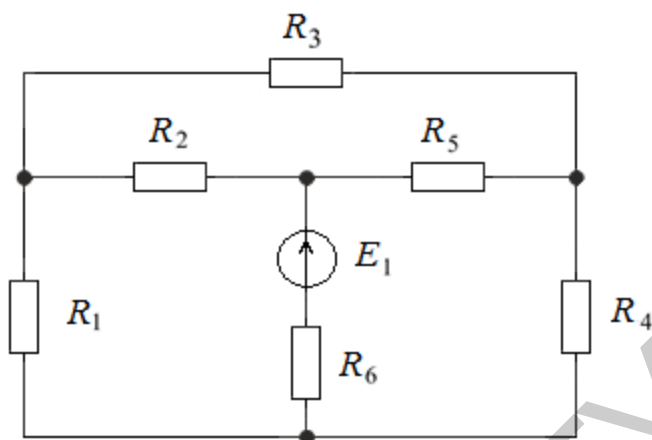


Рис. 77

11. Определить ток I_2 МП для электрической цепи (рис. 78), если $E_1 = 20$ В; $E_2 = 30$ В; $R_1 = 53$ Ом; $R_2 = 43$ Ом; $R_3 = 30$ Ом; $R_4 = 25$ Ом; $R_5 = 50$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 2$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

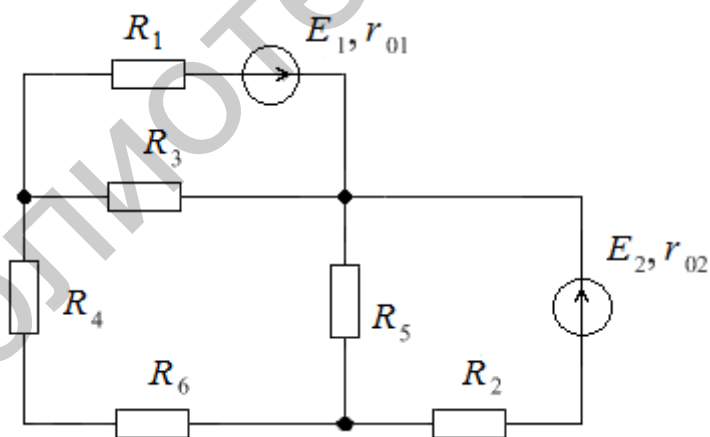


Рис. 78

12. Определить ток I_2 МП для электрической цепи (рис. 79), если $E_1 = 40$ В; $E_2 = 30$ В; $R_1 = 55$ Ом; $R_2 = 22$ Ом; $R_3 = 47$ Ом; $R_4 = 36$ Ом; $R_5 = 62$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

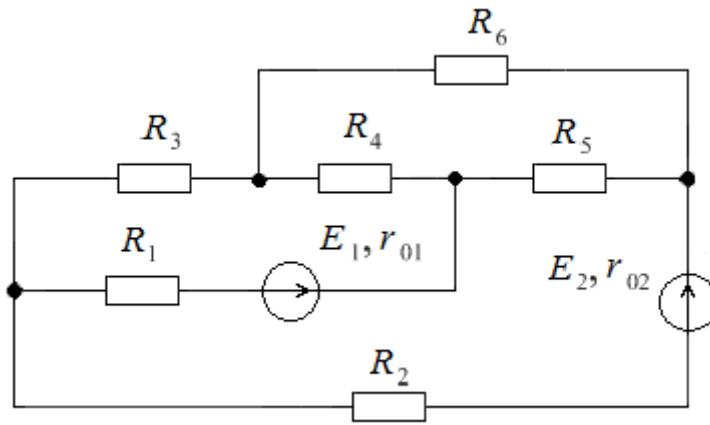


Рис. 79

13. Определить ток I_2 МП для электрической цепи (рис. 80), если $E_1 = 20$ В; $E_2 = 30$ В; $R_1 = 64$ Ом; $R_2 = 43$ Ом; $R_3 = 30$ Ом; $R_4 = 25$ Ом; $R_5 = 50$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

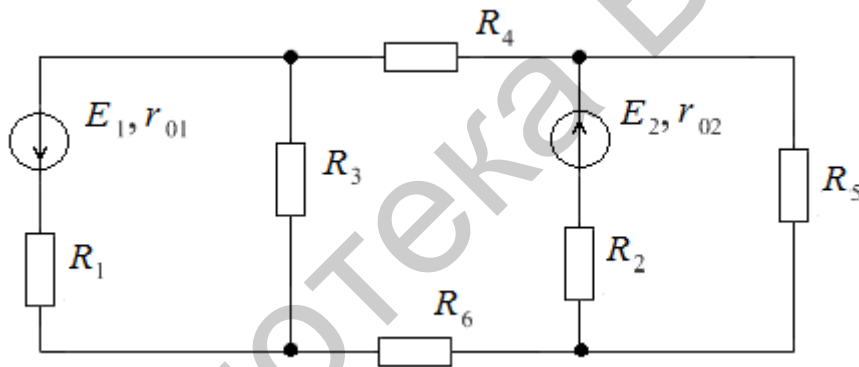


Рис. 80

14. Определить ток I_6 МП для электрической цепи (рис. 81), если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 40$ В; $R_1 = 29$ Ом; $R_2 = 63$ Ом; $R_3 = 45$ Ом; $R_4 = 35$ Ом; $R_5 = 50$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 2$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

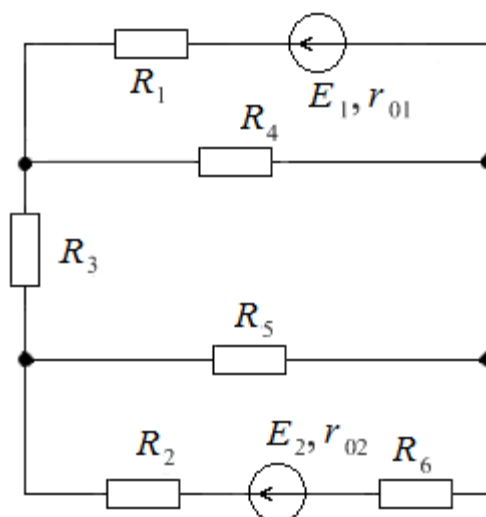


Рис. 81

15. Методом преобразований определить ток I_2 в электрической цепи (рис. 82), если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 20$ В; $R_1 = 44$ Ом; $R_2 = 54$ Ом; $R_3 = 30$ Ом; $R_4 = 25$ Ом; $R_5 = 60$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 1$ Ом.

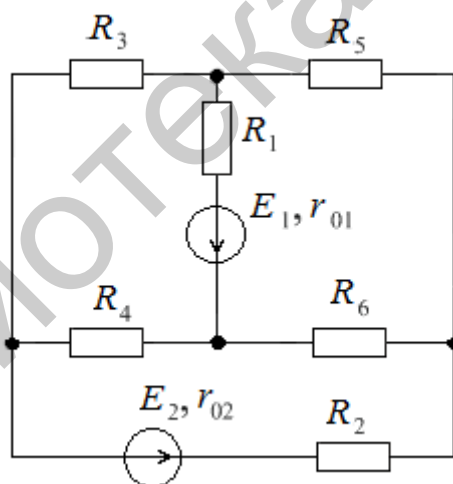


Рис. 82

16. Для электрической цепи (рис. 83) составить систему уравнений для токов в ветвях с помощью уравнений Кирхгофа, если $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1$ Ом, $E_1 = E_2 = 20$ В, $E_3 = 30$ В, $R_{i1} = R_{i2} = R_{i3} = 0,5$ Ом.

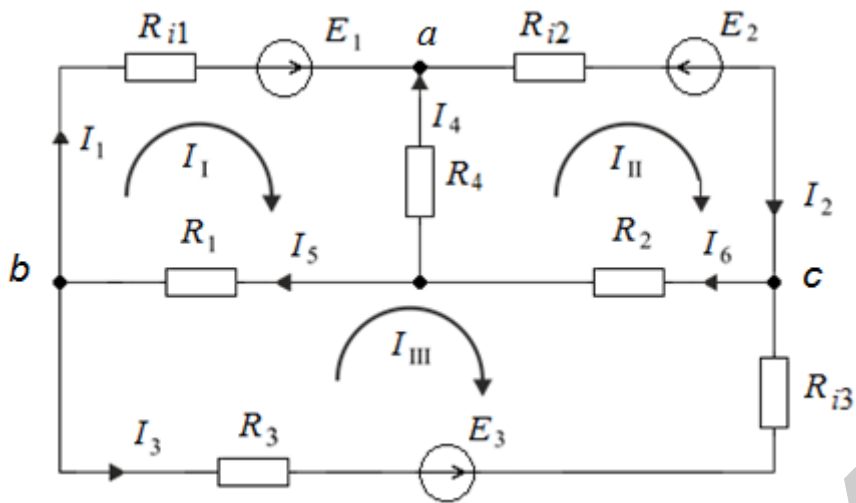


Рис. 83

17. В электрической цепи (рис. 84) произвести эквивалентные преобразования сопротивлений и для преобразованной схемы составить систему уравнений для токов в ветвях по законам Кирхгофа, если $E_1 = 10$ В, $E_2 = 20$ В, $R_1 = R_3 = R_5 = R_7 = R_9 = R_{11} = R_{13} = 1$ Ом, $R_2 = R_4 = R_6 = R_8 = R_{10} = R_{12} = R_{14} = 2$ Ом.

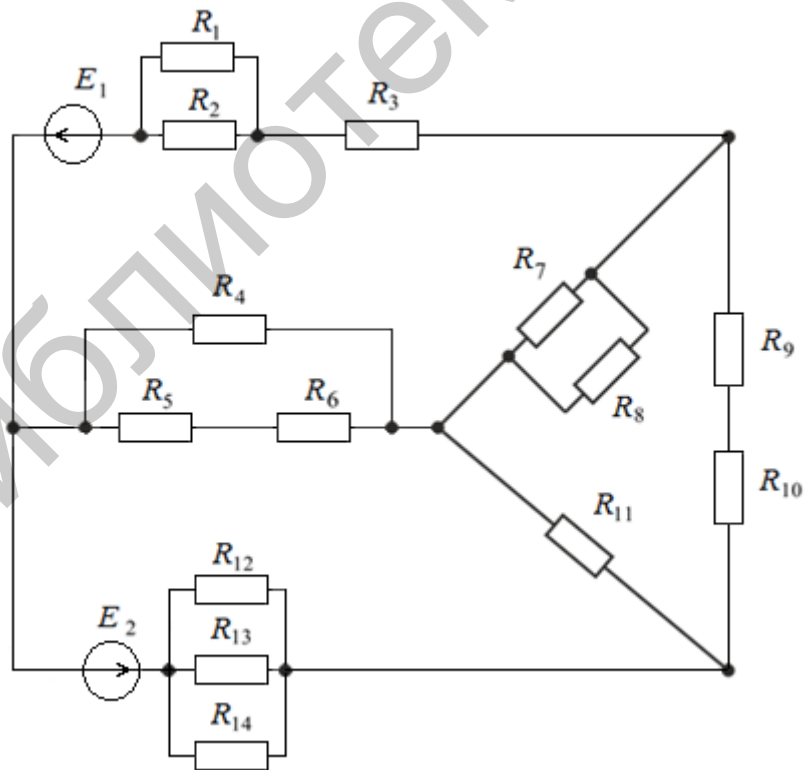


Рис. 84

18. В электрической цепи (рис. 85) $E_1 = 50$ В; $E_2 = 10$ В; $R_{i1} = 0,4$ Ом; $R_{i2} = 1$ Ом; $R_1 = 3$ Ом; $R_2 = R_3 = 2$ Ом. Определить токи в ветвях методом уравнений Кирхгофа.

19. На рис. 86 $E_1 = 80$ В, $E_2 = 64$ В, $R_1 = 6$ Ом, $R_2 = R_3 = 4$ Ом. Найти токи в ветвях схемы методом уравнений Кирхгофа.

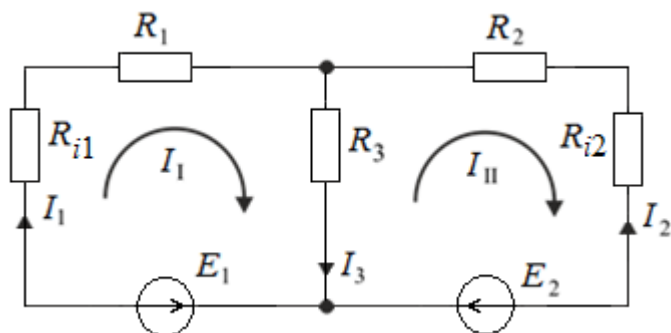


Рис. 85

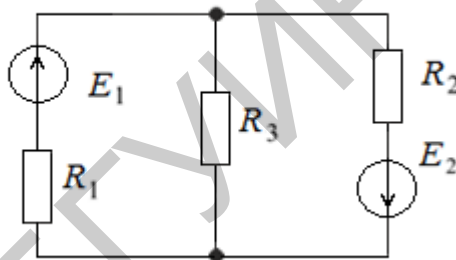


Рис. 86

20. В схеме (рис. 87) $E_1 = 20$ В; $E_2 = 1,1$ В; $R_1 = 0,2$ Ом; $R_2 = R_5 = 5$ Ом; $R_3 = 7$ Ом; $R_4 = 0,4$ Ом. Определить токи в ветвях методом уравнений Кирхгофа.

21. Методом уравнений Кирхгофа определить токи во всех ветвях электрической цепи (рис. 88), если $E_1 = 25$ В; $E_2 = 110$ В; $E_3 = 10$ В; $R_1 = 20$ Ом; $R_2 = 10$ Ом; $R_3 = R_4 = 5$ Ом; $R_5 = 6$ Ом.

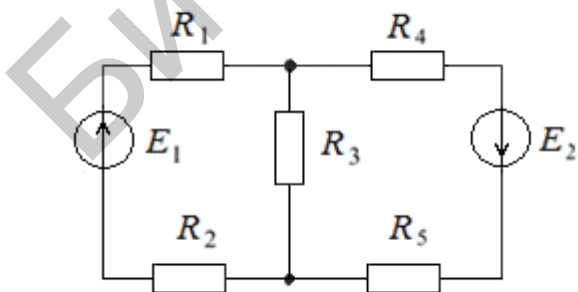


Рис. 87

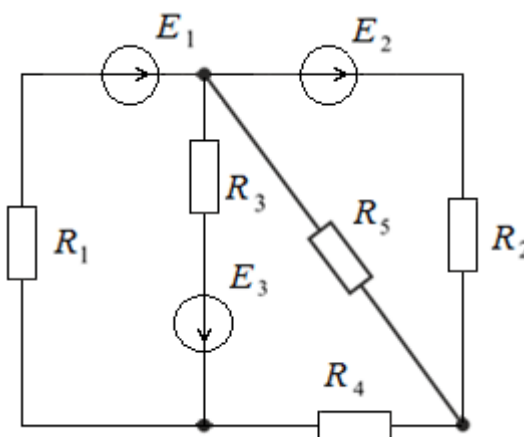


Рис. 88

22. Методом уравнений Кирхгофа определить токи во всех ветвях электрической цепи (рис. 89), если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 20$ В; $R_1 = 44$ Ом; $R_2 = 54$ Ом; $R_3 = 30$ Ом; $R_4 = 25$ Ом; $R_5 = 60$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 1$ Ом.

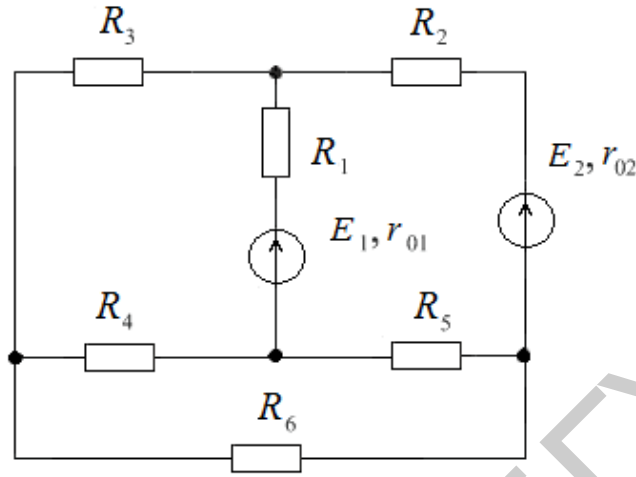


Рис. 89

23. Методом уравнений Кирхгофа определить токи во всех ветвях электрической цепи (рис. 90), если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 40$ В; $R_1 = 17$ Ом; $R_2 = 63$ Ом; $R_3 = 35$ Ом; $R_4 = 40$ Ом; $R_5 = 25$ Ом; $R_6 = 50$ Ом; $r_{01} = 3$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

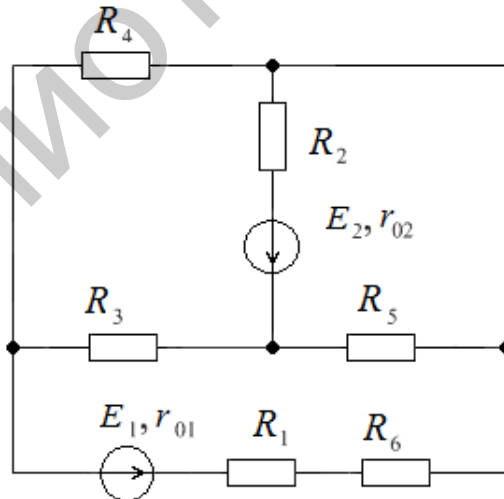


Рис. 90

24. Методом уравнений Кирхгофа определить токи во всех в ветвях электрической цепи (рис. 91), если $E_1 = 20$ В; $E_2 = 40$ В; $R_1 = 64$ Ом; $R_2 = 48$ Ом; $R_3 = 30$ Ом; $R_4 = 25$ Ом; $R_5 = 51$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

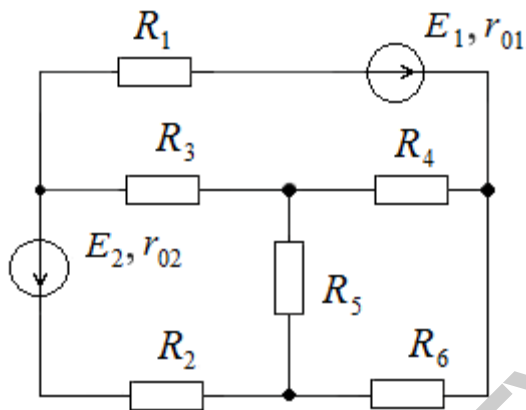


Рис. 91

25. Методом уравнений Кирхгофа определить токи во всех ветвях электрической цепи (рис. 92), если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 40$ В; $R_1 = 28$ Ом; $R_2 = 63$ Ом; $R_3 = 45$ Ом; $R_4 = 35$ Ом; $R_5 = 50$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 2$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

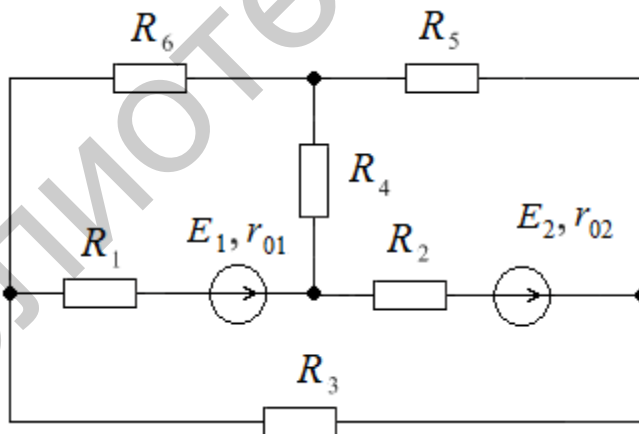


Рис. 92

26. Методом уравнений Кирхгофа определить токи во всех ветвях электрической цепи (рис. 93), если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 40$ В; $R_1 = 17$ Ом; $R_2 = 63$ Ом; $R_3 = 35$ Ом; $R_4 = 40$ Ом; $R_5 = 25$ Ом; $R_6 = 50$ Ом; $r_{01} = 3$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

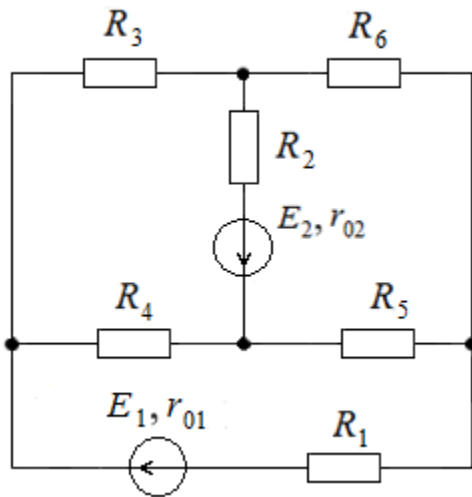


Рис. 93

27. Найти токи в ветвях схемы (рис. 94) методом контурных токов, если $R_1 = R_4 = 5 \text{ Ом}$; $R_3 = R_5 = 2 \text{ Ом}$; $R_2 = R_6 = 10 \text{ Ом}$; $R_7 = 8 \text{ Ом}$; $E_1 = E_2 = 10 \text{ В}$; $E_3 = 8 \text{ Ом}$.

28. В мостовой схеме (рис. 95) методом контурных токов определить токи в ветвях, если $J = 1 \text{ А}$; $E_1 = 1 \text{ В}$; $R_1 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = 2 \text{ Ом}$; $R_3 = R_6 = 3 \text{ Ом}$; $R_4 = 4 \text{ Ом}$; $R_5 = 6 \text{ Ом}$.

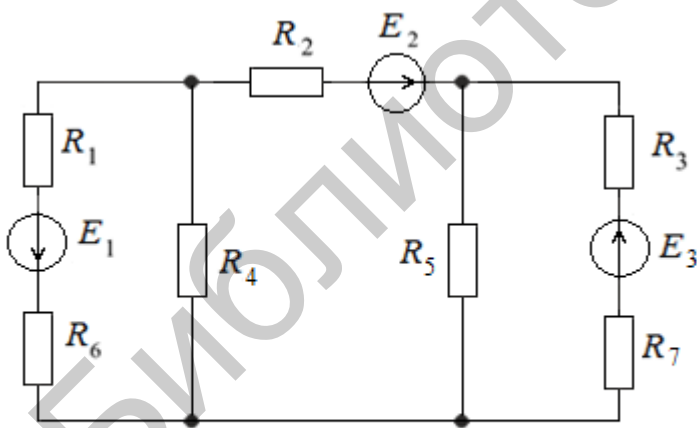


Рис. 94

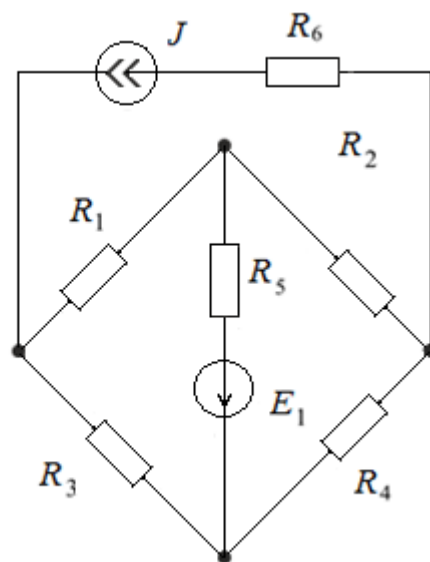


Рис. 95

29. Найти токи в ветвях схемы (рис. 96) методом контурных токов, если $J = 1 \text{ A}$; $R_1 = 5 \text{ Ом}$; $R_2 = 8 \text{ Ом}$; $R_3 = 2 \text{ Ом}$; $E_1 = 16 \text{ В}$; $E_2 = 4 \text{ В}$. Проверить выполнение баланса мощностей.

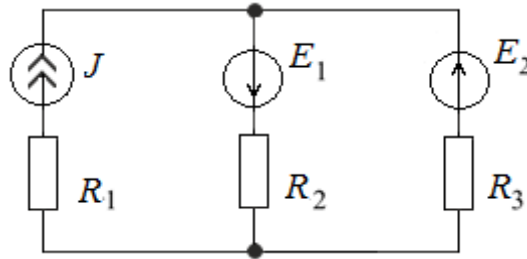


Рис. 96

30. В схеме (рис. 97) $E_1 = 70 \text{ В}$; $E_2 = 5 \text{ В}$; $E_3 = 15 \text{ В}$; $E_4 = 10 \text{ В}$; $R_1 = R_4 = 5 \text{ Ом}$; $R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом}$; $R_5 = 3 \text{ Ом}$. Определить токи в ветвях методом контурных токов.

31. В схеме (рис. 98) $J_1 = 4 \text{ A}$, $J_2 = 1 \text{ A}$, $E_1 = 500 \text{ В}$, $E_2 = 200 \text{ В}$, $R_1 = 360 \text{ Ом}$, $R_2 = 620 \text{ Ом}$, $R_3 = 450 \text{ Ом}$, $R_4 = 280 \text{ Ом}$, $R_5 = 790 \text{ Ом}$, $R_6 = 520 \text{ Ом}$. Определить токи в ветвях методом контурных токов.

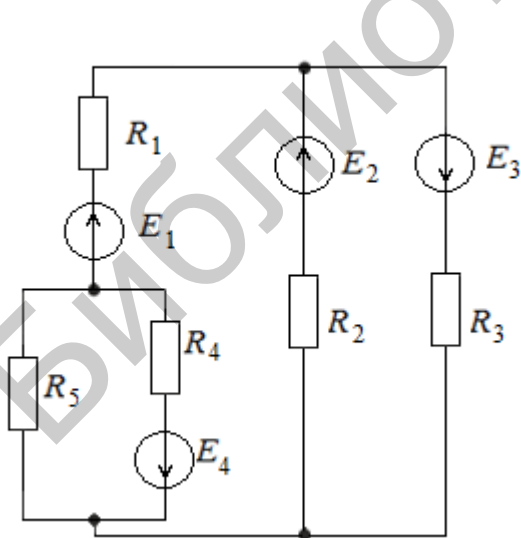


Рис. 97

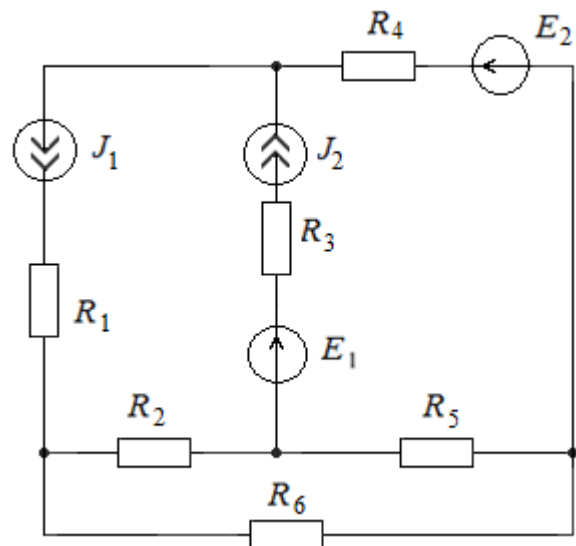


Рис. 98

32. Определить все токи ветвей методом контурных токов в электрической цепи (рис. 99), если $E_1 = 40$ В; $E_2 = 20$ В; $R_1 = 33$ Ом; $R_2 = 54$ Ом; $R_3 = 25$ Ом; $R_4 = 40$ Ом; $R_5 = 15$ Ом; $R_6 = 60$ Ом; $r_{01} = 2$ Ом; $r_{02} = 1$ Ом.

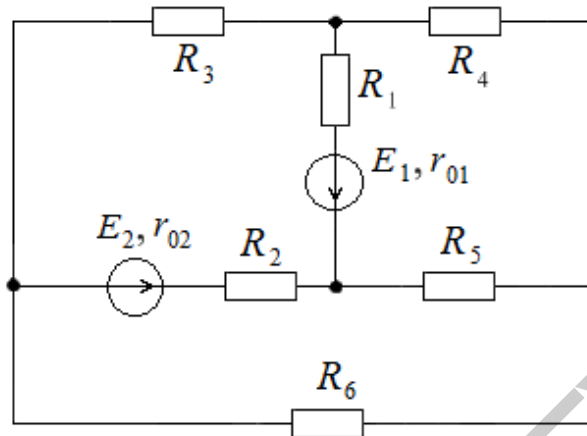


Рис. 99

33. Определить все токи методом контурных токов в электрической цепи (рис. 100), если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 40$ В; $R_1 = 17$ Ом; $R_2 = 63$ Ом; $R_3 = 35$ Ом; $R_4 = 40$ Ом; $R_5 = 25$ Ом; $R_6 = 50$ Ом; $r_{01} = 3$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

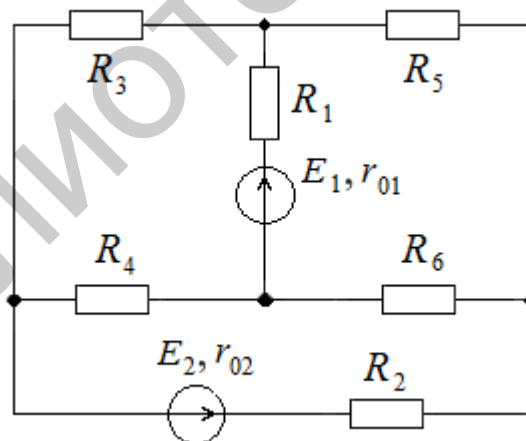


Рис. 100

34. Определить все токи методом контурных токов в электрической цепи (рис. 101), если $E_1 = 40$ В; $E_2 = 30$ В; $R_1 = 49$ Ом; $R_2 = 23$ Ом; $R_3 = 40$ Ом; $R_4 = 35$ Ом; $R_5 = 60$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

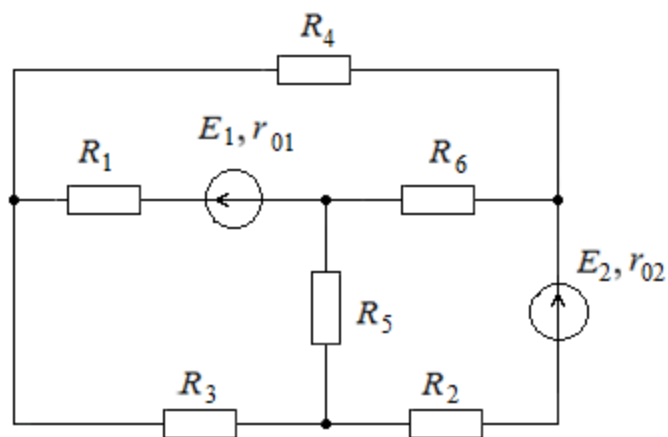


Рис. 101

35. Определить все токи методом контурных токов в электрической цепи (рис. 102), если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 40$ В; $R_1 = 28$ Ом; $R_2 = 63$ Ом; $R_3 = 45$ Ом; $R_4 = 35$ Ом; $R_5 = 50$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 2$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

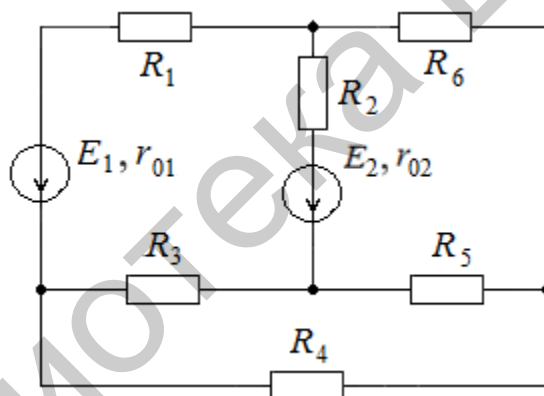


Рис. 102

36. Определить все токи методом контурных токов в электрической цепи (рис. 103), если $E_1 = 40$ В; $E_2 = 20$ В; $R_1 = 38$ Ом; $R_2 = 49$ Ом; $R_3 = 25$ Ом; $R_4 = 40$ Ом; $R_5 = 15$ Ом; $R_6 = 60$ Ом; $r_{01} = 2$ Ом; $r_{02} = 1$ Ом.

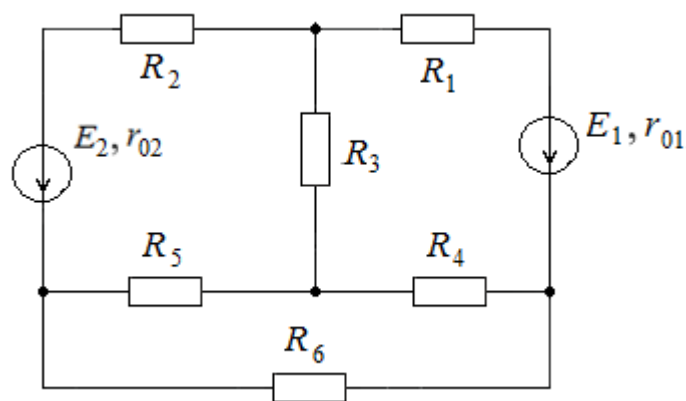


Рис. 103

37. Определить токи в ветвях электрической цепи (рис. 104) методом наложения, если $E_1 = 6 \text{ В}$, $E_2 = 4 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 1 \text{ Ом}$.

38. Определить токи в ветвях схемы (рис. 105) методом наложения, если $J = 5 \text{ А}$, $E = 20 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 4 \text{ Ом}$.

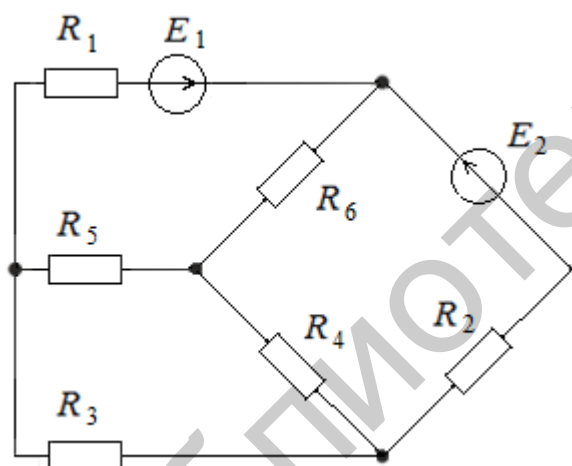


Рис. 104

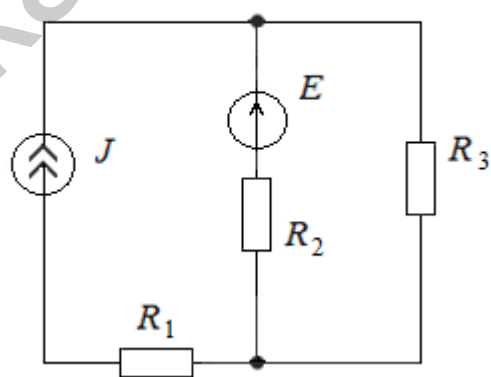


Рис. 105

39. Определить токи в ветвях схемы (рис. 106) методом наложения, если $E_1 = 1,5 \text{ В}$; $E_2 = 4,5 \text{ В}$; $E_3 = 3,5 \text{ В}$; $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$; $R_2 = 0,4 \text{ Ом}$; $R_3 = 0,1 \text{ Ом}$; $R_4 = 10 \text{ Ом}$; $R_5 = 15 \text{ Ом}$; $R_6 = 2 \text{ Ом}$.

40. В электрической схеме (рис. 107) $E_1 = 70 \text{ В}$; $R_{i1} = 0,5 \text{ Ом}$; $E_2 = 120 \text{ В}$; $R_{i2} = 0,6 \text{ Ом}$; $R_1 = 12 \text{ Ом}$; $R_2 = 28 \text{ Ом}$; $R_3 = 26,5 \text{ Ом}$; $R_4 = 9,4 \text{ Ом}$. Методом наложения определить токи в ветвях схемы.

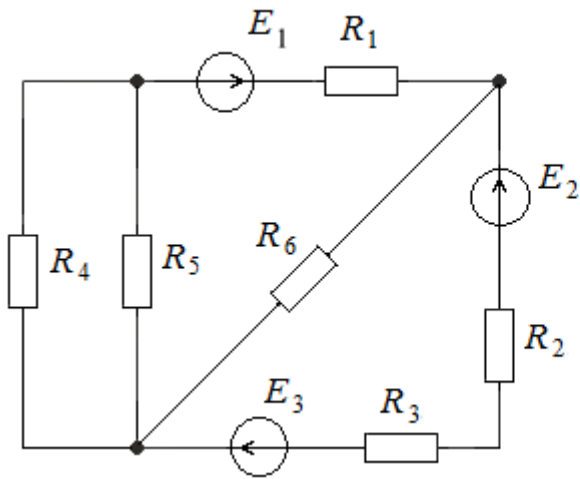


Рис. 106

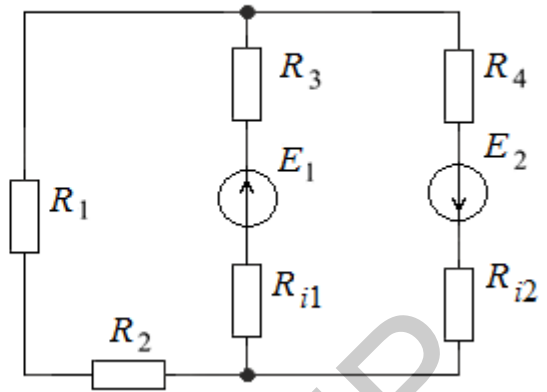


Рис. 107

41. Определить токи в ветвях схемы (рис. 108) методом наложения, если $E_1 = 10 \text{ В}$; $E_2 = 2 \text{ В}$; $E_3 = 6 \text{ В}$, $R_1 = 5,5 \text{ Ом}$; $R_2 = 3 \text{ Ом}$; $R_3 = 1,5 \text{ Ом}$; $R_4 = R_5 = 5 \text{ Ом}$; $R_6 = 4,5 \text{ Ом}$; $R_7 = 2 \text{ Ом}$.

42. Методом наложения определить токи в ветвях схемы (рис. 109), если $E_1 = 100 \text{ В}$; $E_2 = 30 \text{ В}$; $E_3 = 10 \text{ В}$; $E_4 = 6 \text{ В}$; $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = 15 \text{ Ом}$; $R_4 = 7 \text{ Ом}$; $R_5 = 5 \text{ Ом}$.

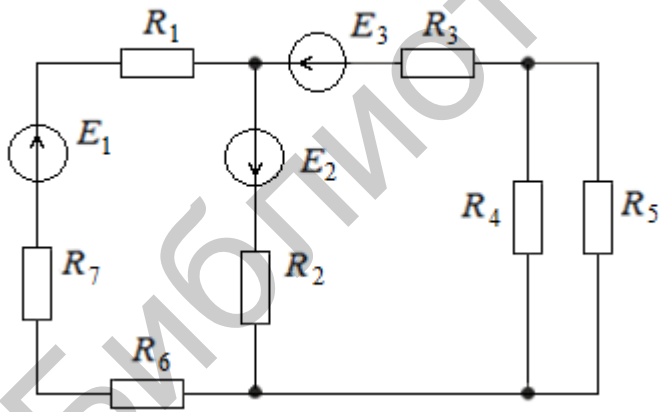


Рис. 108

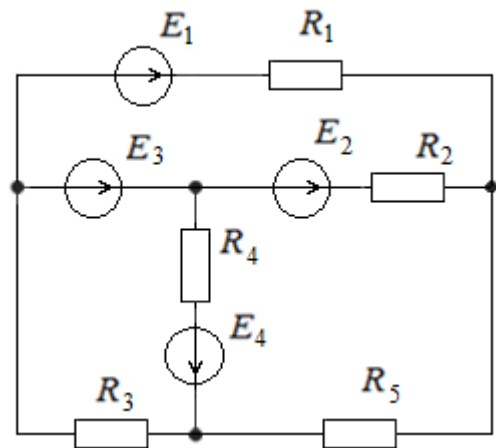


Рис. 109

43. Методом наложения определить все токи для электрической цепи (рис. 110), если $E_1 = 20 \text{ В}$; $E_2 = 30 \text{ В}$; $R_1 = 50 \text{ Ом}$; $R_2 = 40 \text{ Ом}$; $R_3 = 30 \text{ Ом}$; $R_4 = 25 \text{ Ом}$; $R_5 = 50 \text{ Ом}$; $R_6 = 15 \text{ Ом}$; $r_{01} = 2 \text{ Ом}$; $r_{02} = 2 \text{ Ом}$.

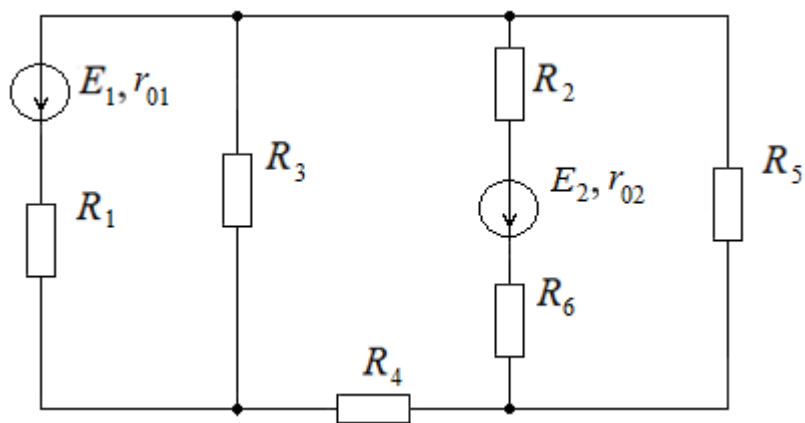


Рис. 110

44. Методом наложения определить все токи для электрической цепи (рис. 111), если $E_1 = 20$ В; $E_2 = 30$ В; $R_1 = 64$ Ом; $R_2 = 45$ Ом; $R_3 = 30$ Ом; $R_4 = 25$ Ом; $R_5 = 50$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

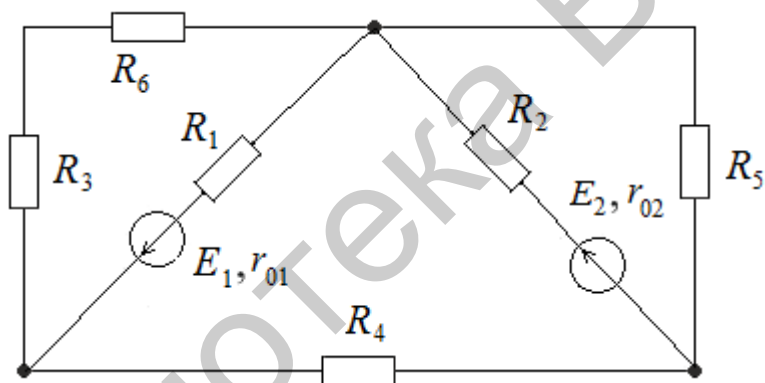


Рис. 111

45. Методом наложения определить все токи для электрической цепи (рис. 112), если $E_1 = 40$ В; $E_2 = 20$ В; $R_1 = 33$ Ом; $R_2 = 49$ Ом; $R_3 = 25$ Ом; $R_4 = 40$ Ом; $R_5 = 15$ Ом; $R_6 = 60$ Ом; $r_{01} = 2$ Ом; $r_{02} = 1$ Ом.

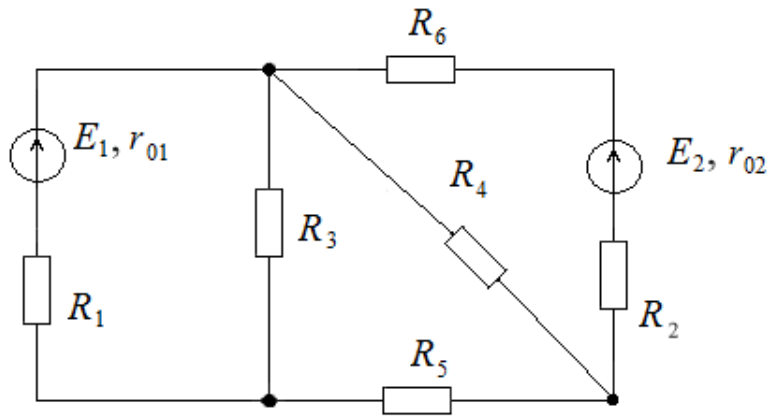


Рис. 112

46. Методом наложения определить все токи для электрической цепи (рис. 113), если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 20$ В; $R_1 = 44$ Ом; $R_2 = 54$ Ом; $R_3 = 30$ Ом; $R_4 = 25$ Ом; $R_5 = 60$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 1$ Ом.

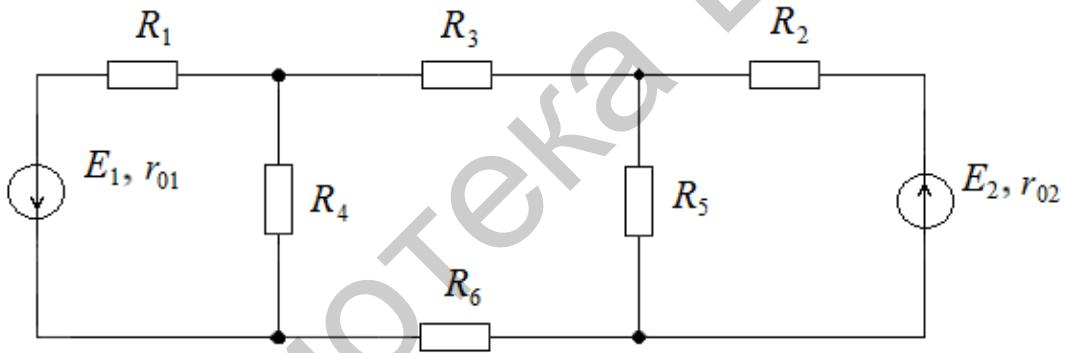


Рис. 113

47. Методом наложения определить все токи для электрической цепи (рис. 114), если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 20$ В; $R_1 = 54$ Ом; $R_2 = 43$ Ом; $R_3 = 25$ Ом; $R_4 = 30$ Ом; $R_5 = 15$ Ом; $R_6 = 50$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

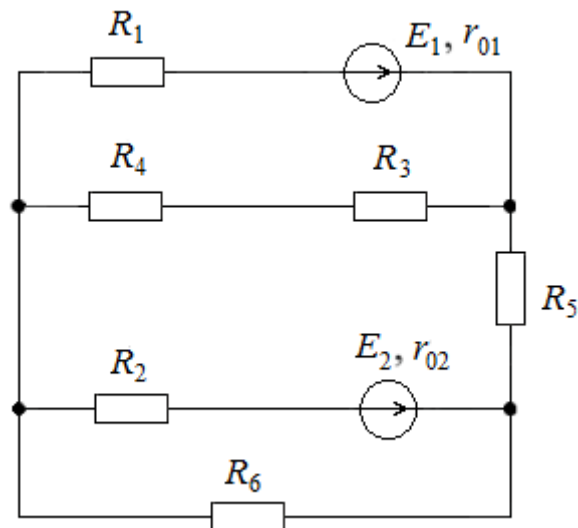


Рис. 114

48. В схеме (рис. 115) определить токи в ветвях методом узловых потенциалов, если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 10$ В; $E_3 = 200$ В; $E_4 = 56$ В; $R_1 = 20$ Ом; $R_2 = 30$ Ом; $R_3 = 6$ Ом; $R_4 = 8$ Ом; $R_5 = 15$ Ом; $R_6 = 40$ Ом; $R_7 = 10$ Ом.

49. В схеме (рис. 116) определить токи в ветвях методом узловых потенциалов, если $E_1 = 160$ мВ; $E_2 = 300$ мВ; $R_1 = R_2 = 100$ Ом; $R_3 = 150$ Ом; $R_4 = 40$ Ом.

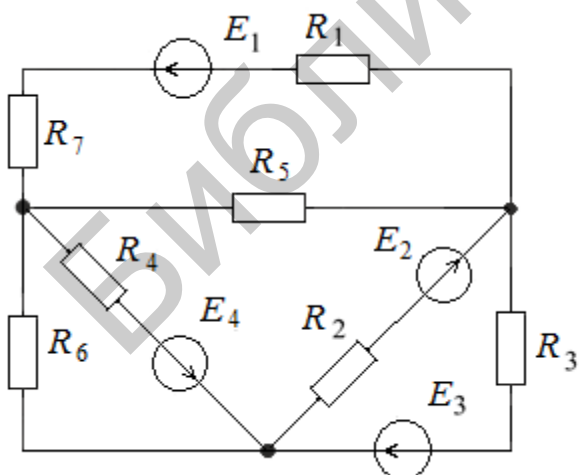


Рис. 115

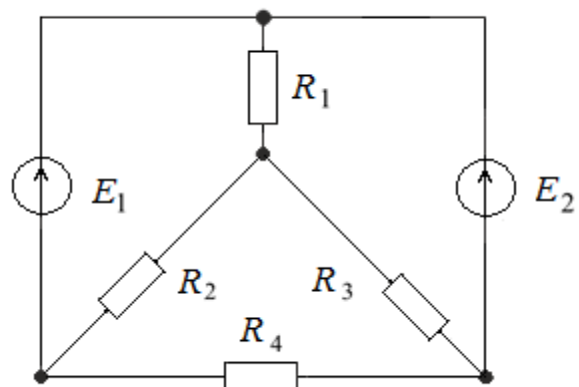


Рис. 116

50. В схеме (рис. 117) определить токи в ветвях методом узловых потенциалов, если $E_1 = 20$ В; $E_2 = 30$ В; $E_3 = 2$ В; $E_4 = 1,2$ В; $E_5 = 5,6$ В; $R_1 = 100$ Ом; $R_2 = R_6 = 50$ Ом; $R_3 = R_5 = 10$ Ом; $R_4 = R_7 = 20$ Ом.

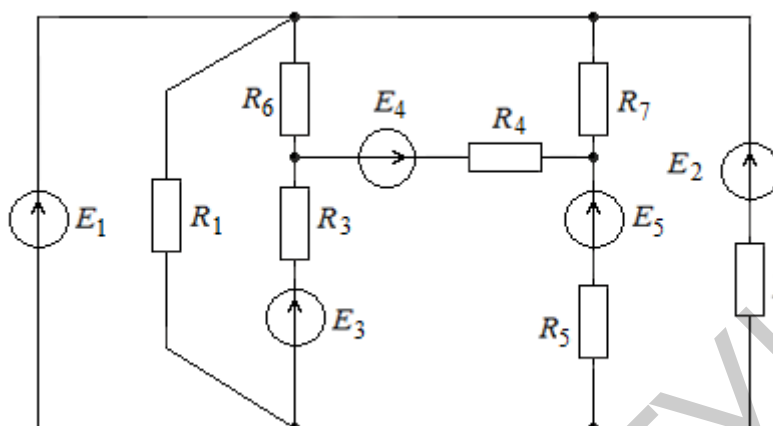


Рис. 117

51. В схеме (рис. 118) $E_1 = 19$ В; $R_{i1} = 0,1$ Ом; $E_2 = 140$ В; $R_{i2} = 0,3$ Ом; $R_1 = 0,9$ Ом; $R_2 = 3,7$ Ом; $R_3 = 10$ Ом. Определить токи в ветвях методом узловых потенциалов.

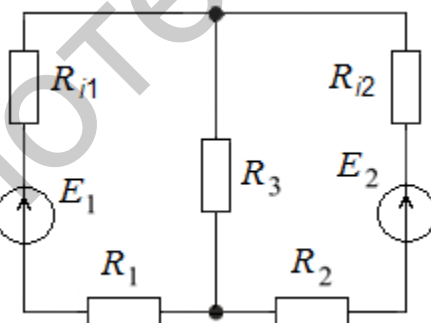


Рис. 118

52. Методом узловых потенциалов определить токи в ветвях электрической цепи (рис. 119), если $E_1 = 85$ В; $E_2 = 84$ В; $E_3 = 5$ В; $E_4 = 12$ В; $R_1 = 8$ Ом; $R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 10$ Ом; $R_6 = 4$ Ом.

53. Методом узловых потенциалов определить токи в электрической цепи (рис. 120), если $E_1 = 96$ В; $E_2 = 75$ В; $R_1 = 3$ Ом; $R_2 = 6$ Ом; $R_3 = 15$ Ом; $R_4 = 10$ Ом.

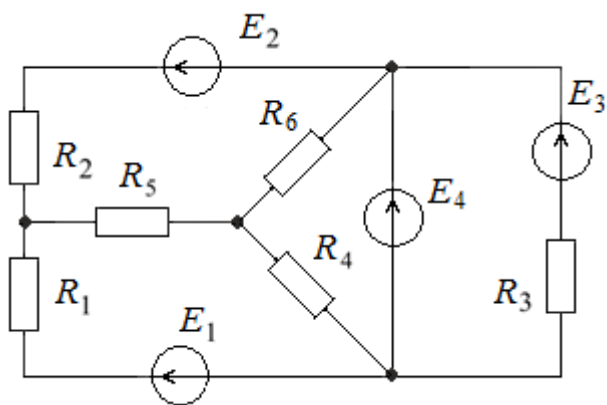


Рис. 119

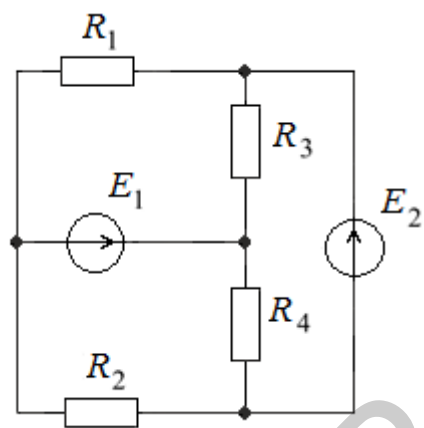


Рис. 120

54. Методом узловых потенциалов определить токи в электрической цепи (рис. 121), если $E_1 = 50$ В; $E_2 = 30$ В; $R_1 = 54$ Ом; $R_2 = 34$ Ом; $R_3 = 25$ Ом; $R_4 = 20$ Ом; $R_5 = 25$ Ом; $R_6 = 40$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 1$ Ом.

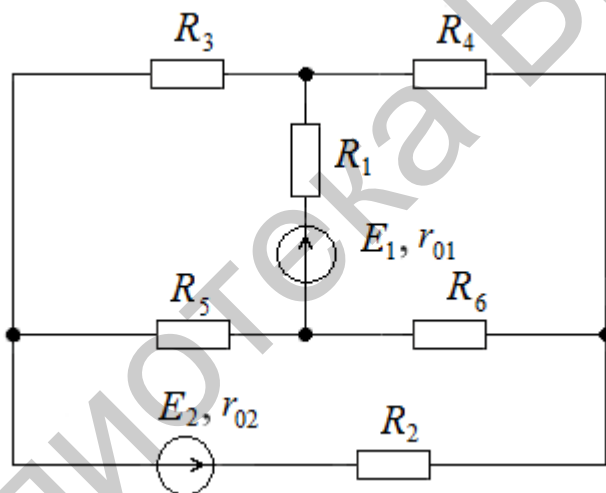


Рис. 121

55. Методом узловых потенциалов определить токи в электрической цепи (рис. 122), если $E_1 = 20$ В; $E_2 = 30$ В; $R_1 = 50$ Ом; $R_2 = 40$ Ом; $R_3 = 30$ Ом; $R_4 = 25$ Ом; $R_5 = 50$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 2$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

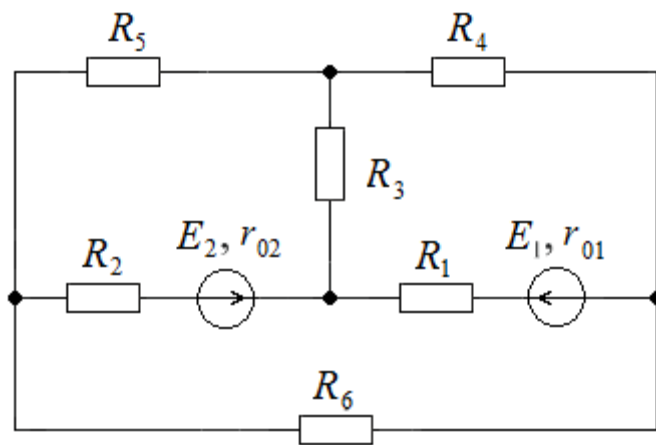


Рис. 122

56. Методом узловых потенциалов определить токи в электрической цепи (рис. 123), если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 20$ В; $R_1 = 54$ Ом; $R_2 = 43$ Ом; $R_3 = 25$ Ом; $R_4 = 30$ Ом; $R_5 = 15$ Ом; $R_6 = 50$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

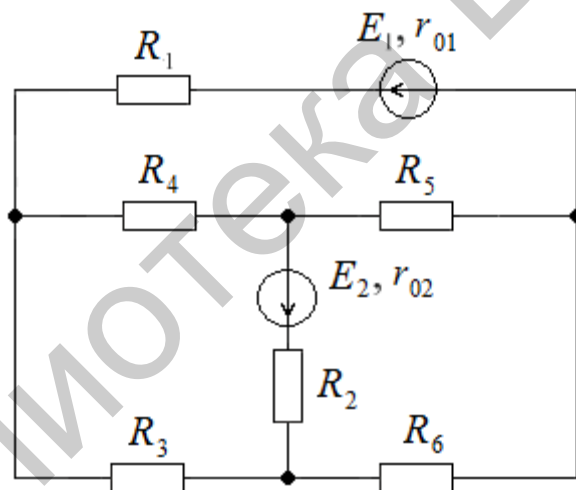


Рис. 123

57. Методом узловых потенциалов определить токи в электрической цепи (рис. 124), если $E_1 = 20$ В; $E_2 = 30$ В; $R_1 = 64$ Ом; $R_2 = 43$ Ом; $R_3 = 30$ Ом; $R_4 = 25$ Ом; $R_5 = 50$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

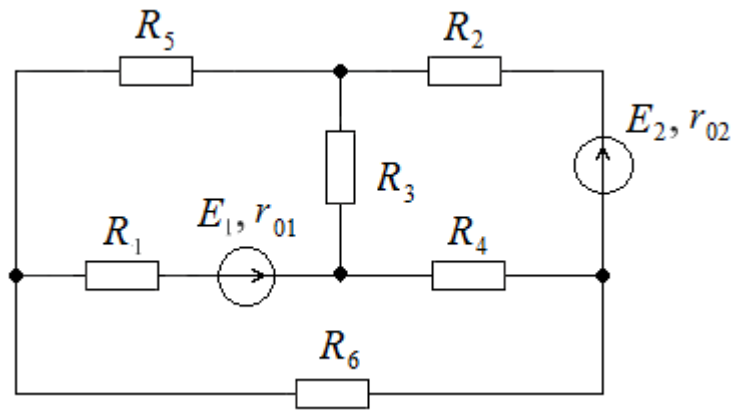


Рис. 124

58. Методом узловых потенциалов определить токи в электрической цепи (рис. 125), если $E_1 = 40 \text{ В}$; $E_2 = 30 \text{ В}$; $R_1 = 49 \text{ Ом}$; $R_2 = 23 \text{ Ом}$; $R_3 = 45 \text{ Ом}$; $R_4 = 35 \text{ Ом}$; $R_5 = 60 \text{ Ом}$; $R_6 = 15 \text{ Ом}$; $r_{01} = 1 \text{ Ом}$; $r_{02} = 2 \text{ Ом}$.

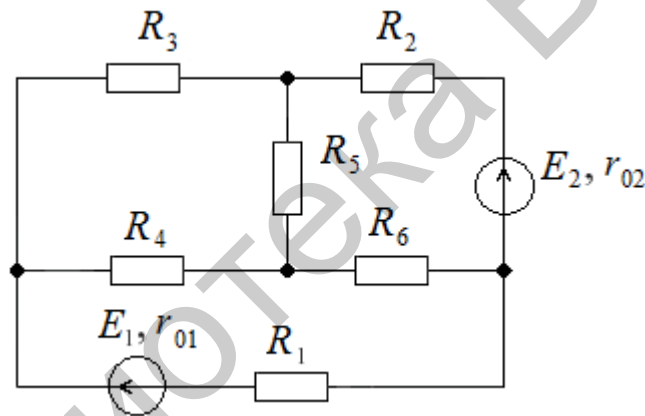


Рис. 125

59. Методом эквивалентного генератора определить ток в резисторе R_1 электрической цепи (рис. 126), если $E_1 = 20 \text{ В}$; $E_2 = 1,1 \text{ В}$; $R_{i1} = 0,2 \text{ Ом}$; $R_{i2} = 0,4 \text{ Ом}$; $R_1 = R_2 = 5 \text{ Ом}$; $R_3 = 7 \text{ Ом}$.

60. Методом эквивалентного генератора определить ток в резисторе R_1 электрической цепи (рис. 127), если $E_1 = 27 \text{ В}$; $E_2 = 40 \text{ В}$; $R_1 = 5,6 \text{ В}$; $R_2 = 12 \text{ Ом}$; $R_3 = R_6 = R_7 = R_8 = 30 \text{ Ом}$; $R_4 = R_5 = 10 \text{ Ом}$.

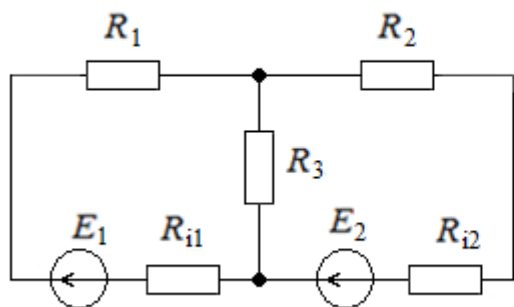


Рис. 126

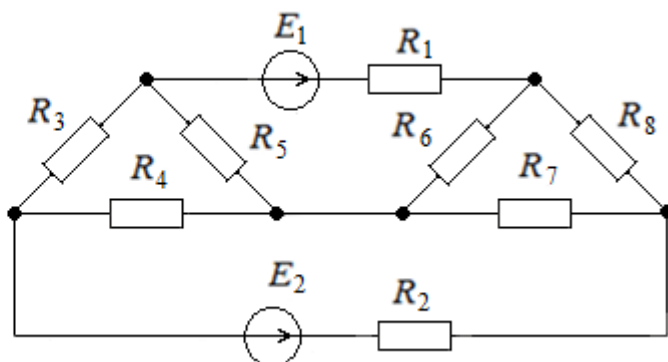


Рис. 127

61. Методом эквивалентного генератора определить ток в резисторе R_2 электрической цепи (рис. 128), если $E_1 = 40$ В; $E_2 = 5$ В; $E_3 = 25$ В; $R_1 = 5$ Ом; $R_2 = R_4 = 5$ Ом; $R_3 = 10$ Ом.

62. Методом эквивалентного генератора определить ток в резисторе R_5 электрической цепи (рис. 129), если $J = 1$ А; $E_1 = 10$ В; $E_2 = 110$ В; $R_5 = 100$ Ом; $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20$ Ом.

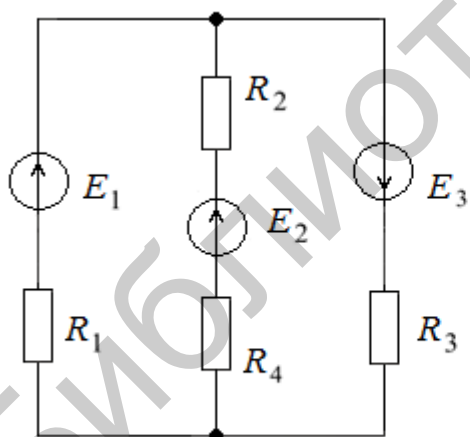


Рис. 128

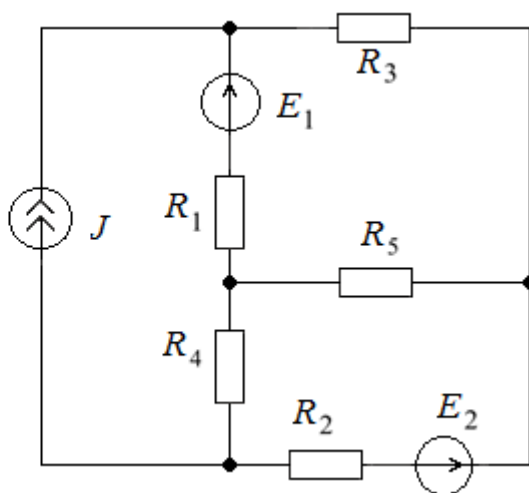


Рис. 129

63. В схеме на рис. 130 методом эквивалентного генератора определить ток I_3 , если $E_1 = 20$ В, $J = 1$ А; $R_1 = R_2 = 10$ Ом; $R_3 = R_5 = R_6 = 5$ Ом; $R_4 = 15$ Ом.

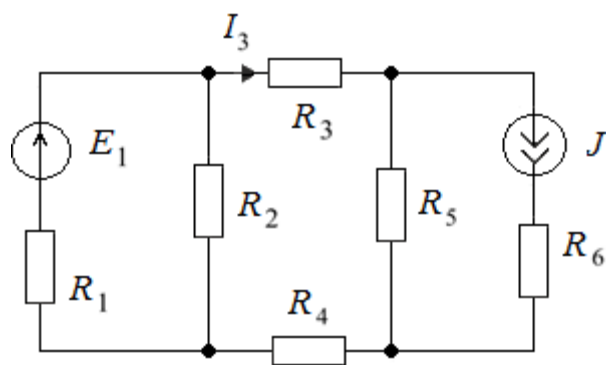


Рис. 130

64. Определить ток I_5 в схеме (рис. 131) методом эквивалентного генератора, если $E = 10$ В; $R_1 = R_4 = 1$ Ом; $R_2 = 4$ Ом; $R_3 = R_5 = 2$ Ом.

65. В схеме (рис. 132) методом эквивалентного генератора определить ток I_3 , если $E_1 = 60$ В; $R_{i1} = 2$ Ом; $E_2 = 10$ В; $R_{i2} = 1$ Ом; $E_3 = 40$ В; $R_{i3} = 1$ Ом; $R_1 = 198$ Ом; $R_2 = 99$ Ом; $R_3 = 19$ Ом.

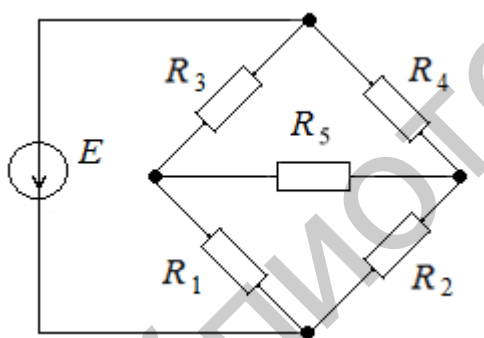


Рис. 131

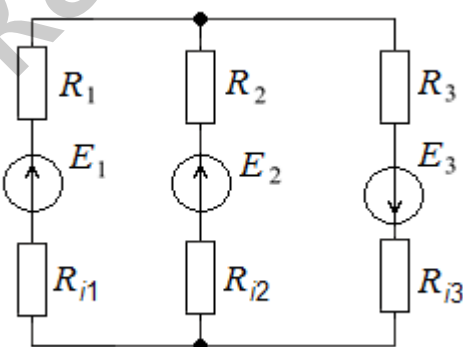


Рис. 132

66. Определить ток I_4 методом эквивалентного генератора в электрической цепи (рис. 133), если $E_1 = 50$ В; $E_2 = 30$ В; $R_1 = 54$ Ом; $R_2 = 34$ Ом; $R_3 = 25$ Ом; $R_4 = 20$ Ом; $R_5 = 25$ Ом; $R_6 = 40$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 1$ Ом.

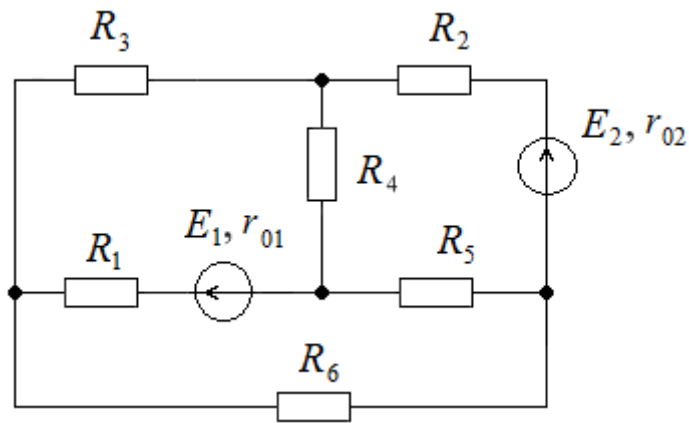


Рис. 133

67. Определить ток I_1 методом эквивалентного генератора в электрической цепи (рис. 134), если $E_1 = 20$ В; $E_2 = 40$ В; $R_1 = 64$ Ом; $R_2 = 48$ Ом; $R_3 = 30$ Ом; $R_4 = 25$ Ом; $R_5 = 50$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

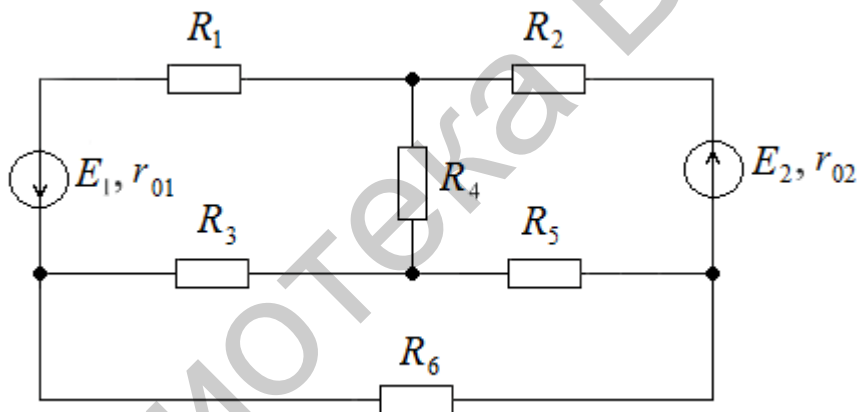


Рис. 134

68. Определить ток I_2 методом эквивалентного генератора в электрической цепи (рис. 135), если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 20$ В; $R_1 = 54$ Ом; $R_2 = 43$ Ом; $R_3 = 25$ Ом; $R_4 = 30$ Ом; $R_5 = 15$ Ом; $R_6 = 50$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

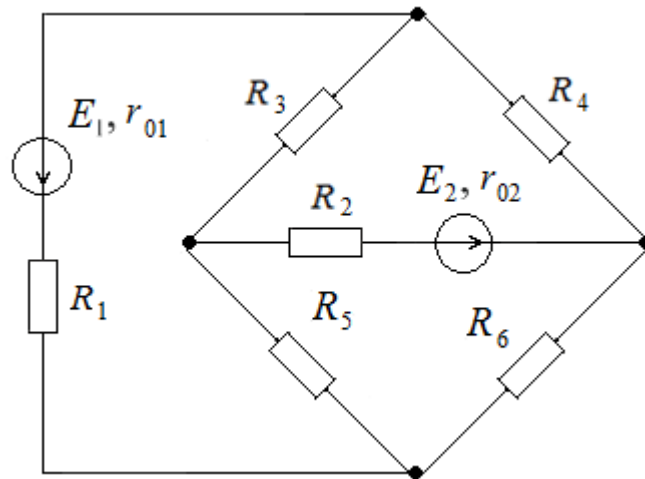


Рис. 135

69. Определить ток I_4 методом эквивалентного генератора в электрической цепи (рис. 136), если $E_1 = 20$ В; $E_2 = 40$ В; $R_1 = 64$ Ом; $R_2 = 48$ Ом; $R_3 = 30$ Ом; $R_4 = 25$ Ом; $R_5 = 50$ Ом; $R_6 = 15$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 2$ Ом.

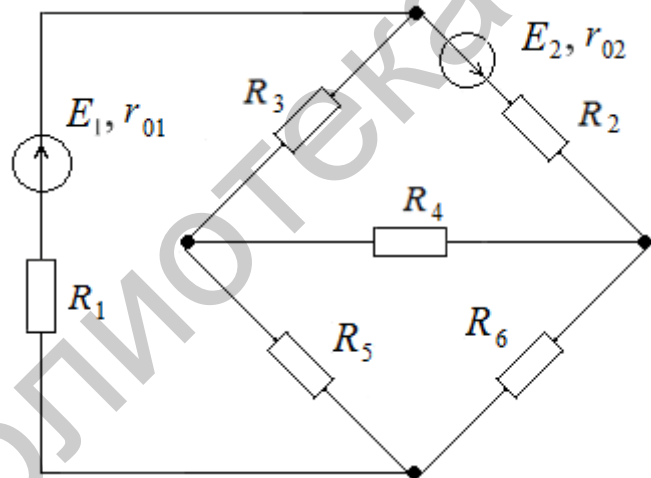


Рис. 136

70. Определить ток I_1 методом эквивалентного генератора в электрической цепи (рис. 137), если $E_1 = 50$ В; $E_2 = 30$ В; $R_1 = 54$ Ом; $R_2 = 34$ Ом; $R_3 = 25$ Ом; $R_4 = 20$ Ом; $R_5 = 25$ Ом; $R_6 = 40$ Ом; $r_{01} = 1$ Ом; $r_{02} = 1$ Ом.

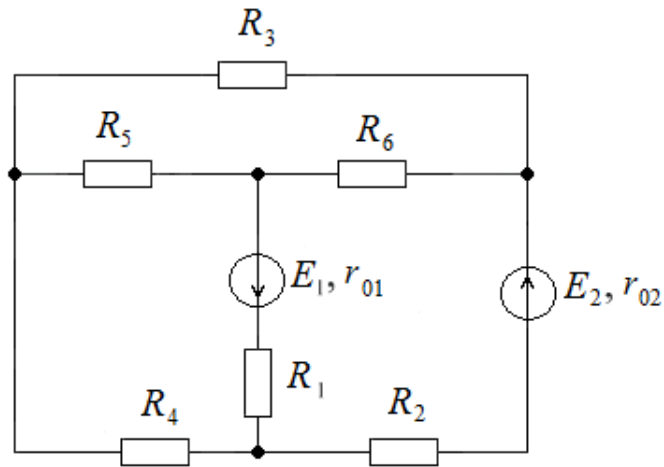


Рис. 137

71. Определить внутреннее сопротивление R_{Γ} и ЭДС E_{Γ} эквивалентного генератора заданной цепи (рис. 138), если $E_1 = 20$ В; $E_2 = 10$ В; $E_3 = 14$ В; $R_1 = 20$ Ом; $R_2 = 5$ Ом; $R_3 = 4$ Ом.

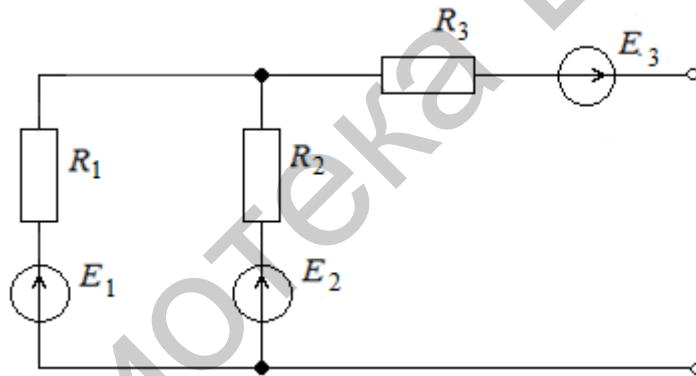


Рис. 138

72. Определить внутреннее сопротивление R_{Γ} и ЭДС E_{Γ} эквивалентного генератора заданной цепи (рис. 139), если $E = 10$ В; $J_0 = 2$ А; $R_1 = 12$ Ом; $R_2 = 25$ Ом; $R_3 = 10$ Ом.

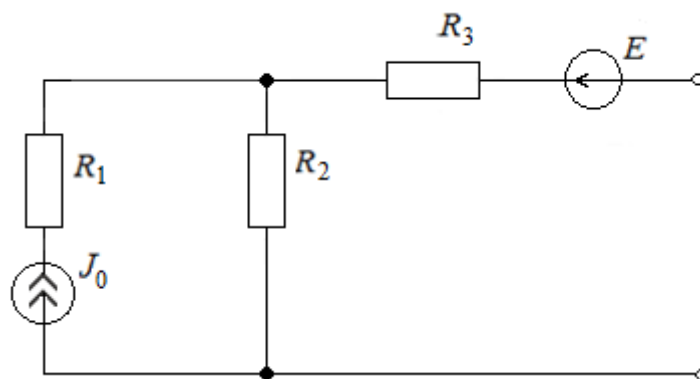


Рис. 139

73. Определить методом эквивалентного генератора ток I_5 в сопротивлении R_5 (рис. 140), если $E = 50$ В; $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 10$ Ом; $R_3 = 5$ Ом; $R_4 = 15$ Ом; $R_5 = 1,25$ Ом.

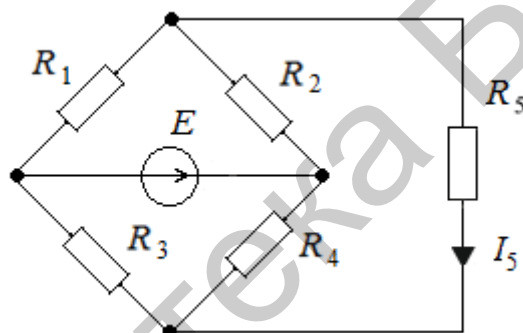


Рис. 140

74. Определить методом эквивалентного генератора ток I_3 в сопротивлении R_3 (рис. 141), если $J_0 = 2$ А; $E_1 = 8$ В; $E_2 = 30$ В; $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 10$ Ом; $R_3 = 2$ Ом.

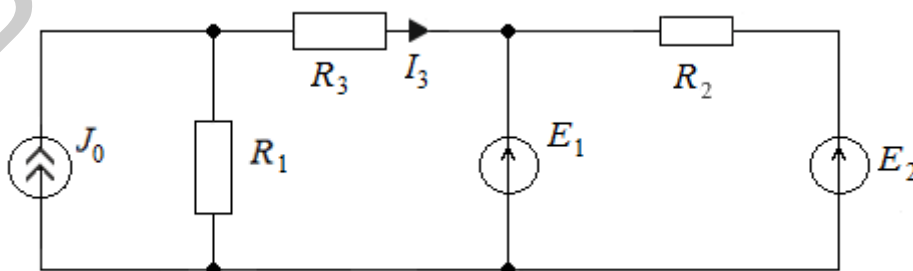


Рис. 141

75. Определить методом эквивалентного генератора ток I_2 в сопротивлении R_2 (рис. 142), если $E_1 = 12$ В; $E_2 = 8$ В; $R_1 = 1$ Ом; $R_2 = 1,1$ Ом; $R_3 = 1$ Ом; $R_4 = 2$ Ом; $R_5 = 3$ Ом.

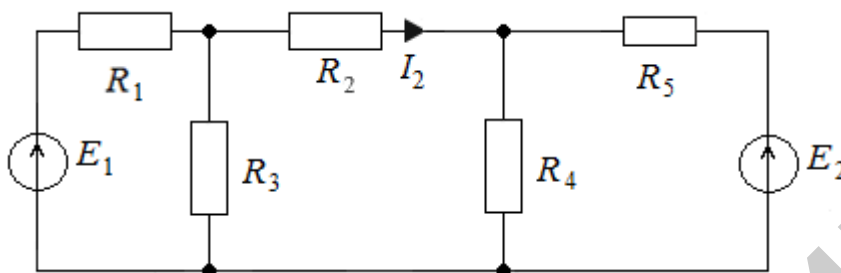


Рис. 142

76. Определить токи в цепи методом преобразования (рис. 143), если $E_1 = 50$ В; $E_2 = 80$ В; $J_0 = 2$ А; $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 20$ Ом; $R_3 = 10$ Ом; $R_4 = 25$ Ом.

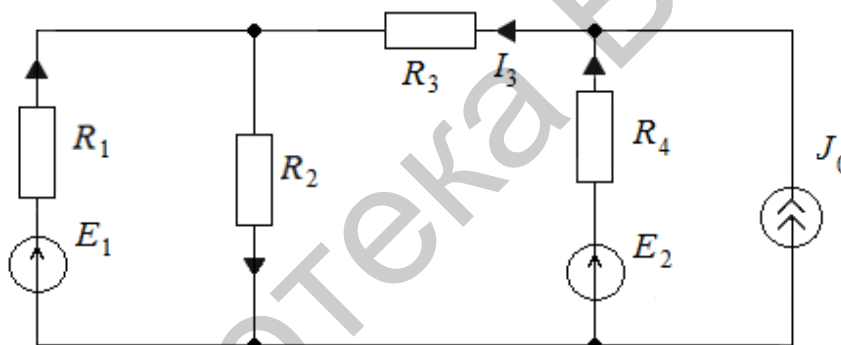


Рис. 143

77. Определить токи в цепи методом преобразования (рис. 144), если $E_1 = 50$ В; $E_2 = 80$ В; $J_0 = 2$ А; $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 20$ Ом; $R_3 = 10$ Ом; $R_4 = 25$ Ом.

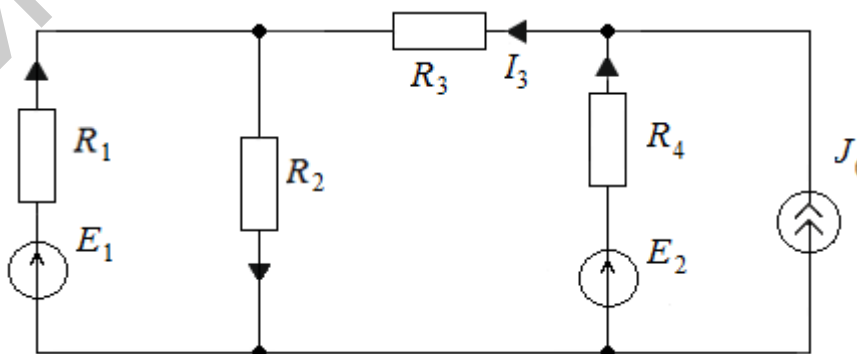


Рис. 144

78. Определить токи в цепи методом преобразования (рис. 145), если $E_1 = 50 \text{ В}$; $E_2 = 20 \text{ В}$; $J_0 = 2 \text{ А}$; $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 20 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$; $R_4 = 25 \text{ Ом}$.

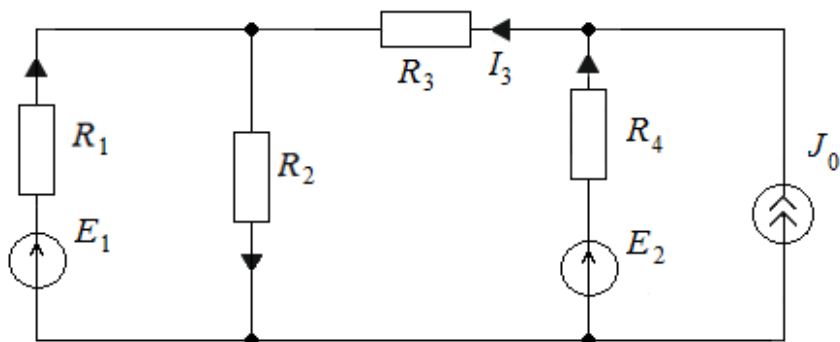


Рис. 145

79. Определить токи в цепи методом преобразования (рис. 146), если $E_1 = 50 \text{ В}$; $E_2 = 20 \text{ В}$; $J_0 = 1 \text{ А}$; $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 20 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$; $R_4 = 25 \text{ Ом}$.

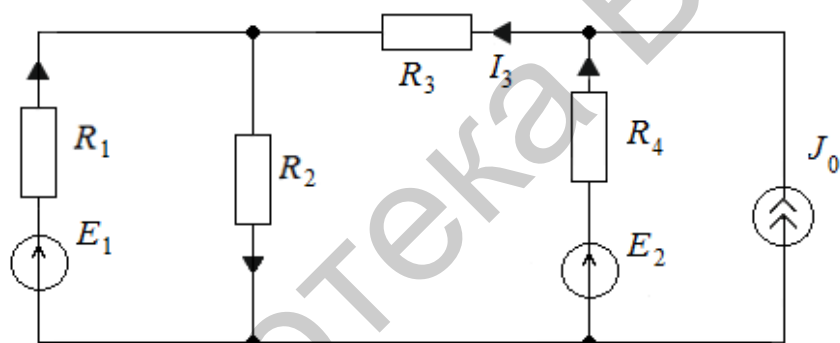


Рис. 146

80. Определить токи в цепи методом преобразования (рис. 147), если $E_1 = 50 \text{ В}$; $E_2 = 40 \text{ В}$; $J_0 = 4 \text{ А}$; $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 20 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$; $R_4 = 25 \text{ Ом}$.

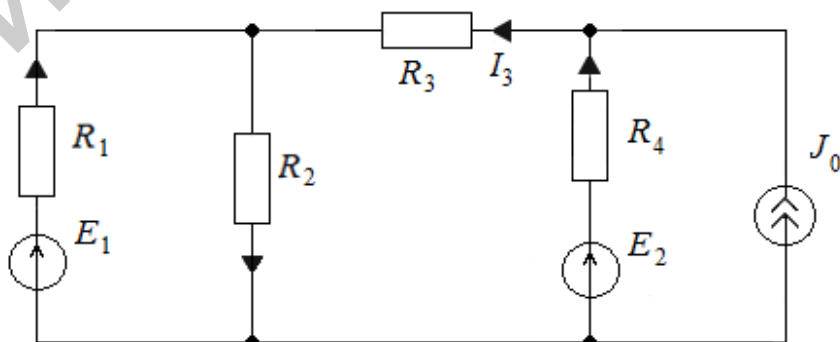


Рис. 147

2. Электрические цепи синусоидального тока

2.1. Представление синусоидального тока с помощью комплексных чисел

Синусоидальный ток $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ может быть представлен либо как проекции вращающегося против часовой стрелки вектора I_m (рис. 148) на вертикальную и горизонтальную оси, причем проекция вектора тока I_m на вертикальную ось в любой момент времени равна мгновенному значению тока i , изменяющегося по синусоидальному закону, а проекция вектора тока на горизонтальную ось – по косинусоидальному, либо как комплексное число на комплексной плоскости (рис. 149) точкой с радиусом-вектором \dot{I}_m в трех формах: алгебраической, показательной и тригонометрической:

$$\dot{I}_m = a + jb = I_m e^{j\alpha} = I_m \cos \alpha + j I_m \sin \alpha,$$

где $I_m = \sqrt{a^2 + b^2}$ – модуль комплексного числа; a – вещественная часть комплексного числа; b – мнимая часть комплексного числа; $\alpha = \arctg \frac{b}{a}$ – аргумент комплексного числа.

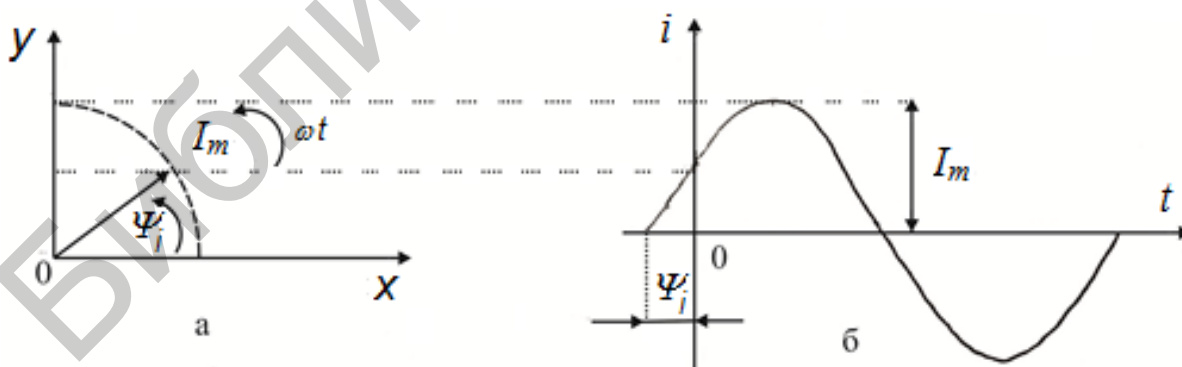


Рис. 148

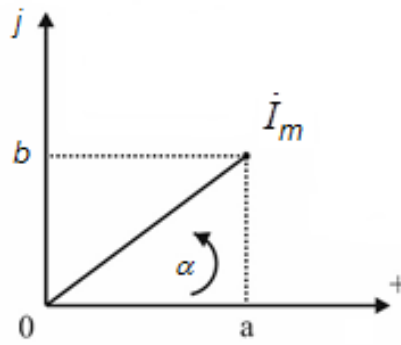


Рис. 149

Если $a = \omega t + \psi$, т. е. если аргумент комплексного числа является линейной функцией времени, то комплексную функцию можно записать в виде

$$\dot{I}_m(t) = I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m \cos(\omega t + \psi) + j I_m \sin(\omega t + \psi),$$

где аналогично представлению синусоидального тока вращающимися векторами мнимая часть представляет собой функцию, изменяющуюся по закону синуса, а вещественная – по закону косинуса, т. е.

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) = \text{Im}\{I_m e^{j(\omega t + \psi)}\};$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi) = \text{Re}\{I_m e^{j(\omega t + \psi)}\}.$$

Таким образом, комплексный мгновенный синусоидальный ток

$$\dot{I}_m(t) = I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m e^{j\psi} e^{j\omega t} = \dot{I}_m e^{j\omega t}.$$

В последнем выражении $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi}$ – есть комплексная амплитуда, а функция $e^{j\omega t}$ – оператор вращения, значения которого приведены в табл. 1

Таблица 1

ωt	0	$\pi/2$	$\pi/2$	π
$e^{j\omega t}$	1	j	$-j$	-1

Если обе части уравнения $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi}$ разделить на $\sqrt{2}$, то получим

$$\frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi} \text{ или } \dot{I} = I e^{j\psi},$$

где I – комплексный действующий синусоидальный ток, или комплексный ток.

Пример 29. По известному комплексному току $\dot{I} = (6 + j8)$ А записать выражение для его мгновенного значения.

Решение.

$$\text{Находим } I = \sqrt{36 + 64} = 10 \text{ А}; I_m = 10\sqrt{2} = 14,1 \text{ А}; \psi = \arctg\left(\frac{8}{6}\right) = 53^\circ 7'.$$

Таким образом, $i(t) = 14,1 \sin(\omega t + 53^\circ 7')$ А.

Пример 30. Найти комплексную амплитуду и комплексный ток, если его мгновенное значение равно $i(t) = 14,1 \sin(\omega t + 30^\circ)$ А.

$$\text{Решение. } \dot{I}_m = 14,1 e^{j30^\circ} \text{ А}; I = I_m / \sqrt{2} = 10 \text{ А}; \dot{I} = 10 e^{j30^\circ} \text{ А}.$$

Пример 31. Преобразовать комплексные числа из алгебраической формы в показательную:

$$-121 + j67 = 138,3 e^{j151^\circ};$$

$$-33 - j44 = 55 e^{-j127^\circ};$$

$$5 + j106 = 106,1 e^{j87^\circ};$$

$$3 - j8 = 8,5 e^{-j69^\circ};$$

$$j17 = 17 e^{j90^\circ};$$

$$26 - j77 = 81,27 e^{-j71^\circ 20'}.$$

Пример 32. Преобразовать комплексные числа из показательной формы в алгебраическую:

$$50e^{j127^\circ} = -30,1 + j39,9;$$

$$17e^{-j216^\circ} = -13,75 + j9,99;$$

$$2e^{-j90^\circ} = -j2;$$

$$0,8e^{j232^\circ} = -0,49 - j0,63;$$

$$16,8e^{-j72^\circ} = 16,43 - j3,5;$$

$$11e^{j17^\circ} = 10,52 + j3,2.$$

2.2. Последовательное соединение комплексных сопротивлений

В цепи с последовательным соединением комплексных сопротивлений (рис. 150) на основании второго закона Кирхгофа:

$$\dot{U} = \dot{U}_{z_1} + \dot{U}_{z_2} + \dots + \dot{U}_{z_n} = \dot{I}(Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n) = \dot{I}Z_{\text{ЭКВ}},$$

где

$$Z_{\text{ЭКВ}} = \sum_{k=1}^n Z_k = r_{\text{ЭКВ}} + jX_{\text{ЭКВ}} = Z_{\text{ЭКВ}} e^{j\varphi_{\text{ЭКВ}}};$$

$$Z_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{r_{\text{ЭКВ}}^2 + X_{\text{ЭКВ}}^2}; \quad \varphi_{\text{ЭКВ}} = \arctg(X_{\text{ЭКВ}} / r_{\text{ЭКВ}}).$$

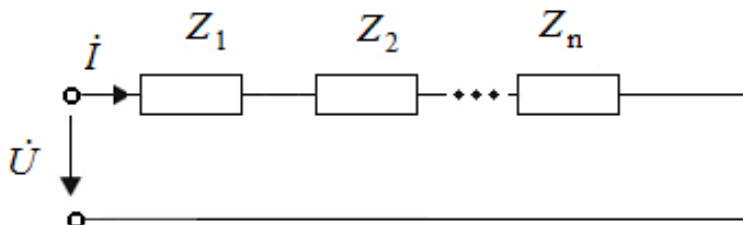


Рис. 150

Причем $r_{\text{ЭКВ}}$ равно арифметической сумме активных сопротивлений цепи, а $X_{\text{ЭКВ}}$ – алгебраической, т. к. реактивное сопротивление емкости отрицательно.

Пример 33. В электрической цепи (рис. 151) с последовательным соединением элементов определить ток \dot{I} , напряжение на элементах и мощность, если $\dot{U} = 220 \text{ В}$; $r = 120 \text{ Ом}$; $C = 30 \text{ мкФ}$; $L = 305 \text{ мГ}$; $f = 50 \text{ Гц}$.

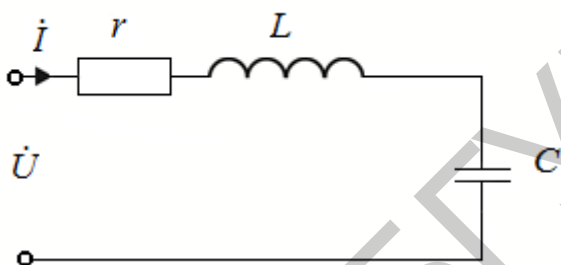


Рис. 151

Решение. Полное комплексное сопротивление цепи:

$$Z = R + j(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}) = 120 + j(314 \cdot 305 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{314 \cdot 30 \cdot 10^{-6}}) =$$

$$= 120 + j(196 - 106) = 120 + j90 = 150e^{j36^\circ 50'} \text{ Ом},$$

т. е. $X_L = 196 \text{ Ом}$; $X_C = 106 \text{ Ом}$; $Z = 150 \text{ Ом}$; $\varphi = 36^\circ 50'$.

Комплекс действующего тока:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220}{150e^{j36^\circ 50'}} = 1,47e^{-j36^\circ 50'} \text{ А}.$$

Напряжения на элементах цепи:

$$\dot{U}_R = \dot{I}R = 120 \cdot 1,47e^{-j36^\circ 50'} = 176e^{-j36^\circ 50'} \text{ В};$$

$$\dot{U}_L = \dot{I} \cdot jX_L = 196 \cdot 1,47e^{-j36^\circ 50'} \cdot e^{j90^\circ} = 287e^{j53^\circ 10'} \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = \dot{I} \cdot (-jX_C) = 106 \cdot 1,47 e^{-j36^\circ 50'} \cdot e^{j90^\circ} = 155 e^{-j126^\circ 50'} \text{ В.}$$

Мощность:

$$\hat{S} = \dot{U} \dot{I}^* = 220 \cdot 1,47 e^{-j36^\circ 50'} = 323 e^{-j36^\circ 50'} = 259 + j194.$$

Таким образом, полная мощность $S = 323 \text{ В} \cdot \text{А}$; активная $P = 259 \text{ Вт}$; реактивная $Q = 194 \text{ вар}$.

2.3. Параллельное соединение комплексных сопротивлений

В цепи с параллельным соединением комплексных сопротивлений (рис. 152) на основании первого закона Кирхгофа

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots + \dot{I}_n = (Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n) \dot{U} = Y_{\text{ЭКВ}} \dot{U},$$

где

$$Y_{\text{ЭКВ}} = \sum_{k=1}^n Y_k = g_{\text{ЭКВ}} + j b_{\text{ЭКВ}} = y_{\text{ЭКВ}} e^{j\varphi_{\text{ЭКВ}}}; \quad g_{\text{ЭКВ}} = \sum_{k=1}^n g_k; \quad b_{\text{ЭКВ}} = \sum_{k=1}^n b_k;$$

$$y_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{g_{\text{ЭКВ}}^2 + b_{\text{ЭКВ}}^2}; \quad \varphi_{\text{ЭКВ}} = \arctg \left(\frac{b_{\text{ЭКВ}}}{g_{\text{ЭКВ}}} \right).$$

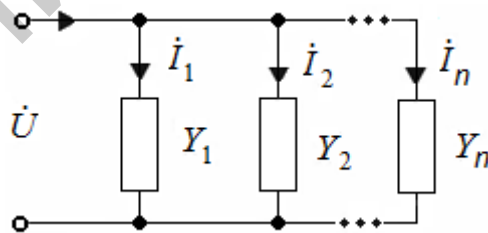


Рис. 152

Причем активная проводимость $g_{\text{ЭКВ}}$ равна арифметической сумме активных проводимостей цепи, а реактивная проводимость $b_{\text{ЭКВ}}$ – алгебраической сумме реактивных проводимостей.

Пример 34. В электрической цепи (рис. 153) определить токи \dot{I} , \dot{I}_C , \dot{I}_L и полную мощность, потребляемую схемой, если $U=130$ В; $X_C=5$ Ом; $R_C=12$ Ом; $X_L=6$ Ом; $R_L=8$ Ом.

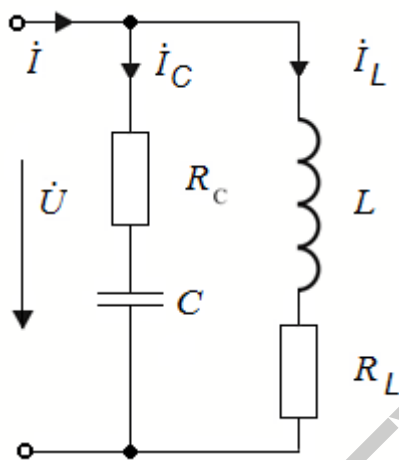


Рис. 153

Решение. Определим комплексные сопротивления ветвей

$$Z_1 = R_L + jX_L = 8 + j6 = 10e^{j36^\circ 50'} \text{ Ом};$$

$$Z_2 = R_C - jX_C = 12 - j5 = 13e^{-j22^\circ 40'} \text{ Ом}.$$

Рассчитаем токи ветвей:

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{130}{13e^{-j22^\circ 40'}} = 10e^{j22^\circ 40'} \text{ А};$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{130}{10e^{j36^\circ 50'}} = 13e^{-j36^\circ 50'} \text{ А}.$$

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \dot{I}_C + \dot{I}_L = 10e^{j22^\circ 40'} + 13e^{-j36^\circ 50'} = \\ &= 9,3 + j3,84 + 10,4 - j7,8 = 19,7 - j3,96 = 20e^{-j11^\circ 20'} \text{ А}. \end{aligned}$$

Полная мощность:

$$\hat{S} = \dot{U} \dot{I}^* = 130 \cdot 20e^{j11^\circ 20'} = 2600e^{j11^\circ 20'} \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\hat{S} = P + jQ = 2600e^{j11^\circ 20'} = 2552 + j514,$$

где активная мощность $P = 2552$ Вт; реактивная $Q = 514$ вар.

2.4. Смешанное соединение комплексных сопротивлений

Порядок расчета цепей синусоидального тока со смешанным соединением комплексных сопротивлений (рис. 154) следующий.

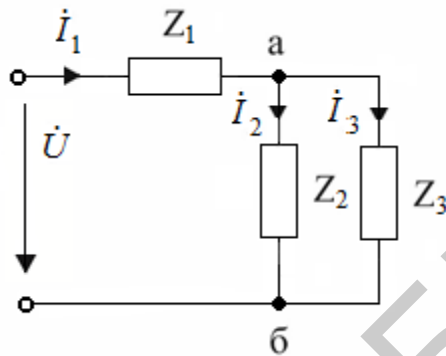


Рис. 154

Комплексное эквивалентное сопротивление всей цепи $Z_{\text{экв}} = Z_1 + Z_{ab}$, где

$$Z_{ab} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}.$$

Комплексный ток в неразветвленной части цепи

$$\dot{i}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_{\text{экв}}}.$$

Комплексное напряжение на параллельном участке цепи

$$\dot{U}_{ab} = \dot{i}_1 Z_{ab} = \dot{i}_1 \frac{Z_2 Z_3}{(Z_2 + Z_3)}.$$

Комплексные токи в параллельных ветвях

$$\dot{i}_2 = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_2} = \dot{i}_1 \frac{Z_3}{(Z_2 + Z_3)}; \quad \dot{i}_3 = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_3} = \dot{i}_1 \frac{Z_2}{(Z_2 + Z_3)}.$$

Пример 35. Методом преобразования найти мгновенные значения токов в ветвях схемы $i_1(t), i_2(t), i_3(t)$ (рис. 155), если $u = 25\sqrt{2}\sin(\omega t + 45^\circ)$ В; $X_C = 5$ Ом; $X_L = 10$ Ом; $r = 10$ Ом.

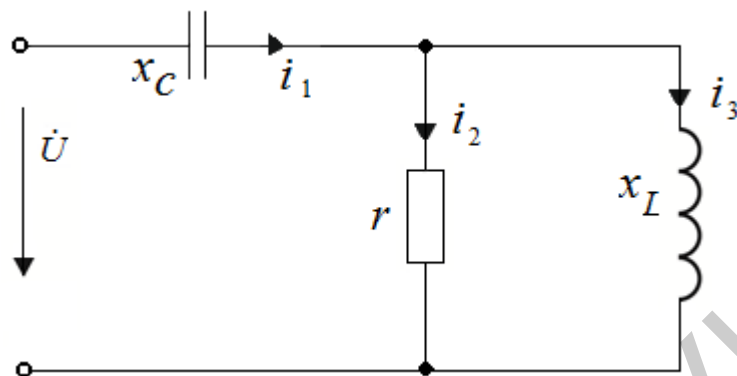


Рис. 155

Решение. Ответ будем искать в виде $i_{1m} = \frac{\dot{U}_m}{Z}$, где $\dot{U}_m = 25\sqrt{2} e^{j45^\circ}$ В.

Определим комплексное входное сопротивление цепи

$$\begin{aligned} Z &= -jX_C + \frac{r(jX_L)}{r + jX_L} = -j5 + \frac{10 \cdot j10}{10 + j10} = -j5 + \frac{j100}{10\sqrt{2}e^{j45^\circ}} = \\ &= -j5 + \frac{100e^{j90^\circ}}{10\sqrt{2}e^{j45^\circ}} = -j5 + \frac{10}{\sqrt{2}}e^{j45^\circ} = -j5 + \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + j \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Тогда входной ток будет

$$i_{1m} = \frac{25\sqrt{2}e^{j45^\circ}}{5} = 5\sqrt{2}e^{j45^\circ},$$

а токи ветвей соответственно

$$\begin{aligned} i_{2m} &= i_{1m} \cdot \frac{-jX_L}{r + jX_L} = 5\sqrt{2}e^{j45^\circ} \cdot \frac{10e^{j90^\circ}}{10\sqrt{2}e^{j45^\circ}} = 5e^{j90^\circ} \text{ А;} \\ i_{3m} &= i_{1m} \cdot \frac{r}{r + jX_L} = 5\sqrt{2}e^{j45^\circ} \cdot \frac{10}{10\sqrt{2}e^{j45^\circ}} = 5e^{j0^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Мгновенные значения токов ветвей примут вид

$$i_1(t) = 5\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ A};$$

$$i_2(t) = 5 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ A};$$

$$i_3(t) = 5 \sin \omega t \text{ A}.$$

Пример 36. Методом преобразования найти мгновенные значения токов в ветвях схемы $i_1(t), i_2(t), i_3(t)$ (рис. 156), если $u(t) = 100\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ В}$; $X_C = 10 \text{ Ом}$; $r = 10 \text{ Ом}$.

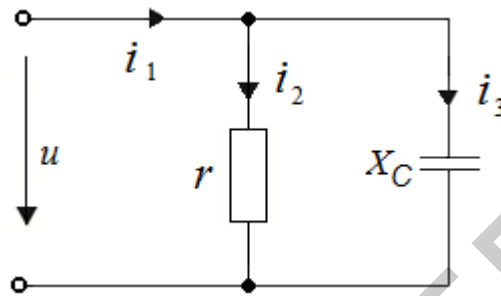


Рис. 156

Решение. Определяем токи ветвей

$$\dot{I}_{2m} = \frac{\dot{U}_m}{r} = \frac{100\sqrt{2}e^{j45^\circ}}{10} = 10\sqrt{2} e^{j45^\circ};$$

$$\dot{I}_{3m} = \frac{\dot{U}_m}{-jX_C} = \frac{100\sqrt{2}e^{j45^\circ}}{-j10} = \frac{100\sqrt{2}e^{j45^\circ}}{10e^{-j90^\circ}} = 10\sqrt{2} e^{j135^\circ}.$$

Ток неразветвленной части схемы

$$\begin{aligned} \dot{I}_{1m} &= \dot{I}_{2m} + \dot{I}_{3m} = 10\sqrt{2} e^{j45^\circ} + 10\sqrt{2} e^{j135^\circ} = 10\sqrt{2} (e^{j45^\circ} + e^{j135^\circ}) = \\ &= 10\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 10\sqrt{2}\sqrt{2}e^{j90^\circ} = 20e^{j90^\circ} \text{ A}. \end{aligned}$$

Тогда мгновенные токи ветвей будут

$$i_1(t) = 20 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ A};$$

$$i_2(t) = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ A};$$

$$i_3(t) = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 135^\circ) \text{ A}.$$

Пример 37. Найти мгновенное значение тока в ветви схемы i_r (рис. 157), если $i(t) = 2\sin(\omega t + 30^\circ)$ А; $X_C = 5$ Ом; $r = 5$ Ом.

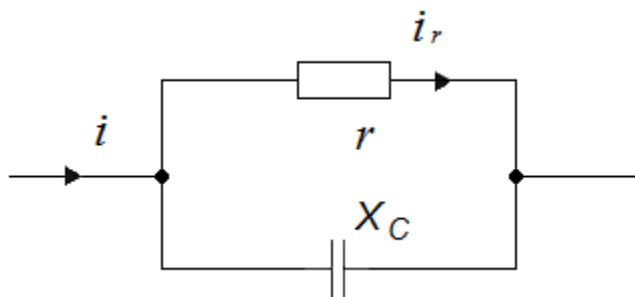


Рис. 157

Решение. Ток в активном сопротивлении определим по правилу плеч:

$$\dot{i}_{rm} = \dot{i}_m \cdot \frac{-jX_C}{r - jX_C} = 2e^{j30^\circ} \cdot \frac{-j5}{5 - j5} = 2e^{j30^\circ} \cdot \frac{5e^{-j90^\circ}}{5\sqrt{2}e^{-j45^\circ}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j15^\circ} = \sqrt{2}e^{-j15^\circ}.$$

Мгновенное значение тока имеет вид $i_r(t) = \sqrt{2}\sin(\omega t - 15^\circ)$.

Пример 38. Найти мгновенное значение напряжения схемы $u(t)$ (рис. 158), если $U_L(t) = 240\sin(\omega t + 150^\circ)$ В; $X_L = 40$ Ом; $r = 40$ Ом.

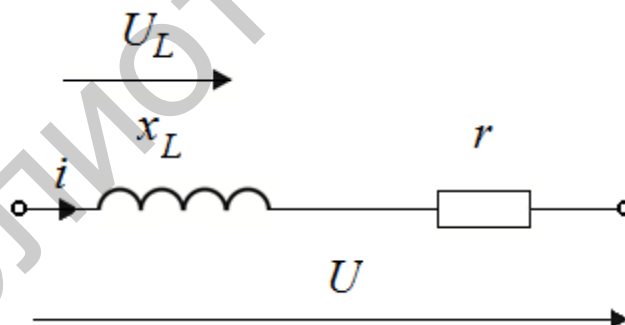


Рис. 158

Решение. Определим комплексное значение тока

$$\dot{i}_m = \frac{\dot{U}_{Lm}}{jX_L} = \frac{240e^{j150^\circ}}{j40} = 6e^{j60^\circ}$$

и напряжение на активном сопротивлении

$$\dot{U}_{rm} = \dot{I}_m \cdot r = 6e^{j60^\circ} \cdot 40 = 240e^{j60^\circ}.$$

Тогда искомое значение напряжения будет

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{Lm} + \dot{U}_{rm} = 240e^{j150^\circ} + 240e^{j60^\circ} = 240(e^{j150^\circ} + e^{j60^\circ}) = 240\sqrt{2}e^{j105^\circ}.$$

Мгновенное значение напряжения примет вид

$$u(t) = 240\sqrt{2} \sin(\omega t + 105^\circ).$$

Пример 39. Методом эквивалентного генератора определить ток в комплексном сопротивлении Z_5 (рис. 159), если $\dot{E}_1 = 550 \text{ В}$; $\dot{E}_2 = 220e^{j30^\circ} \text{ В}$; $Z_1 = (1 + j) \text{ Ом}$; $Z_2 = (1 - j) \text{ Ом}$; $Z_3 = Z_4 = Z_5 = 3 \text{ Ом}$.

Решение. Ток будем находить по формуле $\dot{I}_{Z_5} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab} + Z_5}$, где

сопротивление

$$Z_{ab} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3} + \frac{Z_2 Z_4}{Z_2 + Z_4} = \frac{3(1+j)}{4+j} + \frac{3(1-j)}{4-j} = 1,766 \text{ Ом},$$

а напряжение холостого хода

$$\dot{U}_{ab} = \varphi_a - \varphi_b; \quad \varphi_b = \varphi_a - \dot{I}_{Z_3} Z_3 + \dot{I}_{Z_4} Z_4.$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ab} &= \dot{I}_{Z_3} Z_3 - \dot{I}_{Z_4} Z_4 = \frac{\dot{E}_1}{Z_1 + Z_3} \cdot Z_3 - \frac{\dot{E}_2}{Z_2 + Z_4} \cdot Z_4 = \\ &= \frac{550}{4+j} \cdot 3 - \frac{220}{4-j} \cdot 3 = 3 \cdot 133e^{-j14^\circ} - 3 \cdot 53,5e^{j44^\circ} = \\ &= 272 - j207 = 342e^{-j31^\circ 20'} \text{ В}. \end{aligned}$$

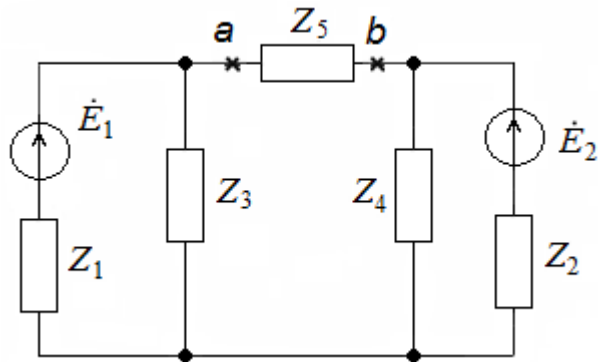


Рис. 159

Искомый ток будет

$$i_{Z_5} = \frac{342e^{-j31^\circ 20'}}{1,766 + 3} = 71,5e^{-j31^\circ 20'} \text{ А.}$$

Пример 40. Рассчитать токи в ветвях схемы (рис. 160), если $L_1 = 200$ мГн; $C_1 = 159,2$ мкФ; $e_2(t) = 127\sqrt{3} \sin(\omega t + 50^\circ)$ В; $f = 50$ Гц; $R_3 = 10$ Ом; $R_4 = 25$ Ом; $C_4 = 212,3$ мкФ; $i_{04}(t) = 1,63\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ)$ А.

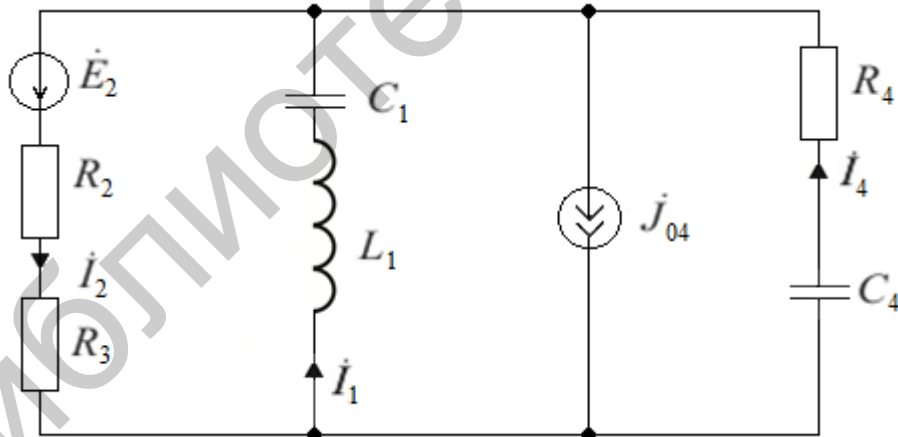


Рис. 160

Решение. Схема содержит два узла, следовательно, предпочтение имеет метод узловых потенциалов по сравнению с другими известными методами, т. к. схема рассчитывается с помощью одного уравнения.

Определяем сопротивления индуктивностей и емкостей:

$$X_{L1} = \omega L_1 = 2\pi f L_1 = 65 \text{ Ом};$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{2\pi f C_1} = 20 \text{ Ом};$$

$$X_{C4} = \frac{1}{\omega C_4} = \frac{1}{2\pi f C_4} = 15 \text{ Ом}.$$

Проводимости ветвей схемы:

$$Y_1 = \frac{1}{jX_{L1} - jX_{C1}} = -j22,2 \cdot 10^{-3} \text{ См};$$

$$Y_2 = \frac{1}{R_2 + R_3} = 16,67 \cdot 10^{-3} \text{ См};$$

$$Y_4 = \frac{1}{R_4 - jX_{C4}} = 34,4 \cdot 10^{-3} e^{j31^\circ} \text{ См}.$$

Уравнение по методу узловых потенциалов, если принять, что $\dot{\phi}_1 = 0$:

$$(Y_1 + Y_2 + Y_4)\dot{\phi}_2 = \dot{E}_2 \cdot Y_2 + \dot{J}_{04}.$$

Отсюда

$$\dot{\phi}_2 = \frac{\dot{E}_2 \cdot Y_2 + \dot{J}_{04}}{Y_1 + Y_2 + Y_4} = \frac{16,67 \cdot 10^{-3} \cdot 127 e^{j50^\circ} + 1,63 e^{-j90^\circ}}{-j22,2 \cdot 10^{-3} + 16,67 \cdot 10^{-3} + 34,3 e^{j31^\circ}} = 30 e^{j5,6^\circ}.$$

По закону Ома определяем токи в ветвях:

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_{21} \cdot Y_1 = 0,666 e^{-j84,4^\circ};$$

$$\dot{I}_2 = (-\dot{U}_{21} + \dot{E}_2) \cdot Y_2 = 1,8 e^{j61,2^\circ};$$

$$\dot{I}_4 = \dot{U}_{21} \cdot Y_4 = 1,032 e^{j36,6^\circ}.$$

Определяем баланс активных и реактивных мощностей.

Активная мощность в активных сопротивлениях:

$$P_{\text{акт}} = I_2^2 (R_2 + R_3) + I_4^2 R_4 = 221 \text{ Вт}.$$

Реактивная мощность в реактивных сопротивлениях:

$$Q_{\text{реакт}} = I_1^2 X_{L1} - I_1^2 X_{C1} - I_4^2 X_{C4} = 3,99 \text{ вар}.$$

Полная мощность

$$\hat{S} = P + jQ = 221 + j3,99 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Мощность источников энергии \dot{E}_2 и \dot{J}_{04} :

$$\hat{S}_E = \dot{E}_2 I_2^* = 224,2 - j44,4 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\hat{S}_J = \dot{U}_{21} J_{04}^* = -4,47 + j48,7 \text{ В} \cdot \text{А}$$

Полная мощность источников энергии:

$$\hat{S} = 219,43 + j4,3 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Погрешность округления при расчётах составляет 0,7 %.

Пример 41. Определить, при каком сопротивлении R_3 ток \dot{I}_2 будет по фазе отставать от \dot{E} на 90° (рис. 161), если $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $X_{L1} = 11 \text{ Ом}$, $X_{L2} = 25 \text{ Ом}$.

Решение. Ток \dot{I}_2 может быть определён, если получить математическую зависимость

$$\dot{I}_2 = f(\dot{E}).$$

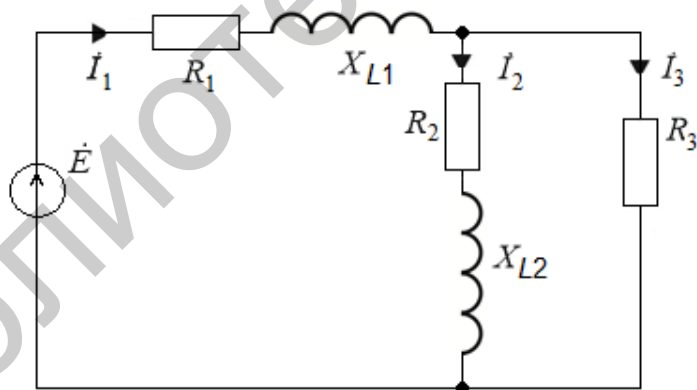


Рис. 161

Сначала определим ток \dot{I}_1 , обозначив $Z_1 = R_1 + jX_{L1}$, $Z_2 = R_2 + jX_{L2}$, $Z_3 = R_3$.

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}},$$

а затем

$$i_2 = i_1 \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{\dot{E}}{Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}} \cdot \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} = \dot{E} \left(\frac{1}{Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_3}} \right).$$

Для того чтобы разность фаз между \dot{E} и i_2 была 90° , необходимо, чтобы выражение $i_2 = f(\dot{E})$ было чисто реактивным.

$$Z = R_1 + jX_{L1} + R_2 + jX_{L2} + \frac{(R_1 + jX_{L1})(R_2 + jX_{L2})}{R_3} =$$

$$= R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2 - X_{L1} \cdot X_{L2}}{R_3} + j \left(X_{L1} + X_{L2} + \frac{R_1 \cdot X_{L2} + R_2 \cdot X_{L1}}{R_3} \right),$$

т. е. $R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2 - X_{L1} \cdot X_{L2}}{R_3} = 0$, откуда $R_3 = 15 \text{ Ом}$.

Пример 42. Методом преобразования найти мгновенные значения токов в ветвях схемы $i_1(t), i_2(t), i_3(t)$ (рис. 162), если $u(t) = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ)$, В; $r_1 = 5 \text{ Ом}$; $r_2 = 10 \text{ Ом}$; $X_L = 5 \text{ Ом}$; $X_C = 10 \text{ Ом}$.

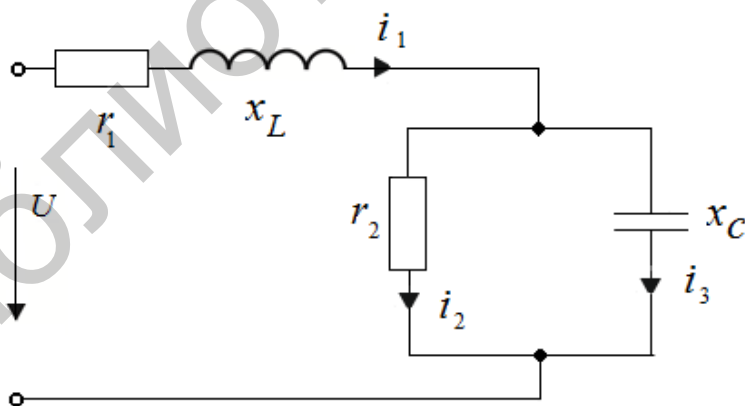


Рис. 162

Решение. Ответ будем искать в виде $i_{1m} = \frac{\dot{U}_m}{Z}$, где $\dot{U}_m = 10\sqrt{2} e^{j45^\circ}$ В.

Определим комплексное входное сопротивление цепи:

$$\begin{aligned}
Z &= r_1 + jX_L + \frac{r_2(-jX_C)}{r_2 - jX_C} = 5 + j5 + \frac{10 \cdot (-j10)}{10 - j10} = \\
&= 5 + j5 + \frac{100e^{-j90^\circ}}{10\sqrt{2} \cdot e^{-j45^\circ}} = 5 + j5 + \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j45^\circ} = \\
&= 5 + j5 + \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - j \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 + j5 + 5 - j5 = 10 \text{ Ом.}
\end{aligned}$$

Тогда входной ток будет

$$i_{1m} = \frac{10\sqrt{2} e^{j45^\circ}}{10} = \sqrt{2} e^{j45^\circ} \text{ А,}$$

а токи ветвей соответственно

$$\begin{aligned}
i_{2m} &= i_{1m} \cdot \frac{-jX_C}{r_2 - jX_C} = \sqrt{2} e^{j45^\circ} \cdot \frac{10e^{-j90^\circ}}{10\sqrt{2} e^{-j45^\circ}} = 1e^{j0^\circ} \text{ А;} \\
i_{3m} &= i_{1m} \cdot \frac{r_2}{r_2 - jX_C} = \sqrt{2} e^{j45^\circ} \cdot \frac{10}{10\sqrt{2} e^{-j45^\circ}} = 1e^{j90^\circ} \text{ А.}
\end{aligned}$$

Мгновенные значения токов ветвей примут вид

$$\begin{aligned}
i_1(t) &= \sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ А;} \\
i_2(t) &= \sin \omega t \text{ А;} \\
i_3(t) &= \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ А.}
\end{aligned}$$

2.5. Цепи с индуктивной связью

У двух индуктивно связанных катушек (рис. 163) в первой катушке наводится ЭДС самоиндукции $e_{11} = -L_1 \frac{di_1}{dt}$, а во второй – ЭДС взаимной индукции $e_{21} = -M \frac{di_1}{dt}$, где M – взаимная индуктивность, измеряемая в генри.

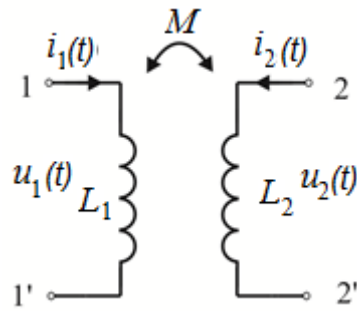


Рис. 163

Взаимная индуктивность M равна отношению потокосцепления к току:

$$M = \frac{\psi_{12}}{i_2} = \frac{\psi_{21}}{i_1}, \text{ где } \psi_{12} \text{ – потокосцепление первой катушки индуктивности,}$$

обусловленное током i_2 во второй катушке; ψ_{21} – потокосцепление второй катушки, обусловленное током i_1 в первой катушке.

Если соединить между собой зажимы 2–2' второй катушки, то в ней будет наводиться ЭДС самоиндукции $e_{22} = -L_2 \frac{di_2}{dt}$, а в первой катушке – ЭДС

$$\text{взаимной индукции } e_{12} = -M \frac{di_2}{dt}.$$

Степень связи второй катушки с первой:

$$k_{21} = \frac{e_{21}}{e_{11}} = \frac{-M \frac{di_1}{dt}}{-L_1 \frac{di_1}{dt}} = \frac{M}{L_1},$$

а степень связи первой катушки со второй:

$$k_{12} = \frac{e_{12}}{e_{22}} = \frac{-M \frac{di_2}{dt}}{-L_2 \frac{di_2}{dt}} = \frac{M}{L_2}.$$

Среднее геометрическое степеней связи есть коэффициент связи:

$$k = \sqrt{k_{12}k_{21}} = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}.$$

При согласном включении катушек результирующая ЭДС, наводимая в катушках, равна сумме их ЭДС самоиндукции и взаимной индукции:

$$e_1 = e_{11} + e_{12}, e_2 = e_{22} + e_{21}.$$

При встречном включении

$$e_1 = e_{11} - e_{12}, e_2 = e_{22} - e_{21}.$$

При последовательном соединении двух индуктивно связанных катушек (рис. 164) на основании второго закона Кирхгофа $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$ или в комплексной форме

$$\begin{aligned} \dot{U} &= r_1 \dot{I} + j\omega L_1 \dot{I} \pm j\omega M \dot{I} + r_2 \dot{I} + j\omega L_2 \dot{I} \pm j\omega M \dot{I} = \\ &= Z_{\text{ЭКВ}} \dot{I} = \dot{I} (r_{\text{ЭКВ}} + jx_{\text{ЭКВ}}), \end{aligned}$$

где

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_{\text{ЭКВ}}}; r_{\text{ЭКВ}} = r_1 + r_2; x_{\text{ЭКВ}} = \omega L_{\text{ЭКВ}} = \omega(L_1 + L_2 \pm 2M),$$

т. е. при согласном включении катушек их эквивалентная индуктивность $L_{\text{ЭКВ}} = L_1 + L_2 + 2M$, при встречном $L_{\text{ЭКВ}} = L_1 + L_2 - 2M$.

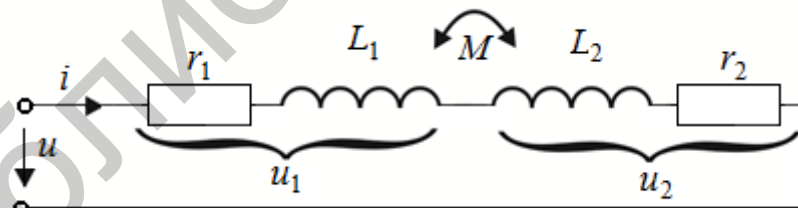


Рис. 164

При параллельном соединении двух индуктивно связанных катушек (рис. 165) на основании второго закона Кирхгофа для каждой из параллельных ветвей система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} \dot{U} = r_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2; \\ \dot{U} = r_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1. \end{cases}$$

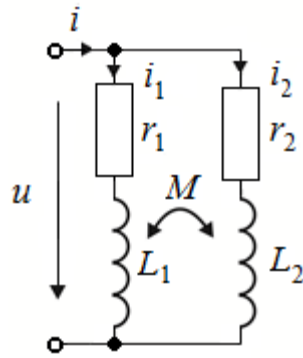


Рис. 165

Пример 43. Две индуктивно связанные катушки соединены последовательно (рис. 166). Определить токи в этой цепи при согласном и встречном включении катушек, если $E = 220$ В; $r_1 = 20$ Ом; $L_1 = 47,7$ мГн; $r_2 = 30$ Ом; $L_2 = 63,3$ мГн; $M = 28,7$ мГн; $f = 50$ Гц.

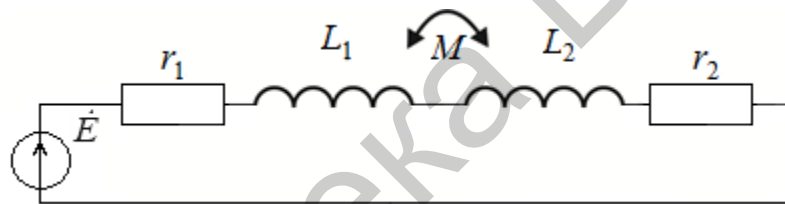


Рис. 166

Решение. Эквивалентное сопротивление катушек при согласном включении:

$$\begin{aligned} Z_{\text{экв.согл}} &= r_1 + r_2 + j(x_{L_1} + x_{L_2} + 2\omega M) = \\ &= r_1 + r_2 + j(2\pi fL_1 + 2\pi fL_2 + 2 \cdot 2\pi fM) = \\ &= 20 + 30 + j(15 + 20 + 18) = 50 + j53 = 73e^{j46^\circ 40'} \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Ток в цепи при согласном включении катушек:

$$\dot{I}_{\text{согл}} = \frac{\dot{E}}{Z_{\text{экв.согл}}} = \frac{220}{73e^{j46^\circ 40'}} = 3e^{-j46^\circ 40'} \text{ А.}$$

Эквивалентное сопротивление катушек при встречном включении:

$$Z_{\text{экв.встр}} = r_1 + r_2 + j(x_{L_1} + x_{L_2} - 2\omega M) =$$

$$= 50 + j17 = 53e^{j18^\circ 42'} \text{ Ом.}$$

Ток в цепи при встречном включении катушек:

$$\dot{I}_{\text{встр}} = \frac{E}{Z_{\text{экв.встр}}} = \frac{220}{53e^{j18^\circ 42'}} = 4,15e^{-j18^\circ 42'} \text{ А.}$$

Вывод: ток при встречном включении катушек больше, чем при согласном.

Пример 44. Две индуктивно связанные катушки (рис. 167) включены параллельно.

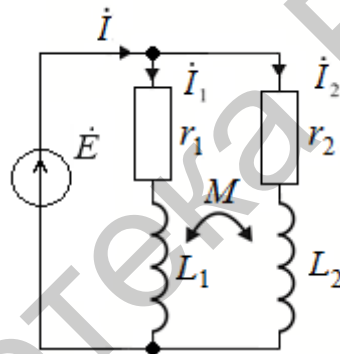


Рис. 167

При согласном включении катушек определить токи $\dot{I}, \dot{I}_1, \dot{I}_2$, если $E = 220 \text{ В}; f = 50 \text{ Гц}; r_1 = 12 \text{ Ом}; r_2 = 20 \text{ Ом}; L_1 = 28,7 \text{ мГн}; L_2 = 47,7 \text{ мГн}; M = 63,6 \text{ мГн}.$

Решение. Система уравнений

$$\begin{cases} \dot{E} = \dot{I}_1(r_1 + j\omega L_1) + j\omega M \dot{I}_2; \\ \dot{E} = \dot{I}_2(r_2 + j\omega L_2) + j\omega M \dot{I}_1. \end{cases}$$

ИЛИ

$$\begin{cases} \dot{E} = Z_1 \dot{I}_1 + Z_0 \dot{I}_2; \\ \dot{E} = Z_2 \dot{I}_2 + Z_0 \dot{I}_1. \end{cases}$$

Из системы токи \dot{I}_1 и \dot{I}_2 :

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}(Z_1 - Z_0)}{Z_1 Z_2 - Z_0^2} = \frac{220(20 - j5)}{375e^{j73^\circ 40'} + 400} = 7,3e^{-j49^\circ 30'} \text{ A};$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}(Z_1 - Z_0)}{Z_1 Z_2 - Z_0^2} = \frac{220(12 - j11)}{505 + j360} = 5,27e^{-j78^\circ} \text{ A}.$$

Ток в неразветвленной части цепи:

$$\begin{aligned} \dot{I} = Y_{\text{экв}} \dot{E} &= \frac{Z_1 + Z_2 + 2Z_0}{Z_1 Z_2 - Z_0^2} \cdot \dot{E} = \frac{32 - j16}{505 + j360} \cdot 220 = \\ &= 220 \cdot 0,0533e^{-j62^\circ 05'} = 11,75e^{-j62^\circ 05'} \text{ A}. \end{aligned}$$

2.6. Колебательные контуры

2.6.1. Расчет параметров и частотных характеристик последовательного контура

Частотные свойства контура (рис. 168) характеризуют:

1) комплексное входное сопротивление $Z(j\omega) = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}$;

2) комплексная входная проводимость $Y(j\omega) = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{Z(j\omega)}$;

3) комплексный коэффициент передачи по напряжению на активном сопротивлении $K_{U_r}(j\omega) = \frac{\dot{U}_r}{\dot{U}} = r \left(\frac{\dot{I}}{\dot{U}} \right) = rY(j\omega)$;

4) комплексный коэффициент передачи по напряжению на емкости

$$K_{U_C}(j\omega) = \frac{\dot{U}_C}{\dot{U}} = \left(\frac{1}{j\omega C} \right) \left(\frac{\dot{I}}{\dot{U}} \right) = \left(\frac{1}{j\omega C} \right) Y(j\omega);$$

5) комплексный коэффициент передачи по напряжению на индуктивности

$$K_{U_L}(j\omega) = \frac{\dot{U}_L}{\dot{U}} = j\omega L \left(\frac{\dot{I}}{\dot{U}} \right) = j\omega LY(j\omega).$$

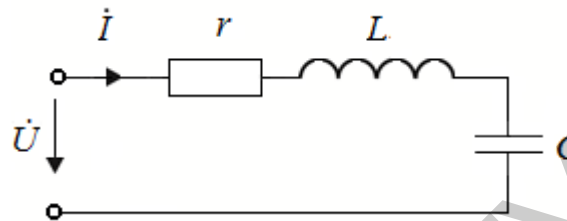


Рис. 168

Комплексная входная проводимость

$$Y(j\omega) = \frac{1}{r \left[1 + j \frac{\omega_0 L}{r} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]},$$

где $\xi = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$ – есть фактор расстройки; $\frac{\omega_0 L}{r} = Q$ – добротность контура,

тогда $Y(j\omega) = \frac{1}{r(1 + jQ\xi)}$, откуда амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)

$$Y(j\omega) = \frac{1}{r\sqrt{1 + Q^2\xi^2}}, \quad \text{фазовая характеристика (ФЧХ) } \varphi(\omega) = -\arctg Q\xi,$$

$$\text{нормированная АЧХ } \hat{Y}(\omega) = \frac{1}{r\sqrt{1 + Q^2\xi^2}}.$$

Полоса пропускания контура – диапазон частот, в пределах которого нормированная АЧХ (или резонансная кривая) $\hat{Y}(\omega)$ превышает уровень

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707 \text{ максимального значения.}$$

Граничные значения ξ_1 и ξ_2 фактора расстройки можно получить из выражения: $\frac{1}{\sqrt{1+Q^2\xi_{1,2}^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, откуда $\xi_{1,2} = \pm \frac{1}{Q}$ или $\frac{\omega_{1,2}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{1,2}} = \pm \frac{1}{Q}$, тогда

$$\omega_1 = \omega_0 \left(\sqrt{1 + \frac{d^2}{4}} - \frac{d}{2} \right); \quad \omega_2 = \omega_0 \left(\sqrt{1 + \frac{d^2}{4}} + \frac{d}{2} \right), \quad \text{где } d = \frac{1}{Q}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

а полоса пропускания контура $\Delta\Omega = \omega_2 - \omega_1 = \omega_0 d = \frac{\omega}{d}$, резонансная частота $\omega_1 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$

и относительная полоса пропускания контура есть отношение $\frac{\Delta F}{f_0} = \frac{\Delta\Omega}{\omega_0}$ или

$$\frac{\Delta F}{f_0} = \frac{1}{Q}.$$

Вторичные параметры контура: резонансная частота $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ или

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}; \quad \text{волновое (характеристическое) сопротивление контура } \rho = \sqrt{\frac{L}{C}};$$

добротность контура $Q = \frac{\rho}{r_3} = \frac{\rho}{r + r_i}$, где r_i – внутреннее сопротивление контура;

$$d = \frac{1}{Q} - \text{затухание контура.}$$

Пример 45. Для последовательного колебательного контура (рис. 169) определить вторичные параметры, если $r = 90 \text{ Ом}$, $r_i = 1 \text{ Ом}$, $L = 80 \text{ мкГн}$, $C = 2000 \text{ пФ}$. Построить АЧХ и ФЧХ контура по напряжению на активном сопротивлении.

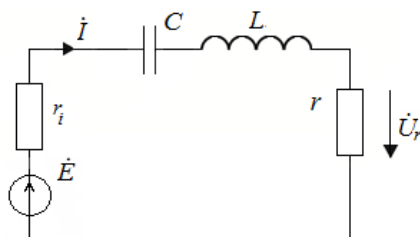


Рис. 169

Решение. Резонансная частота контура

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{80 \cdot 10^{-6} \cdot 2000 \cdot 10^{-12}}} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1},$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{2,5 \cdot 10^6}{6,28} = 0,4 \cdot 10^6 = 400 \text{ кГц.}$$

Волновое сопротивление контура

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{80 \cdot 10^{-6}}{2000 \cdot 10^{-12}}} = 200.$$

Добротность и затухание контура

$$Q = \frac{\rho}{r_s} = \frac{\rho}{r + r_i} = \frac{200}{9 + 1} = 20;$$

$$d = \frac{1}{Q} = 0,05.$$

Полоса пропускания контура

$$\Delta F = \frac{f_0}{Q} = \frac{400 \cdot 10^3}{20} = 20 \cdot 10^3 = 20 \text{ кГц.}$$

Комплексная передаточная функция по напряжению на активном сопротивлении

$$\begin{aligned} K_{U_r}(j\omega) &= \frac{\dot{U}}{\dot{E}} = \frac{r}{r + r_i + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{r}{r + r_i} \cdot \frac{1}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})} = \\ &= K_{U_r, \max} \cdot \frac{1}{1 + jQ\xi}. \end{aligned}$$

Откуда аналитическое выражение для АЧХ

$$K_{U_r}(j\omega) = K_{U_r, \max} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2}}.$$

Нормированное АЧХ

$$\hat{K}_{U_r}(f) = \frac{K_{U_r}(f)}{K_{U_r, \max}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2}}.$$

ФЧХ

$$\varphi(f) = -\arctg Q \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right).$$

В табл. 2 приведены рассчитанные значения для $\hat{K}_{U_r}(f)$ и $\varphi(f)$.

Таблица 2

$f, \text{кГц}$	0	380	390	400	410	420	∞
$\hat{K}_{U_r}(f)$	0	0,44	0,707	1	0,707	0,44	0
$\varphi(f)$	90°	90°	90°	0	90°	90°	90°

Графики АЧХ и ФЧХ приведены на рис. 170.

2.6.2. Расчет параметров и частотных характеристик параллельного колебательного контура

Вторичные параметры простого параллельного колебательного контура (рис. 171):

1) резервная частота высокодобротного контура $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$;

2) характеристическое сопротивление $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$;

3) входная проводимость контура

$$Y(j\omega) = g_{\text{ЭКВ}} + jb_{\text{ЭКВ}} = \frac{r_1}{r_1^2 + \omega^2 L^2} + \frac{r_2}{r_1^2 + \omega^2 C^2} + j \left(\frac{\frac{1}{\omega C}}{r_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2 C^2} - \frac{\omega L}{r_2^2 + \omega^2 L^2} \right);$$

при $r_1 \ll \omega L$ и $r_2 \ll \frac{1}{\omega C}$

$$Y(j\omega) \approx \frac{r_1}{\omega^2 L^2} + \frac{r_2}{\frac{1}{\omega^2 C^2}} + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right);$$

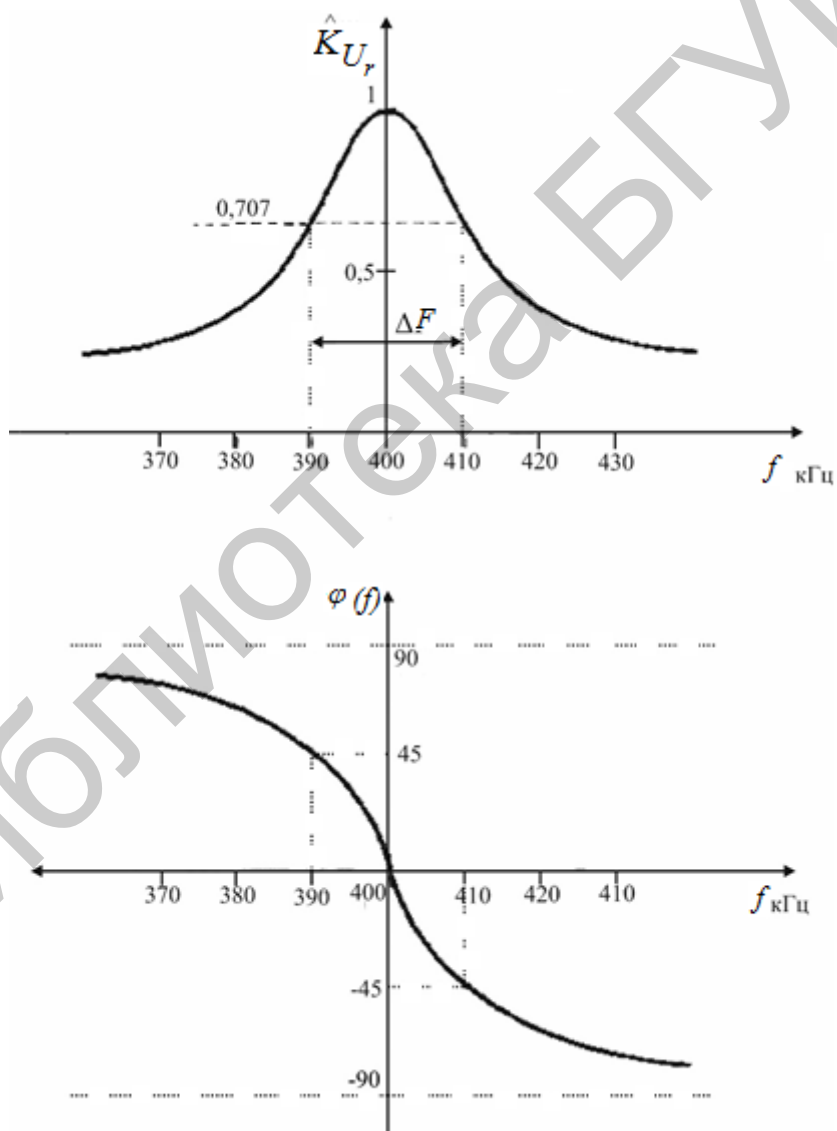


Рис. 170

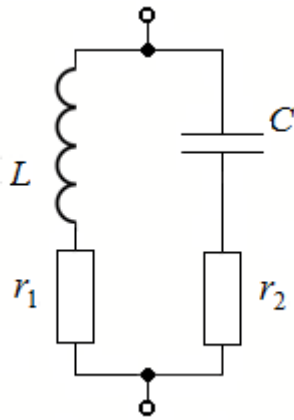


Рис. 171

4) активная проводимость контура на резонансной частоте ω_0 :

$$g_{0\text{ЭКВ}} = \frac{r_1}{\omega_0^2 L^2} + \frac{r_2}{\frac{1}{\omega_0^2 C^2}} = \frac{r_1}{\rho^2} + \frac{r_2}{\rho^2} = \frac{r}{\rho^2},$$

где $r = r_1 + r_2$;

5) резонансное сопротивление контура

$$r_{0\text{ЭКВ}} = \frac{1}{g_{0\text{ЭКВ}}} = \frac{\rho^2}{r};$$

6) добротность контура $Q = \frac{r_{0\text{ЭКВ}}}{\rho} = \frac{\rho}{r}$;

7) затухание $d = \frac{1}{Q}$;

8) внутреннее сопротивление подключенного к контуру (рис. 172) источника $r_{\text{ш}}$ (сопротивление шунта) ухудшает добротность контура, т. к. ухудшенная добротность

$$Q' = \frac{r'}{\rho} = \frac{r_{0\text{ЭКВ}} r_{\text{ш}}}{\rho(r_{0\text{ЭКВ}} + r_{\text{ш}})} = Q \cdot \frac{1}{1 + \frac{r_{0\text{ЭКВ}}}{r_{\text{ш}}}}.$$

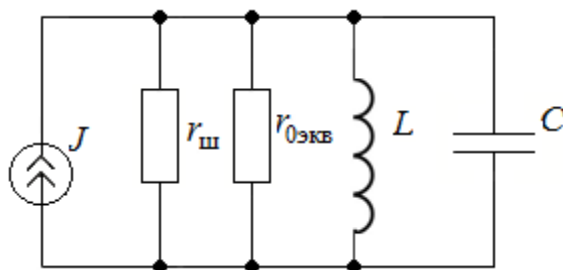


Рис. 172

Частотные характеристики простого параллельного колебательного контура:

$$1) \quad \text{входное сопротивление } Z(j\omega) = \frac{1}{g_{0\text{ЭКВ}} \left[1 + j \frac{r_{0\text{ЭКВ}}}{\rho} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]}$$

или $Z(j\omega) = \frac{r_{0\text{ЭКВ}}}{(1 + Q\xi^2)}$;

$$2) \quad \text{амплитудно-частотная характеристика } Z(\omega) = \frac{r_{0\text{ЭКВ}}}{\sqrt{1 + Q^2 \xi_{1,2}^2}};$$

$$3) \quad \text{нормированная АЧХ } \hat{Z}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \xi_{1,2}^2}};$$

$$4) \quad \text{фазочастотная характеристика } \varphi(\omega) = -\text{arctg} Q\xi;$$

5) комплексная передаточная функция по току в индуктивной ветви

$$K_{i_L}(j\omega) = Z(j\omega) \cdot \frac{1}{j\omega L};$$

$$\text{АЧХ: } K_{i_L}(\omega) = \frac{1}{\left[\omega L \sqrt{g_{0\text{ЭКВ}}^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2} \right]};$$

б) комплексная передаточная функция по току в ёмкостной ветви

$$K_{i_C}(j\omega) = Z(j\omega) \cdot j\omega C;$$

$$\text{АЧХ: } K_{i_C}(\omega) = \frac{\omega C}{\left[\sqrt{g_{0\text{ЭКВ}}^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2} \right]}.$$

Пример 46. У параллельного колебательного контура (рис. 173) $L = 100$ мкГн; $r_L = 10$ Ом; $C = 500$ пФ; $E = 60$ В; $r_i = 100$ кОм.

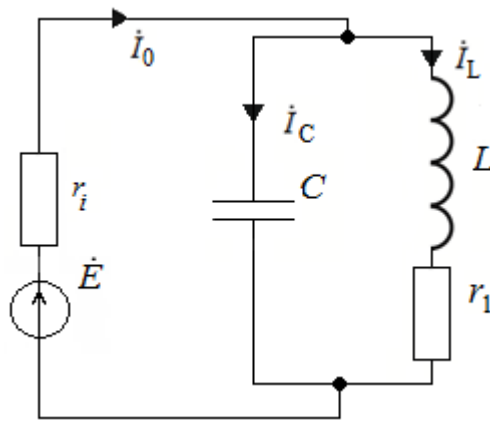


Рис. 173

Определить добротность, полосу пропускания изобразить качественно резонансные кривые для двух случаев: без учёта шунтирующего действия источника энергии; с учётом шунтирующего действия источника энергии; определить мощность контура при резонансе.

Решение. 1. Без учёта шунтирующего действия источника энергии добротность $Q = \frac{\rho}{r_L}$, где $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = 0,447 \cdot 10^3 \text{ Ом}$, тогда $Q = \frac{0,447 \cdot 10^3}{10} = 44,7$.

Полоса пропускания контура

$$\Delta F = \frac{f_0}{Q} = \frac{1}{\frac{2\pi\sqrt{LC}}{Q}} = \frac{712}{44,7} \approx 16 \text{ кГц.}$$

2. С учётом шунтирующего действия источника энергии

$$Q' = \frac{Q}{\left(1 + \frac{r_{0\text{ЭКВ}}}{r_i}\right)} = \frac{Q}{\left(1 + \frac{\rho^2}{r_i}\right)} = 37,25;$$

полоса пропускания $\Delta F' = \frac{f_0}{Q'} = \frac{712}{37,25} = 19,1 \text{ кГц.}$

3. Мощность контура при резонансе

$$P = I_0^2 r_{0\text{ЭКВ}} = \left(\frac{E}{r_i + r_{0\text{ЭКВ}}} \right)^2 \cdot r_{0\text{ЭКВ}} = (0,5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 20 \cdot 10^3 =$$
$$= 5 \cdot 10^{-3} \text{ Вт} = 5 \text{ мВт.}$$

4. Резонансные кривые приведены на рис. 174.

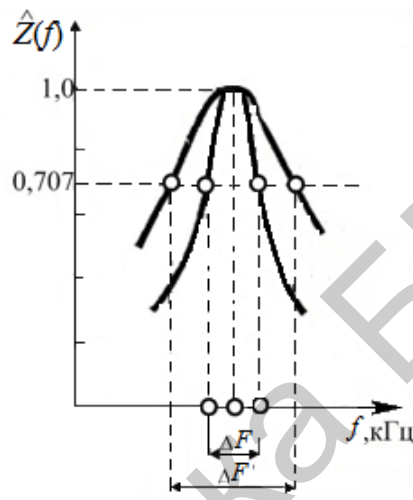


Рис. 174

Вывод: шунтирование источником энергии контура увеличивает полосу его пропускания, а значит, ухудшает качество контура.

2.7. Задачи для самостоятельного решения

К подразделу 2.1.

1. Преобразовать комплексные числа из алгебраической формы в показательную.

1) $17,3 - j18,4 =$

2) $-96 - j64 =$

3) $-15 + j16 =$

4) $8 + j93 =$

5) $107 - j99 =$

6) $-6 - j8 =$

7) $-11 + j12 =$

8) $12 + j16 =$

9) $-704 - j93 =$

10) $52 + j63 =$

11) $-89 + j60 =$

12) $16 - j20 =$

13) $2 - j80 =$

14) $-23 + j6 =$

15) $-83 - 64 =$

16) $-34 + j2,2 =$

17) $-25 - j134 =$

18) $2,2 + j3,3 =$

19) $-18,3 - j19,4 =$

20) $-33 - j88 =$

21) $0,6 - j20 =$

22) $-23 + j48 =$

23) $-50 - j60 =$

24) $17,6 - j24,3 =$

25) $-82,5 - j66,7 =$

26) $-24,7 + j82,3 =$

27) $-100 + j50 =$

28) $38 - j3 =$

29) $-0,12 + j23 =$

30) $-15 - j82,5 =$

31) $-8,2 - j7,4 =$

32) $-20 + j30 =$

33) $-34 - j88 =$

34) $-24 + j44 =$

35) $-16,7 + j9,2 =$

36) $-36,7 - j20,6 =$

37) $-200 =$

38) $-40 - j70 =$

2. Преобразовать комплексные числа из показательной формы в алгебраическую.

1) $79,6e^{j260^\circ} =$

2) $15,3e^{-j130^\circ} =$

3) $7,8e^{j49^\circ} =$

4) $1,5e^{j142^\circ} =$

5) $6,3e^{-j29^\circ} =$

6) $5,6e^{-j17^\circ} =$

7) $6,4e^{j250^\circ} =$

8) $7,9e^{j131^\circ} =$

9) $6,6e^{-j273^\circ} =$

10) $136,2e^{j43^\circ} =$

11) $2,3e^{-j89^\circ} =$

12) $1,6e^{j0^\circ} =$

13) $1,1e^{j384^\circ} =$

14) $2,8e^{-j34^\circ} =$

15) $3,8e^{-j120^\circ} =$

16) $25e^{j133^\circ} =$

17) $0,82e^{-j215^\circ} =$

18) $15e^{j148^\circ} =$

19) $62e^{j71^\circ} =$

20) $15e^{j87^\circ} =$

21) $2,2e^{-j215^\circ} =$

22) $4,4e^{-j102^\circ} =$

23) $5,1e^{j284^\circ} =$

24) $6,3e^{j183^\circ} =$

25) $13,4e^{-j392^\circ} =$

26) $5,6e^{j163^\circ} =$

27) $17e^{-j160^\circ} =$

28) $0,44e^{j133^\circ} =$

29) $5,48e^{-j2^\circ} =$

30) $0,9e^{j180^\circ} =$

31) $20e^{j90^\circ} =$

32) $12e^{j144^\circ} =$

33) $6e^{-j292^\circ} =$

34) $15e^{-j20^\circ} =$

35) $12,6e^{j204^\circ} =$

36) $53e^{j190^\circ} =$

37) $70e^{-j77^\circ} =$

38) $16e^{j102^\circ} =$

39) $18e^{-j100^\circ} =$

40) $76e^{-j77^\circ} =$

41) $0,11e^{j156^\circ} =$

42) $0,4e^{j125^\circ} =$

43) $16e^{-j100^\circ} =$

44) $0,3e^{j160^\circ} =$

45) $24e^{j183^\circ} =$

46) $2,7e^{-j192^\circ} =$

47) $20e^{-j180^\circ} =$

К подразделу 2.2.

1. Определить ток в цепи и падение напряжений на элементах схемы (рис. 175), если $U = 120$ В; $\psi_U = 0$; $r = 6$ Ом; $L = 25,5$ мГн; $f = 50$ Гц.

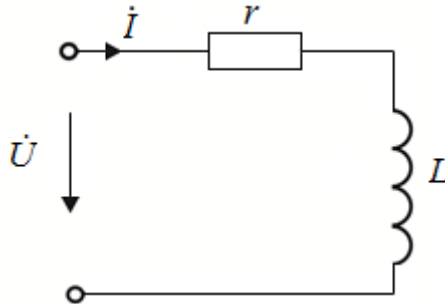


Рис. 175

2. Определить ток в цепи и падение напряжений на элементах схемы (рис. 176), если $U = 240$ В; $\psi_U = 0$; $r = 60$ Ом; $C = 40$ мкФ; $f = 50$ Гц.

3. В схеме на рис. 177 определить величину индуктивности L , приложенное напряжение \dot{U}_{ac} и ток в цепи \dot{I} , если ток \dot{I} отстаёт от приложенного напряжения \dot{U}_{ac} на 45° , $\dot{U}_{ac} = 315$ В; $R = 50$ Ом, $C = 3,18$ мкФ, $f = 500$ Гц. Записать выражение для комплексного сопротивления цепи.

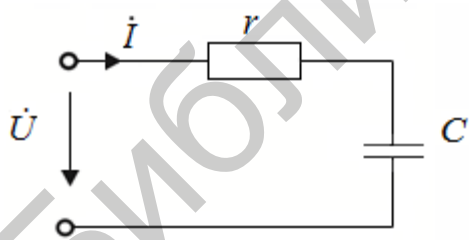


Рис. 176

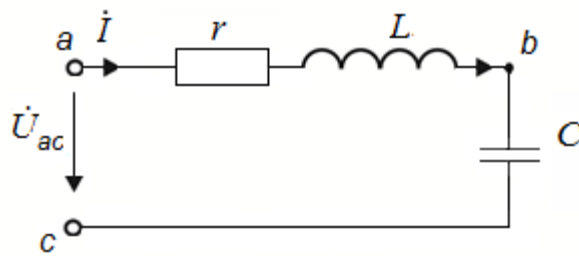


Рис. 177

4. В электрической цепи (рис. 178) протекает ток $I = 5$ А. Определить напряжение между точками 1–3, 3–5, 3–6, 1–8, 1–9, если $R_2 = 6$ Ом; $X_{L_1} = 8$ Ом; $X_{C_1} = 5$ Ом; $R_2 = 12$ Ом; $X_{L_2} = 14$ Ом; $R_3 = 6$ Ом; $X_{L_3} = 1$ Ом; $X_{C_3} = 11$ Ом.

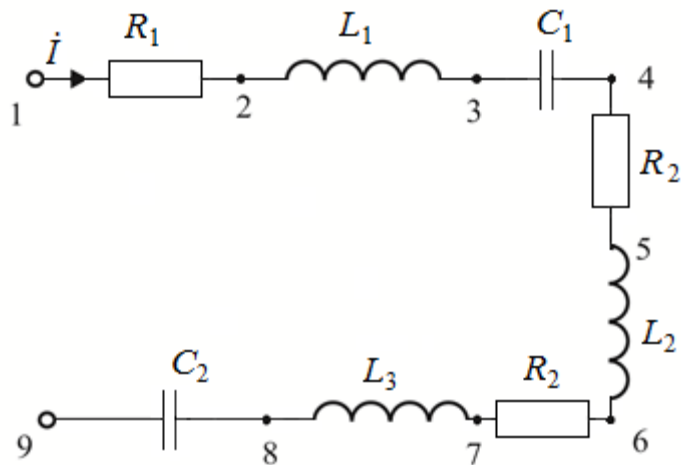


Рис. 178

К подразделу 2.3.

1. Для схемы на рис. 179 определить токи \dot{I} , \dot{I}_r , \dot{I}_L , если $U = 120$ В; $\psi_U = 0$; $r = 6$ Ом; $L = 25,5$ мГн; $f = 50$ Гц.

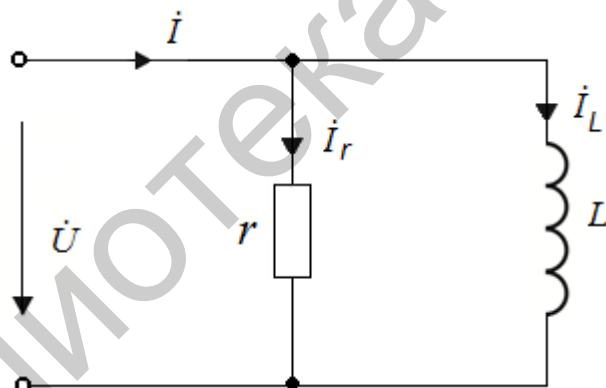


Рис. 179

2. Для схемы на рис. 180 определить токи \dot{I} , \dot{I}_r , \dot{I}_L , если $U = 240$ В; $\psi_U = 0$; $r = 16,6$ Ом; $C = 255$ мкФ; $f = 50$ Гц.

3. Проводимости ветвей в схеме (рис. 181) $g = 0,01$ См и $b = 0,02$ См. Действующее значение тока на входе цепи $\dot{I} = 1$ А. Определить комплексные значения входной проводимости $Y_{вх}$ и входного сопротивления $Z_{вх}$, а также

мгновенные значения приложенного напряжения $u(t)$ и токов $i_1(t)$ и $i_2(t)$ в ветвях схемы.

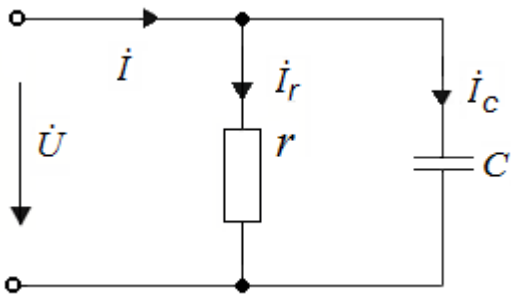


Рис. 180

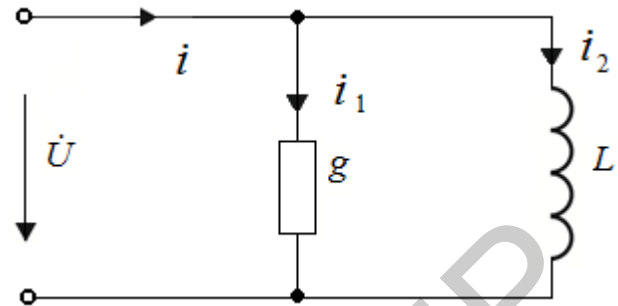


Рис. 181

4. На схеме (рис. 182) $U = 40$ В; $R_1 = 8$ Ом; $X_{L_1} = 12$ Ом; $X_{C_1} = 6$ Ом; $R_2 = 12$ Ом; $X_{C_2} = 16$ Ом.

Определить входной ток, токи параллельных ветвей и полную мощность всей цепи.

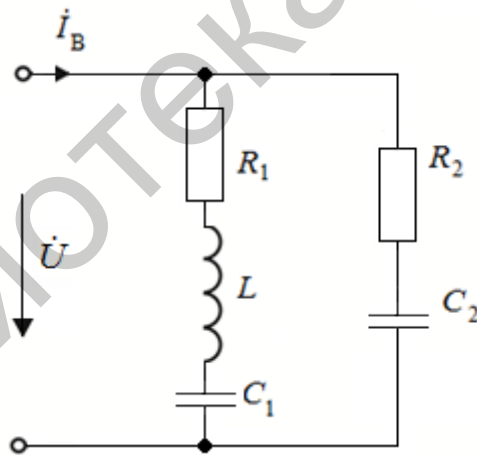


Рис. 182

5. Определить показания амперметров A_2 и A_3 (рис. 183) по известным показаниям амперметров A_1 ($I_1 = 5,64$ А), A_4 ($I_4 = 4$ А) и A_5 ($I_5 = 3$ А).

6. Определить токи в ветвях цепи (рис. 184) методом уравнений Кирхгофа, если $\dot{E} = 120e^{j30^\circ}$ В; $X_L = 4$ Ом; $R_1 = 3$ Ом; $R_2 = 5$ Ом; $X_C = 5$ Ом; $R_3 = 10$ Ом; $\dot{I} = 30,6e^{-j93^\circ}$ А.

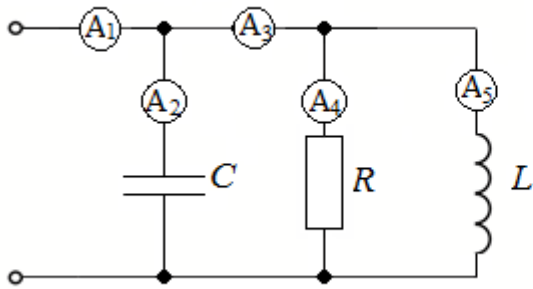


Рис. 183

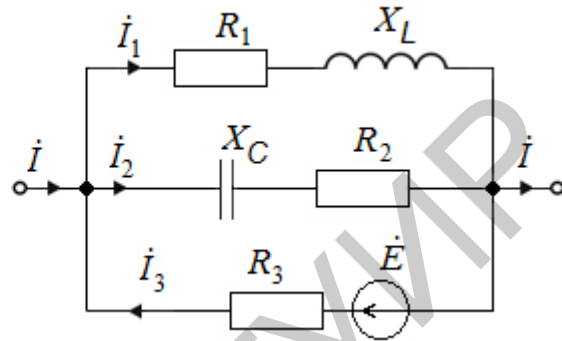


Рис. 184

7. Методом контурных токов определить токи в ветвях электрической цепи (рис. 185), если $\dot{E}_1 = 120$ В; $\dot{E}_2 = 110e^{-j10^\circ}$ В; $Z_1 = (3 + j4)$ Ом; $Z_3 = 20$ Ом; $Z_2 = (2 + j1,5)$ Ом.

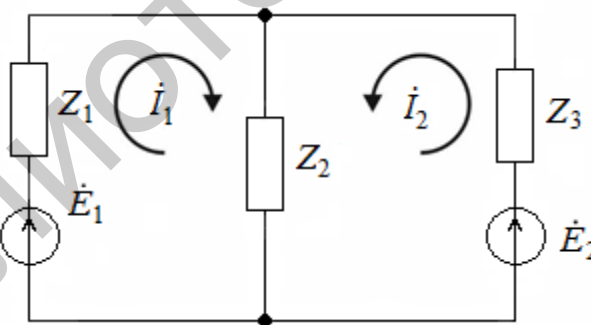


Рис. 185

8. На схеме (рис. 186) потребители трехфазного тока соединены «звездой». Определить фазные токи, ток в нейтральном проводе I_N , полную мощность всей цепи S , если U линейное напряжение $U_{л} = 380$ В; $R_1 = R_2 = 11$ Ом; $X_{L1} = 19$ Ом; $X_{C1} = 22$ Ом; $X_{C2} = 53$ Ом.

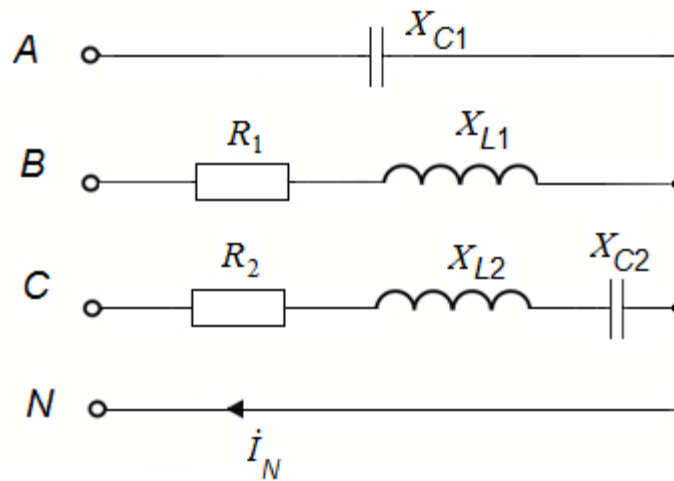


Рис. 186

К подразделу 2.4.

1. В схеме на рис. 187 определить ток \dot{I}_{R_3} методом эквивалентного генератора, если $\dot{J} = 12,6e^{j18^\circ 30'}$ А; $X_L = 8$ Ом; $X_C = 4$ Ом; $R_1 = 8$ Ом, $R_2 = 4$ Ом; $R_3 = 2,4$ Ом.

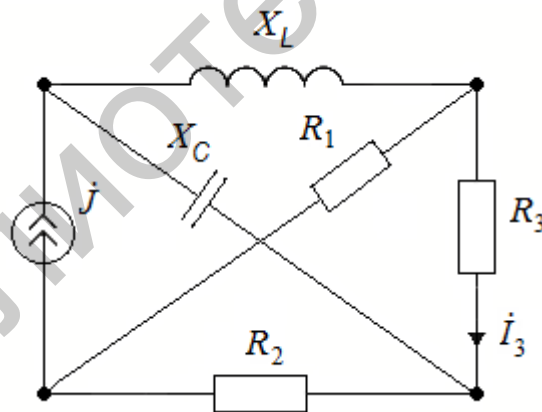


Рис. 187

2. В схеме на рис. 188 определить комплексное сопротивление Z (состоящее из последовательно соединенных активного и реактивного сопротивлений), токи \dot{I}_1 и \dot{I}_2 , если $u(t) = 282\sin(\omega t + 30^\circ)$, В; $i(t) = 1,41\cos \omega t$, А; $X_C = 73,5$ Ом; $X_L = 50$ Ом.

3. В схеме на рис. 189 методом контурных токов определить токи в ветвях, если $E_m = 100$ В; $R_1 = R_2 = 10$ Ом; $C = 159$ мкФ; $L = 31,8$ мГн; $f = 50$ Гц.

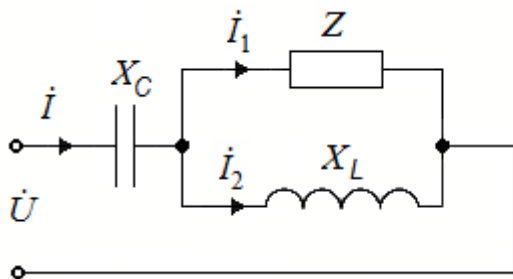


Рис. 188

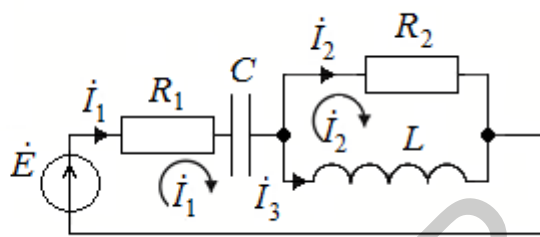


Рис. 189

4. Определить ток в резисторе R_2 (рис. 190), если напряжение $U = 120$ В; $R_1 = 4$ Ом; $X_{L1} = 8$ Ом; $X_{C1} = 40$ Ом; $X_{C2} = 20$ Ом; $X_{L2} = 10$ Ом; $R_2 = 20$ Ом; $R_3 = 10$ Ом.

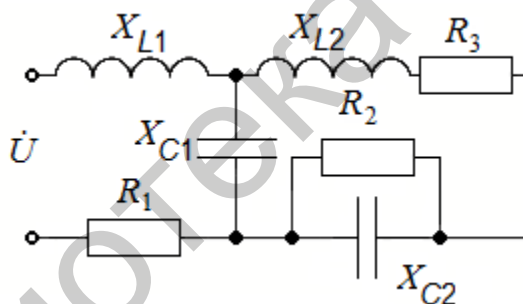


Рис. 190

5. В схеме (рис. 191) $U_{л} = 380$ В; $R_{AB} = 22$ Ом; $R_{BC} = 19$ Ом; $R_{CA} = 12$ Ом; $X_{C_{BC}} = 11$ Ом; $X_{L_{CA}} = 16$ Ом. Определить линейные токи I_A , I_B , I_C , фазные токи I_{AB} , I_{BC} , I_{CA} и полную мощность всей цепи S .

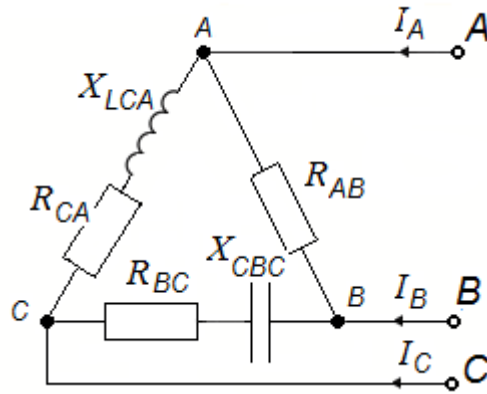


Рис. 191

К подразделу 2.5.

1. В цепи (рис. 192) $\dot{J} = 20 \text{ A}$; $R_1 = 4,9 \text{ Ом}$; $X_C = 15,1 \text{ Ом}$; $R_2 = 5,1 \text{ Ом}$; $X_{L1} = 4 \text{ Ом}$; $X_{L2} = 10 \text{ Ом}$; $X_M = 3 \text{ Ом}$. Определить токи в ветвях \dot{I}_1 , \dot{I}_2 , \dot{I}_3 , \dot{I}_4 и напряжения \dot{U}_{AC} , \dot{U}_{BC} .

2. Сигнал с частотой $f = 300 \text{ кГц}$ создаёт на катушке L_1 антенны приемника (рис. 193) напряжение $U_1 = 100 \text{ мкВ}$. Определить ток в антенне I_1 , создаваемый этим сигналом, если $L_1 = 16 \text{ мкГн}$; $r_1 = 50 \text{ Ом}$; $L_2 = 1,9 \text{ мГн}$; $r_2 = 7 \text{ Ом}$; $r_H = 10 \text{ кОм}$ и коэффициент связи $K = 20 \%$.

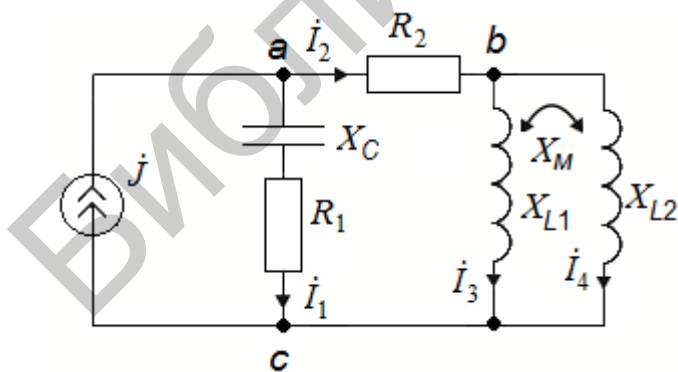


Рис. 192

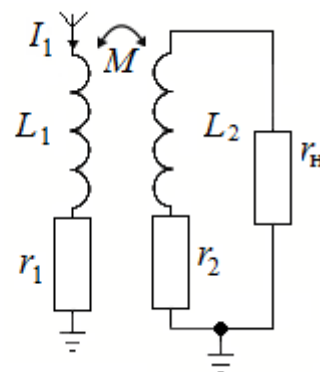


Рис. 193

3. К двум последовательно соединенным катушкам индуктивности (рис. 194) подключено напряжение $U = 76 \text{ В}$ с частотой $f = 50 \text{ Гц}$.

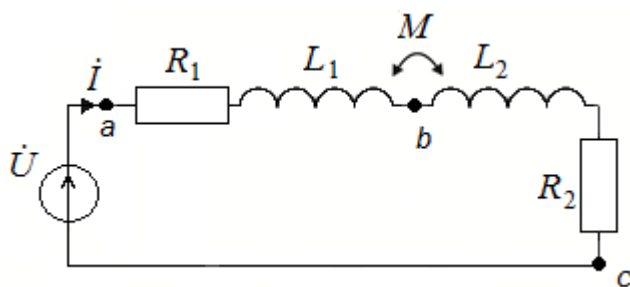


Рис. 194

Определить взаимную индуктивность M , если при включении одной первой катушки $U_1 = 52$ В, $I_1 = 4$ А, $P_1 = 80$ Вт, а при включении только одной второй катушки $U_2 = 52$ В, $I_2 = 4,16$ А, $P_2 = 60,5$ Вт.

4. Определить коэффициент связи k между двумя катушками индуктивности, если их индуктивности $L_1 = 4 \cdot 10^{-2}$ Гн и $L_2 = 10^{-2}$ Гн, а взаимная индуктивность $M = 5$ мГн.

5. Для последовательно соединенных катушек индуктивности (см. рис. 178) $U = 100$ В; $R_1 = 30$ Ом; $R_2 = 50$ Ом; $X_{L_1} = 120$ Ом; $X_{L_2} = 30$ Ом; коэффициент связи $k = 0,75$. Определить ток I и напряжения U_{ab} и U_{bc} .

К подразделу 2.6.

Последовательный колебательный контур

1. Рассчитать и построить АЧХ и ФЧХ последовательного колебательного контура (рис. 195) по напряжению на ёмкости, если $r_i = 1$ Ом; $r = 9$ Ом; $L = 80$ мкГн; $C = 2000$ пФ.

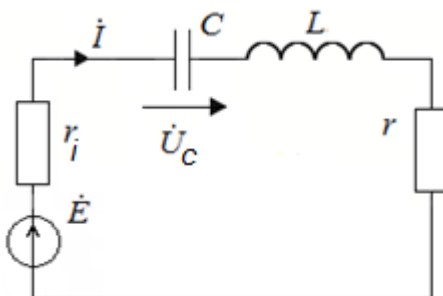


Рис. 195

2. Рассчитать индуктивность катушки последовательного колебательного контура, если резонансная частота $f_0 = 465$ кГц, полоса пропускания $\Delta F = 10$ кГц, сопротивление потерь $r = 10$ Ом.

3. В последовательном колебательном контуре $L = 0,3$ мГн; $C = 400$ пФ; $r + r_i = 17,7$ Ом. Определить, какое необходимо включить добавочное сопротивление, чтобы полоса пропускания стала равной 20 кГц ?

4. Резонансная частота последовательного колебательного контура $f_0 = 4 \cdot 10^6$ Гц, добротность $Q = 80$. Определить ширину полосы пропускания и граничные частоты полосы пропускания f_1 и f_2 , напряжение на конденсаторе при резонансе, если приложенное к контуру напряжение равно $U = 6$ В.

5. Граничные частоты полосы пропускания последовательного колебательного контура $f_1 = 636$ кГц и $f_2 = 644$ кГц. К контуру приложено напряжение $U = 1$ В. Определить напряжение на конденсаторе при резонансе.

Параллельный колебательный контур

1. В цепи на рис. 196 токи $I_1 = 6$ А, $I_3 = 3,6$ А. Определить ток I_2 при резонансе токов в контуре.

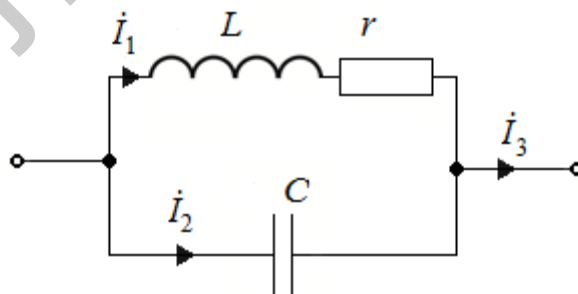


Рис. 196

2. Добротность простого параллельного контура $Q = 100$, индуктивность $L = 0,2$ мГн, ёмкость $C = 1250$ пФ. Какое сопротивление шунта $r_{ш}$ следует

подключить параллельно контуру, чтобы его добротность уменьшилась до $Q' = 20$?

3. Параллельный колебательный контур (рис. 197) настроен на частоту $f_0 = 20$ МГц, $Q = 20$, $Z_{0ЭКВ} = 10$ кОм. Определить первичные параметры контура L , C , r_L . Рассчитать полосы пропускания контура для трёх значений r_i :

$$r_i = Z_{0ЭКВ}, \quad r_i = \frac{Z_{0ЭКВ}}{2}, \quad r_i = 2Z_{0ЭКВ}.$$

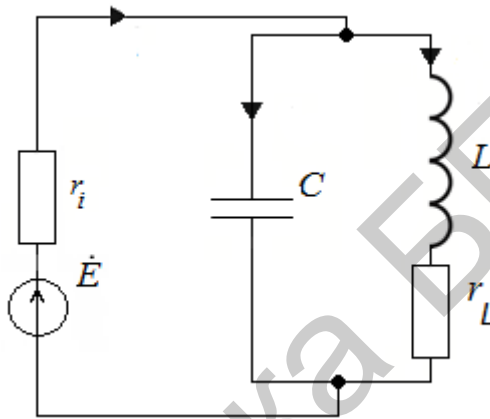


Рис. 197

4. В простом параллельном колебательном контуре (рис. 198) $C = 2,5$ мкФ, $L = 4$ мГн; $r_L = 11,2$ Ом; $U = 10$ В. Определить частоту резонанса токов и полное сопротивление цепи при резонансе.

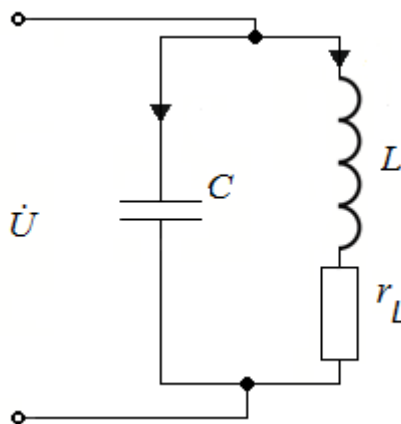


Рис. 198

5. Простой параллельный контур содержит в одной ветви L и r_L , в другой – C . Определить, каковы должны быть эти величины, чтобы резонансная частота была равна $f_0 = 4 \cdot 10^6$ Гц, сопротивление контура при резонансе $r_{0\text{экв}} = 125$ кОм, полоса пропускания $\Delta F = 16$ кГц?

Библиотека БГУИР

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ И ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ

Эквивалентные преобразования

К подразделу 1.9.

$$1. R_{ab} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{(R_2 + R_3)} = 3,7 \text{ Ом.}$$

$$2. R_{ab} = R_1 + \frac{\left[\frac{R_2 + R_4 R_5}{R_4 + R_5} \right] \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4 R_5} = 4,5 \text{ Ом.}$$

$$(R_4 + R_5)$$

$$3. R_{ab} = \frac{\left\{ R_1 + \frac{\left[\frac{R_2 + R_6 R_7}{R_6 + R_7} \right] \cdot (R_4 + R_5)}{R_2 + R_4 + R_5 + R_6 R_7} \right\} \cdot R_3}{\left\{ R_1 + \frac{\left[\frac{R_2 + R_6 R_7}{R_6 + R_7} \right] \cdot (R_4 + R_5)}{R_2 + R_4 + R_5 + R_6 R_7} \right\} + R_3} = 10,46 \text{ Ом;}$$

$$R_{cd} = \frac{\left\{ R_2 + \frac{(R_1 + R_3)(R_4 + R_5)}{R_1 + R_3 + R_4 + R_5} \right\} \cdot \frac{R_6 R_7}{(R_6 + R_7)}}{\left\{ R_2 + \frac{(R_1 + R_3)(R_4 + R_5)}{R_1 + R_3 + R_4 + R_5} \right\} + \frac{R_6 R_7}{(R_6 + R_7)}} = 6,15 \text{ Ом.}$$

$$4. R_{ab} = 11,7 \text{ Ом.}$$

$$5. R_{1-1'} = 2 \text{ Ом.}$$

$$6. R_{x,x} = 120 \text{ Ом, } R_{к.3} = 72 \text{ Ом.}$$

$$7. K = \frac{U_2}{U_1} = 0,05.$$

$$8. L_{\text{эКВ0}} = L_1 + L_2 = 450 \text{ мГн}; L_{\text{эКВ1}} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} + L_2 = 317 \text{ мГн};$$

$$L_{\text{эКВ2}} = \frac{(L_1 + L_2)L_3}{L_1 + L_2 + L_3} = 225 \text{ мГн}.$$

$$9. R_1 = 0,6 \text{ Ом}; R_2 = 1 \text{ Ом}; R_3 = 1,5 \text{ Ом}.$$

$$10. R_3 = 3,76 \text{ Ом}.$$

$$11. I_1 = 0,203 \text{ А}; I_2 = 0,369 \text{ А}; I_3 = 0,309 \text{ А}; I_4 = 0,106 \text{ А}; I_5 = 0,263 \text{ А};$$

$$I_6 = 0,106 \text{ А}.$$

$$12. I_1 = 0,225 \text{ А}; I_2 = 0,218 \text{ А}; I_3 = 0,443 \text{ А}; I_4 = 0,182 \text{ А}; I_5 = 0,043 \text{ А};$$

$$I_6 = 0,261 \text{ А}.$$

$$13. I_1 = 0,293 \text{ А}; I_2 = 0,454 \text{ А}; I_3 = 0,031 \text{ А}; I_4 = 0,263 \text{ А}; I_5 = 0,191 \text{ А};$$

$$I_6 = 0,263 \text{ А}.$$

$$14. I_1 = -0,473 \text{ А}; I_2 = 0,309 \text{ А}; I_3 = 0,009 \text{ А}; I_4 = -0,465 \text{ А}; I_5 = -0,318 \text{ А};$$

$$I_6 = -0,309 \text{ А}.$$

$$15. I_1 = 0,369 \text{ А}; I_2 = 0,206 \text{ А}; I_3 = 0,150 \text{ А}; I_4 = 0,356 \text{ А}; I_5 = 0,220 \text{ А};$$

$$I_6 = 0,014 \text{ А}.$$

Методы уравнений Кирхгофа

$$16. \text{ Для узла } a: I_1 - I_2 + I_4 = 0; \text{ для узла } b: -I_1 - I_3 + I_5 = 0; \text{ для узла } c:$$

$$I_2 + I_3 - I_6 = 0; \text{ для контура I: } R_i I_1 - R_4 I_4 + R_1 I_5 = E_1; \text{ для контура II:}$$

$$R_i I_2 + R_4 I_4 + R_2 I_6 = -E_2; \text{ для контура III: } -(R_3 + R_i) I_3 - R_1 I_5 - R_2 I_6 = -E_3.$$

После подстановки цифровых данных получается следующая система уравнений:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_4 = 0; \\ -I_1 - I_3 + I_5 = 0; \\ I_2 + I_3 - I_6 = 0; \\ 0,5I_1 - I_4 + I_5 = 20; \\ 0,5I_2 + I_4 + I_6 = -20; \\ -1,5I_3 - I_5 - I_6 = -30. \end{cases}$$

17. Для преобразованной схемы (рис. 199) получаем:

– для узла a : $I_1 + I_2 - I_3 = 0$;

– для контура I: $R_1''' I_1 - R_2''' I_2 = E_1$;

– для контура II: $-R_3''' I_3 + R_2''' I_2 = E_2$.

После подстановки цифровых данных система уравнений примет вид

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0; \\ 11,07I_1 - 4,33I_2 = 10; \\ 4,33I_2 - 14,5I_3 = 20. \end{cases}$$

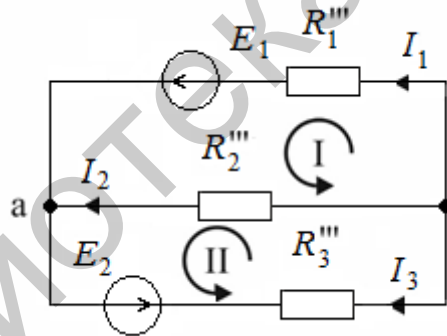


Рис. 199

18. $I_1 = 10 \text{ A}$; $|I_2| = 2 \text{ A}$; $|I_3| = 8 \text{ A}$.

19. $I_{R_1} = 14 \text{ A}$; $I_{R_2} = -15 \text{ A}$; $I_{R_3} = -1 \text{ A}$.

20. $I_{R_1} = 2,5 \text{ A}$; $|I_{R_3}| = 1 \text{ A}$; $I_{R_4} = 1,5 \text{ A}$.

21. $I_{R_1} = 2 \text{ A}$; $I_{R_2} = 8 \text{ A}$; $I_{R_3} = 1 \text{ A}$; $I_{R_4} = 3 \text{ A}$; $I_{R_5} = 5 \text{ A}$.

22. $I_1 = 0,288 \text{ A}$; $I_2 = 0,103 \text{ A}$; $I_3 = 0,376 \text{ A}$; $I_4 = 0,291 \text{ A}$; $I_5 = 0,054 \text{ A}$;

$I_6 = 0,164 \text{ A}$.

23. $I_1 = 0,375 \text{ A}; I_2 = 0,522 \text{ A}; I_3 = 0,028 \text{ A}; I_4 = 0,094 \text{ A}; I_5 = 0,242 \text{ A};$

$I_6 = 0,375 \text{ A}.$

24. $I_1 = -0,027 \text{ A}; I_2 = -0,387 \text{ A}; I_3 = -0,413 \text{ A}; I_4 = -0,236 \text{ A}; I_5 = -0,177 \text{ A};$

$I_6 = -0,209 \text{ A}.$

25. $I_1 = 0,672 \text{ A}; I_2 = 0,535 \text{ A}; I_3 = 0,335 \text{ A}; I_4 = 0,137 \text{ A}; I_5 = 0,200 \text{ A};$

$I_6 = 0,337 \text{ A}.$

26. $I_1 = 0,480 \text{ A}; I_2 = 0,354 \text{ A}; I_3 = 0,032 \text{ A}; I_4 = 0,449 \text{ A}; I_5 = 0,094 \text{ A};$

$I_6 = 0,386 \text{ A}.$

Метод контурных токов

27. $I_{R_1} = -0,635 \text{ A}; I_{R_2} = 0,225 \text{ A}; I_{R_3} = -1,52 \text{ A}; I_{R_4} = -0,86 \text{ A}; I_{R_5} = 1,745 \text{ A}.$

28. $I_1 = 0,94 \text{ A}; I_2 = 0,54 \text{ A}; I_3 = 0,06 \text{ A}; I_4 = 0,46 \text{ A}; I_5 = 0,4 \text{ A}; I_6 = J = 1 \text{ A}.$

29. $I_1 = J = 1 \text{ A}; I_2 = 2,2 \text{ A}; I_3 = 1,2 \text{ A}.$ Мощность источника тока 6,6 Вт;

источников ЭДС 40 Вт; $\sum I^2 R = 46,6 \text{ Вт}.$

30. $I_{R_1} = 6 \text{ A}; I_{R_2} = 2 \text{ A}; I_{R_3} = 4 \text{ A}; I_{R_4} = 1 \text{ A}; I_{R_5} = 5 \text{ A}.$

31. $I_{R_1} = 4 \text{ A}; I_{R_2} = -1,49 \text{ A}; I_{R_3} = 1 \text{ A}; I_{R_4} = 3 \text{ A}; I_{R_5} = -0,49 \text{ A}; I_{R_6} = 2,51 \text{ A}.$

32. $I_1 = 0,506 \text{ A}; I_2 = 0,026 \text{ A}; I_3 = 0,149 \text{ A}; I_4 = 0,357 \text{ A}; I_5 = 0,533 \text{ A};$

$I_6 = 0,176 \text{ A}.$

33. $I_1 = 0,489 \text{ A}; I_2 = 0,372 \text{ A}; I_3 = 0,468 \text{ A}; I_4 = 0,096 \text{ A}; I_5 = 0,022 \text{ A};$

$I_6 = 0,393 \text{ A}.$

34. $I_1 = 0,548 \text{ A}; I_2 = 0,568 \text{ A}; I_3 = 0,467 \text{ A}; I_4 = 0,082 \text{ A}; I_5 = 0,101 \text{ A};$

$I_6 = 0,649 \text{ A}.$

35. $I_1 = 0,311 \text{ A}; I_2 = 0,281 \text{ A}; I_3 = 0,024 \text{ A}; I_4 = 0,336 \text{ A}; I_5 = 0,257 \text{ A};$

$I_6 = 0,593 \text{ A}.$

36. $I_1 = -0,411 \text{ A}; I_2 = -0,086 \text{ A}; I_3 = 0,497 \text{ A}; I_4 = 0,279 \text{ A}; I_5 = -0,218 \text{ A};$
 $I_6 = -0,132 \text{ A}.$

Метод наложения

37. $I_{R_1} = 2 \text{ A}; I_{R_2} = I_{R_3} = 0,5 \text{ A}; I_{R_4} = 1 \text{ A}; I_{R_5} = 1,5 \text{ A}; I_{R_6} = 2,5 \text{ A}.$

38. $I_{R_1} = 5 \text{ A}; I_{R_2} = 4 \text{ A}; I_{R_3} = 1 \text{ A}.$

39. $I_{R_1} = 0,1 \text{ A}; I_{R_2} = 0,32 \text{ A}; I_{R_4} = 0,06 \text{ A}; I_{R_5} = 0,04 \text{ A}; I_{R_6} = 0,42 \text{ A}.$

40. $I_{R_1} = 1,45 \text{ A}; I_{R_3} = 4,74 \text{ A}; I_{R_4} = 6,19 \text{ A}.$

41. $I_{R_1} = 0,62 \text{ A}; I_{R_2} = 1,5 \text{ A}; I_{R_3} = 0,88 \text{ A}; I_{R_4} = I_{R_5} = 0,44 \text{ A}.$

42. $I_{R_1} = 5 \text{ A}; I_{R_2} = 1 \text{ A}; I_{R_3} = 2 \text{ A}; I_{R_4} = 2 \text{ A}; I_{R_5} = 4 \text{ A}; I_{E_3} = 3 \text{ A}.$

43. $I_1 = 0,209 \text{ A}; I_2 = 0,325 \text{ A}; I_3 = 0,305 \text{ A}; I_4 = 0,095 \text{ A}; I_5 = 0,23 \text{ A};$
 $I_6 = 0,325 \text{ A}.$

44. $I_1 = 0,309 \text{ A}; I_2 = 0,470 \text{ A}; I_3 = 0,002 \text{ A}; I_4 = -0,312 \text{ A}; I_5 = 0,158 \text{ A};$
 $I_6 = 0,002 \text{ A}.$

45. $I_1 = 0,747 \text{ A}; I_2 = 0,082 \text{ A}; I_3 = 0,555 \text{ A}; I_4 = 0,274 \text{ A}; I_5 = 0,192 \text{ A};$
 $I_6 = 0,082 \text{ A}.$

46. $I_1 = 0,430 \text{ A}; I_2 = 0,172 \text{ A}; I_3 = 0,003 \text{ A}; I_4 = 0,427 \text{ A}; I_5 = 0,175 \text{ A};$
 $I_6 = 0,003 \text{ A}.$

47. $I_1 = 0,307 \text{ A}; I_2 = 0,175 \text{ A}; I_3 = -0,239 \text{ A}; I_4 = -0,239 \text{ A}; I_5 = -0,068 \text{ A};$
 $I_6 = -0,243 \text{ A}.$

Метод узловых потенциалов

48. $I_{R_1} = 1 \text{ A}; I_{R_2} = 5 \text{ A}; I_{R_3} = 10 \text{ A}; I_{R_4} = 3 \text{ A}; I_{R_5} = 4 \text{ A}; I_{R_6} = 2 \text{ A}.$

49. $I_{E_1} = 2,25 \text{ mA}; I_{E_2} = 1,4 \text{ mA}; I_{R_1} = 0,85 \text{ mA}; I_{R_2} = 0,75 \text{ mA}; I_{R_3} = 0,1 \text{ mA};$

$I_{R_4} = 1,5 \text{ mA}.$

50. $I_{E_1} = 0,8 \text{ A}; I_{R_1} = I_{R_2} = 0,2 \text{ A}; I_{R_3} = I_{R_5} = 0,4 \text{ A}; I_{R_6} = 0,28 \text{ A}; I_{R_7} = 0,52 \text{ A}.$

51. $I_{R_1} = 21 \text{ A}; I_{R_2} = 25 \text{ A}; I_{R_3} = 4 \text{ A}.$

52. $I_{R_1} = 2 \text{ A}; I_{R_2} = 2,7 \text{ A}; I_{R_3} = 0,7 \text{ A}; I_{E_4} = 0,9 \text{ A}; I_{R_4} = 2,2 \text{ A}; I_{R_5} = 4,7 \text{ A};$

$I_{R_6} = 2,5 \text{ A}.$

53. $I_{E_1} = 14,5 \text{ A}; I_{E_2} = 15,2 \text{ A}; I_{R_1} = 18 \text{ A}; I_{R_2} = 3,5 \text{ A}; I_{R_3} = 2,8 \text{ A}; I_{R_4} = 11,7 \text{ A}.$

54. $I_1 = 0,610 \text{ A}; I_2 = 0,130 \text{ A}; I_3 = 0,408 \text{ A}; I_4 = 0,196 \text{ A}; I_5 = 0,276 \text{ A};$

$I_6 = 0,327 \text{ A}.$

55. $I_1 = 0,078 \text{ A}; I_2 = 0,272 \text{ A}; I_3 = 0,350 \text{ A}; I_4 = 0,208 \text{ A}; I_5 = 0,142 \text{ A};$

$I_6 = 0,129 \text{ A}.$

56. $I_1 = 0,397 \text{ A}; I_2 = 0,317 \text{ A}; I_3 = 0,321 \text{ A}; I_4 = 0,076 \text{ A}; I_5 = 0,393 \text{ A};$

$I_6 = 0,003 \text{ A}.$

57. $I_1 = 0,190 \text{ A}; I_2 = -0,384 \text{ A}; I_3 = -0,145 \text{ A}; I_4 = 0,335 \text{ A}; I_5 = -0,240 \text{ A};$

$I_6 = 0,049 \text{ A}.$

58. $I_1 = 0,354 \text{ A}; I_2 = 0,268 \text{ A}; I_3 = 0,160 \text{ A}; I_4 = 0,381 \text{ A}; I_5 = 0,242 \text{ A};$

$I_6 = 0,622 \text{ A}.$

Метод эквивалентного генератора

59. $I_{R_1} = 2,5 \text{ A}.$

60. $I_{R_1} = 0,5 \text{ A}.$

61. $I_{R_2} = 1 \text{ A}.$

62. $I_{R_5} = 0,5 \text{ A}.$

63. $I_{R_3} = 0,5 \text{ A}$.

64. $I_{R_5} = 1,35 \text{ A}$.

65. $I_{R_3} = 0,769 \text{ A}$.

66. $I_1 = 0,552 \text{ A}; I_2 = 0,536 \text{ A}; I_3 = 0,35 \text{ A}; I_4 = 0,634 \text{ A}; I_5 = 0,151 \text{ A};$
 $I_6 = 0,688 \text{ A}$.

67. $I_1 = -0,404 \text{ A}; I_2 = -0,576 \text{ A}; I_3 = 0,172 \text{ A}; I_4 = 0,028 \text{ A}; I_5 = 0,143 \text{ A};$
 $I_6 = 0,423 \text{ A}$.

68. $I_1 = 0,348 \text{ A}; I_2 = 0,236 \text{ A}; I_3 = 0,360 \text{ A}; I_4 = 0,012 \text{ A}; I_5 = 0,130 \text{ A};$
 $I_6 = 0,224 \text{ A}$.

69. $I_1 = 0,392 \text{ A}; I_2 = 0,587 \text{ A}; I_3 = 0,194 \text{ A}; I_4 = 0,206 \text{ A}; I_5 = 0,012 \text{ A};$
 $I_6 = 0,381 \text{ A}$.

70. $I_1 = 0,468 \text{ A}; I_2 = 0,238 \text{ A}; I_3 = 0,302 \text{ A}; I_4 = 0,706 \text{ A}; I_5 = 0,404 \text{ A};$
 $I_6 = 0,064 \text{ A}$.

71. $E_{\Gamma} = 20 \text{ В}; R_{\Gamma} = 20 \text{ Ом}$.

72. $E_{\Gamma} = 40 \text{ В}; R_{\Gamma} = 35 \text{ Ом}$.

73. $I_5 = 1,25 \text{ A}$.

74. $I_3 = 1 \text{ A}$.

75. $I_2 = 1 \text{ A}$.

Метод преобразования

76. $I_1 = 0,12 \text{ A}; I_2 = 2,44 \text{ A}; I_3 = 2,32 \text{ A}; I_4 = 0,32 \text{ A}$.

77. $I_1 = 2,68 \text{ A}; I_2 = 1,16 \text{ A}; I_3 = -1,52 \text{ A}; I_4 = -3,52 \text{ A}$.

78. $I_1 = 1,08 \text{ A}; I_2 = 1,96 \text{ A}; I_3 = 0,88 \text{ A}; I_4 = -1,12 \text{ A}$.

79. $I_1 = 1,48 \text{ A}; I_2 = 1,76 \text{ A}; I_3 = 0,28 \text{ A}; I_4 = -0,72 \text{ A}$.

80. $I_1 = -0,04$ A; $I_2 = 2,52$ A; $I_3 = 2,56$ A; $I_4 = -1,44$ A.

К подразделу 2.1.

Синусоидальный ток

1.

- | | |
|---|--|
| 1) $17,3 - j18,4 = 25,25e^{-j46^\circ 42'}$; | 20) $-33 - j88 = 93e^{-j110^\circ}$; |
| 2) $-96 - j64 = 115,4e^{-j146^\circ 18'}$; | 21) $0,6 - j20 = 20e^{-j88^\circ}$; |
| 3) $-15 + j16 = 21,9e^{j133^\circ 9'}$; | 22) $-23 + j48 = 53e^{j115^\circ}$; |
| 4) $8 + j93 = 93,94e^{j85^\circ}$; | 23) $-50 - j60 = 78e^{-j129^\circ 48'}$; |
| 5) $107 - j99 = 145,7e^{-j42^\circ 42'}$; | 24) $17,6 - j24,3 = 30e^{-j54^\circ}$; |
| 6) $-6 - j8 = 10e^{-j126^\circ 48'}$; | 25) $-82,5 - j66,7 = 106e^{-j141^\circ}$; |
| 7) $-11 + j12 = 16,3e^{j132^\circ 30'}$; | 26) $-24,7 + j82,3 = 85,9e^{j163^\circ 18'}$; |
| 8) $12 + j16 = 20e^{j53^\circ}$; | 27) $-100 + j50 = 111,8e^{j153^\circ 24'}$; |
| 9) $-704 - j93 = 710,12e^{-j172^\circ 30'}$; | 28) $38 - j3 = 38,12e^{-j4^\circ 30'}$; |
| 10) $52 + j63 = 81,7e^{j50^\circ 30'}$; | 29) $-0,12 + j23 = 23e^{j90^\circ 18'}$; |
| 11) $-89 + j60 = 107,3e^{j146^\circ}$; | 30) $-15 - j82,5 = 83,8e^{-j100^\circ 18'}$; |
| 12) $16 - j20 = 25,6e^{-j51^\circ 18'}$; | 31) $-8,2 - j7,4 = 11,05e^{-j137^\circ 54'}$; |
| 13) $2 - j80 = 80,025e^{-j88^\circ}$; | 32) $-20 + j30 = 36,1e^{j123^\circ 42'}$; |
| 14) $-23 + j6 = 23,77e^{-j165^\circ}$; | 33) $-34 - j88 = 94,3e^{j248^\circ 48'}$; |
| 15) $-83 - 64 = 104,8e^{-j142^\circ}$; | 34) $-24 + j44 = 50e^{j118^\circ}$; |
| 16) $-34 + j2,2 = 34,1e^{j176^\circ 54'}$; | 35) $-16,7 + j9,2 = 19e^{j151^\circ}$; |
| 17) $-25 - j134 = 136,3e^{j259^\circ 24'}$; | 36) $-36,7 - j20,6 = 42e^{-j150^\circ 42'}$; |
| 18) $2,2 + j3,3 = 3,97e^{j56^\circ 18'}$; | 37) $-200 = 200e^{j180^\circ}$; |
| 19) $-18,3 - j19,4 = 26,5e^{-j132^\circ}$; | 38) $-40 - j70 = 80,023e^{-j119^\circ 42'}$. |

2.

$$1) 79,6e^{j260^\circ} = -13,82 - j78,39;$$

$$2) 15,3e^{-j130^\circ} = -9,83 - j11,72;$$

$$3) 7,8e^{j49^\circ} = 5,1 + j5,89;$$

$$4) 1,5e^{j142^\circ} = -1,18 + j0,9;$$

$$5) 6,3e^{-j29^\circ} = 5,5 - j3,05;$$

$$6) 5,6e^{-j17^\circ} = 5,35 - j1,6;$$

$$7) 6,4e^{j250^\circ} = -2,18 - j6;$$

$$8) 7,9e^{j131^\circ} = -5,18 + j5,96;$$

$$9) 6,6e^{-j273^\circ} = 0,3 + j6,6;$$

$$10) 136,2e^{j43^\circ} = 99,6 + j93,9;$$

$$11) 2,3e^{-j89^\circ} = 0,04 - j2,3;$$

$$12) 1,6e^{j0^\circ} = 1,6;$$

$$13) 1,1e^{j384^\circ} = 1 + j0,45;$$

$$14) 2,8e^{-j34^\circ} = 2,32 - j1,57;$$

$$15) 3,8e^{-j120^\circ} = -1,9 - j3,3;$$

$$16) 25e^{j133^\circ} = -17 + j18,3;$$

$$17) 0,82e^{-j215^\circ} = -0,67 + j0,47;$$

$$18) 15e^{j148^\circ} = -12,72 + j7,95;$$

$$19) 62e^{j71^\circ} = 20,19 + j58,6;$$

$$20) 15e^{j87^\circ} = 0,75 + j14,985;$$

$$21) 2,2e^{-j215^\circ} = 1,8 + j1,26;$$

$$22) 4,4e^{-j102^\circ} = -0,9 - j4,3;$$

$$23) 5,1e^{j284^\circ} = 1,2 - j4,95;$$

$$24) 6,3e^{j183^\circ} = -6,3 - j0,3;$$

$$25) 13,4e^{-j392^\circ} = 11,36 - j7,1;$$

$$26) 5,6e^{j163^\circ} = -5,36 + j1,6;$$

$$27) 17e^{-j160^\circ} = -15,97 - j5,8;$$

$$28) 0,44e^{j133^\circ} = -0,3 + j0,32;$$

$$29) 5,48e^{-j2^\circ} = 5,47 - j0,19;$$

$$30) 0,9e^{j180^\circ} = -0,9;$$

$$31) 20e^{j90^\circ} = j20;$$

$$32) 12e^{j144^\circ} = -9,7 + j7;$$

$$33) 6e^{-j292^\circ} = 2,25 + j5,56;$$

$$34) 15e^{-j20^\circ} = 14 - j5,13;$$

$$35) 12,6e^{j204^\circ} = -11,51 - j5,12;$$

$$36) 53e^{j190^\circ} = -5,19 - j9;$$

$$37) 70e^{-j77^\circ} = 15,4 - j67,9;$$

$$38) 16e^{j102^\circ} = -3,2 + j15,5;$$

$$39) 18e^{-j100^\circ} = -3,1 - j17,6;$$

$$40) 76e^{-j77^\circ} = -58,3 - j43,9;$$

$$41) 0,11e^{j156^\circ} = -0,1 + j0,045;$$

$$42) 0,4e^{j125^\circ} = -0,39 - j0,23;$$

$$43) 16e^{-j100^\circ} = -2,8 - j15,8;$$

$$44) 0,3e^{j160^\circ} = -0,28 + j0,1;$$

$$45) 24e^{j183^\circ} = -21,9 - j1,2;$$

$$46) 2,7e^{-j192^\circ} = -2,62 + j0,54;$$

$$47) 20e^{-j180^\circ} = -20.$$

К подразделу 2.2

$$1. \dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{120}{10e^{j53^\circ}} = 12e^{-j53^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{U}_r = r\dot{i} = 6 \cdot 12e^{-j53^\circ} = 72e^{-j53^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_L = jX_L\dot{i} = j \cdot 2\pi fL \cdot \dot{i} = e^{j90^\circ} \cdot 8 \cdot 12 \cdot e^{-j53^\circ} = 96e^{-j37^\circ} \text{ В}.$$

$$2. \dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{240}{(r - jX_C)} = \frac{240}{100e^{-j53^\circ}} = 2,4e^{j53^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{U}_r = r\dot{i} = 60 \cdot 2,4e^{j53^\circ} = 144e^{j53^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = -jX_C\dot{i} = 80 \cdot 2,4 \cdot e^{j53^\circ} e^{-j90^\circ} = 192e^{-j37^\circ} \text{ В}.$$

$$3. L = 47,6 \text{ мГн}; \dot{i} = 2e^{-j71^\circ 30'} \text{ A}; \dot{U}_{ac} = 141e^{-j26^\circ 30'} \text{ В};$$

$$Z = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = 50 + j(150 - 100) = 50\sqrt{2}e^{j45^\circ} \text{ Ом}.$$

$$4. U_{13} = 50 \text{ В}; U_{35} = 65 \text{ В}; U_{36} = 75 \text{ В}; U_{18} = 150 \text{ В}; U_{19} = 125 \text{ В}.$$

К подразделу 2.3

$$1. \dot{i} = Y\dot{U} = (g - jb_L)\dot{U} = (0,06 - j0,08)120 = 0,1 \cdot 120e^{-j53^\circ} = 12e^{-j53^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_r = g\dot{U} = 0,6 \cdot 120 = 7,2 \text{ A}; \dot{I}_L = -jb_L\dot{U} = 0,08 \cdot 120e^{-j90^\circ} = 9,6e^{-j90^\circ} \text{ A}.$$

$$2. \dot{i} = Y\dot{U} = (g - jb_C)\dot{U} = (0,06 + j0,08)240 = 24e^{j53^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_r = g\dot{U} = 0,6 \cdot 240 = 14,4 \text{ A}; \dot{I}_C = -jb_C\dot{U} = 0,08 \cdot 240e^{j90^\circ} = 19,2e^{j90^\circ} \text{ A}.$$

3. $Y_{\text{BX}} = 0,022e^{-j63^\circ 30'}$ Ом; $Z_{\text{BX}} = 44e^{j63^\circ 30'}$ Ом; $u(t) = 63\sin(\omega t + 63^\circ 30')$ В;
 $i_1(t) = 0,63\sin(\omega t + 63^\circ 30')$ А; $i_1(t) = 1,26\sin(\omega t - 26^\circ 30')$ А.

4. $I_{\text{BX}} = 4,48$ А; $I_{R_1} = 4$ А; $I_{R_2} = 2$ А; $S = 179,2$ В·А.

5. $A_2(I_2 = 7$ А); $A_3(I_3 = 5$ А).

6. $\dot{I}_1 = 16e^{-j113^\circ}$ А; $\dot{I}_2 = 11,3e^{-j15^\circ}$ А; $\dot{I}_3 = 14,3e^{j63^\circ 30'}$ А.

7. $\dot{I}_{Z_1} = \dot{I}_I = 4,6$ А; $\dot{I}_{Z_2} = \dot{I}_{II} = 1,26e^{-j53^\circ 10'}$ А;

$\dot{I}_{Z_3} = \dot{I}_I + \dot{I}_{II} = 4,6 + 0,75 - j = 5,35 - j = 5,5e^{-j10^\circ 35'}$ А.

8. $I_{\Phi_A} = I_{\Phi_B} = I_{\Phi_C} = 10$ А; $I_N = 14,25$ А; $S = 3111$ В·А.

К подразделу 2.4

1. $\dot{I}_{R_3} = 12,6e^{-j135^\circ}$ А.

2. $Z = 7,65 - j38,5$ Ом; $\dot{I}_1 = 3,6e^{j123^\circ 40'}$ А; $\dot{I}_2 = 2,82e^{-j45^\circ}$ А.

3. $\dot{I}_1 = 3,25e^{j45^\circ}$ А; $\dot{I}_2 = 2,36e^{j90^\circ}$ А; $\dot{I}_3 = 2,36$ А.

4. $I_{R_2} = 3,8$ А.

5. $\dot{I}_A = 20,1e^{j59^\circ}$ А; $\dot{I}_B = 24,43e^{-j15^\circ}$ А; $\dot{I}_C = 35,55e^{j198^\circ}$ А;

$\dot{I}_{AB} = 17,27e^{j120^\circ}$ А; $\dot{I}_{BC} = 17,27e^{j30^\circ}$ А; $\dot{I}_{CA} = 19e^{-j173^\circ}$ А; $S = 16777$ В·А.

К подразделу 2.5

1. $\dot{I}_1 = j10,2 \text{ A}; \dot{I}_2 = 20 - j10,2 \text{ A}; \dot{I}_3 = 14 - j7,14 \text{ A}; \dot{I}_4 = 6 - j3,06 \text{ A};$

$\dot{U}_{ac} = (154 + j50) \text{ В}; \dot{U}_{bc} = (50 + j102) \text{ В}.$

2. $I_1 = 34 \cdot 10^{-10} \text{ A}.$

3. $M = 11,1 \text{ мГн}.$

4. $k = 0,25.$

5. $\dot{I} = 0,8 - j0,6 \text{ A}; \dot{U}_{ac} = (69 + j42) \text{ В}; \dot{U}_{bc} = (31 - j42) \text{ В}.$

К разделу 2.6

Последовательный колебательный контур

1. АЧХ: $K_{UC}(f) = \frac{1}{(r + r_i) \sqrt{1 + Q^2 \xi^2}}$. На резонансной частоте (табл. 3)

$K_{UC}(f_0) = Q.$

ФЧХ: $\varphi(f) = \frac{\pi}{2} - \text{arctg} Q \xi.$

Таблица 3

$f, \text{кГц}$	0	390	400	410	∞
$\tilde{K}_{Ur}(f)$	1	14,14	20	14,14	0
$\varphi(f)$	0°	-45°	90°	135°	-180°

График АЧХ и ФЧХ приведены на рис. 200.

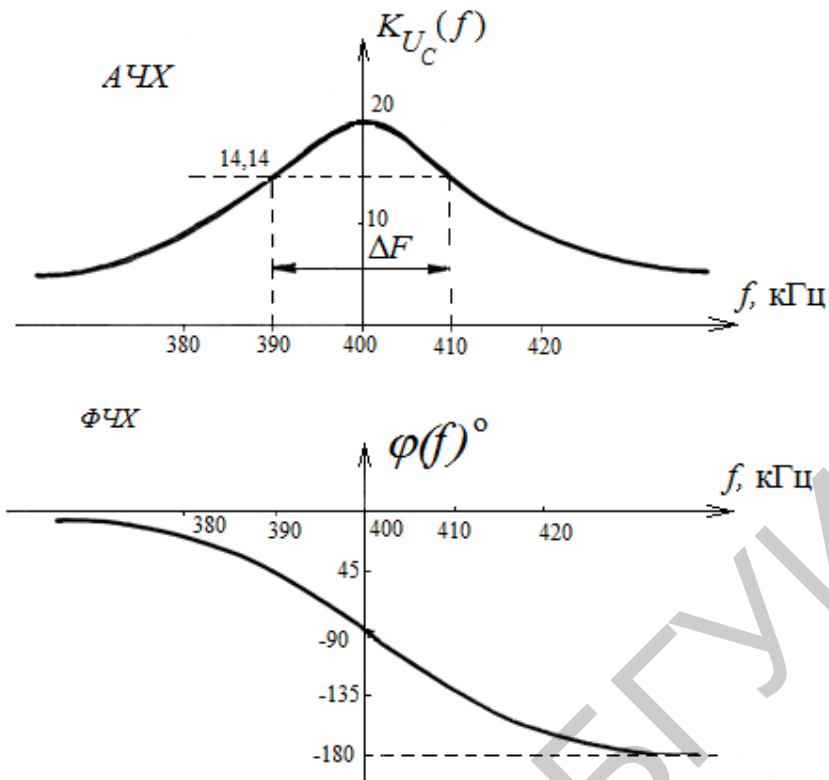


Рис. 200

$$2. Q = \frac{f_0}{\Delta F} = 46,5; L = \frac{Q \cdot r}{2\pi f_0} = 159 \text{ мкГн.}$$

$$3. r_{\text{доб}} = r' - (r + r_i) = \frac{\rho}{Q} - (r + r_i) = 20 \text{ Ом.}$$

$$4. \Delta F = 5 \cdot 10^4 \text{ Гц; } f_1 = 3,975 \cdot 10^6 \text{ Гц; } f_2 = 4,025 \cdot 10^6 \text{ Гц; } U_{\text{ср}} = UQ = 480 \text{ В.}$$

$$5. U_{\text{ср}} = 80 \text{ В.}$$

Параллельный колебательный контур

$$1. I_2 = 4,8 \text{ А.}$$

2. До подключения $r_{\text{ш}}$ на резонансной частоте сопротивление контура

$$r_{0\text{ЭКВ}} = \rho Q = 40 \text{ кОм. Из формулы } Q' = \frac{Q}{\left(1 + \frac{r_{0\text{ЭКВ}}}{r_{\text{ш}}}\right)} \quad r_{\text{ш}} = 10 \text{ кОм.}$$

3. $r_L = \frac{Z_{0\text{ЭКВ}}}{Q^2} = 25 \text{ Ом}; L = \frac{r_L Q}{2\pi f_0} = 4 \text{ мкГн}; C = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L} = 15,8 \text{ пФ};$

$$\Delta F'(\text{при } r_i = Z_{0\text{ЭКВ}}) = 2 \text{ мГц}; \Delta F'(\text{при } r_i = \frac{Z_{0\text{ЭКВ}}}{2}) = 3 \text{ мГц};$$

$$\Delta F'(\text{при } r_i = 2Z_{0\text{ЭКВ}}) = 1,5 \text{ мГц}.$$

4. $\omega_0 = 2\pi f_0$, откуда $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1528,6 \text{ Гц}.$

5. $r_L = 2 \text{ Ом}; L = 20 \text{ мкГн}; C = 80 \text{ пФ}.$

Библиотека БГУИР

ЛИТЕРАТУРА

1. Батура, М. П. Теория электрических цепей / М. П. Батура, А. П. Кузнецов, А. П. Курулёв ; под общ. ред. А. П. Курулёва. – 3-е изд., перераб. – Минск, 2015.
2. Курулёв, А. П. Теория электрических цепей. Справочник. В 3 ч. Ч. 1 : Электрические цепи постоянного и переменного тока / А. П. Курулёв. – Минск, 2012.
3. Применение MATHCAD в общепромышленной практике. Методические указания / В. М. Коваленко [и др.]. – Минск, 2010.
4. Теория электрических цепей. Методическое пособие к выполнению контрольных заданий / Л. Ю. Шилин [и др.]. – Минск, 2010.
5. Батюков, С. В. Теория электрических цепей. В 2 ч. Ч. 1 : Линейные электрические цепи / С. В. Батюков, Н. А. Иваницкая, Л. Ю. Шилин. – Минск, 2012.
6. Батюков, С. В. Теория электрических цепей. В 2 ч. Ч. 2 : учеб.-метод. пособие / С. В. Батюков, Н. А. Иваницкая, Л. Ю. Шилин. – Минск, 2014.
7. Теоретические основы электротехники / Г. И. Атабеков [и др.] ; под ред. Г. И. Атабекова. – СПб., 2010.
8. Теория электрорадиоцепей. Учебные задачи. В 2 ч. Ч. 1 : учеб. пособие / В. Е. Гурский [и др.]. – Минск, 2003.
9. Сборник задач по электротехнике и электронике / Ю. В. Бладыко [и др.] ; под общ. ред. Ю. В. Бладыко. – Минск, 2013.
10. Улахович, Д. А. Основы теории линейных электрических цепей / Д. А. Улахович. – СПб., 2012.
11. Шебес, М. Р. Задачник по теории электрических цепей / М. Р. Шебес, Н. В. Каблукова. – М., 1991.
12. Электротехника / Н. В. Бараш [и др.] ; под общ. ред. И. А. Федоровой. – Минск, 1990.

Учебное издание

**ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ.
СБОРНИК ЗАДАЧ**

В четырёх частях

Часть 1

Курулёв Александр Петрович
Свито Игорь Леонтьевич
Коваленко Валентин Максимович
Петровский Иосиф Иосифович

**ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО ТОКА.
КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ КОНТУРЫ**

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Редактор *Е. И. Герман*
Компьютерная правка, оригинал-макет *В. М. Задоя*

Подписано в печать 27.11.2017. Формат 68x84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».
Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. 8,49. Уч.-изд. л. 8,7. Тираж 300 экз. Заказ 147.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий №1/238 от 24.03.2014,
№2/113 от 07.04.2014, №3/615 от 07.04.2014.
ЛП №02330/264 от 14.04.2014.
220013, Минск, П. Бровки, 6