0+УДК 681.3.06 + 519.24 (047.1) В.И. Кириллов

Оптимизация параметров составного закона безотказной работы техники (сумма законов: однопараметрического и Гаусса) по совместным результатам форсированных и типовых укороченных испытаний.

Рассмотрена задача оптимальной аппроксимации экспериментальных результатов надежностных испытаний техники в виде взвешенной суммы нормального и одного из трех однопараметрических вероятностных законов. В сочетании с укороченными испытаниями техники в типовом режиме эксплуатации это позволяет дать долгосрочный прогноз её безотказной работы.

1. Постановка задачи

Настоящая работа является продолжением и развитием работы [1], в которой рассматривалось решение следующей задачи: по результатам форсированных (ускоренных) испытаний достаточно большой партии исправных (годных) однотипных технических систем исходной численностью N_o штук определяют экспериментальный закон надежности, например, вероятность безотказной работы $P_э(t_i)=N(t_i)/N_o$, где $N(t_i)$ – число оставшихся годными систем к моменту $t=t_i$ (при $t_i=0$ имеем $N(t_i=0)= N_o$ и $P_э(t_i=0)=1,0$).

Затем предполагают, что результат эксперимента может быть достаточно точно аппроксимирован составным законом $P_c(t)$, равным сумме двух теоретических законов $P_{T1}(t)$ и $P_{T2}(t)$, взятых с соответствующими весами c_1 и c_2 так, что $P_э(t)\cong P_c(t)= c_1 P_{T1}(t) + c_2 P_{T2}(t)$. При этом в качестве закона $P_{T1}(t)$ выбирался двухпараметрический закон Гаусса(он называется также “нормальным” законом), а в качестве закона $P_{T2}(t)$ – один из трех однопараметрических вероятностных законов: экспоненциальный, закон Эрланга и закон Рэлея (сведения об этих законах – см., например, [1-5]).

Для каждого из вариантов построения составного закона $P_c(t)$ параметры и веса теоретических законов $P_{T1}(t)$ и $P_{T2}(t)$ рассчитывались из условия, что начальные и центральные моменты составного закона $P_c(t)$ равны соответствующим моментам экспериментального закона $P_э(t)$.

В качестве наилучшего варианта аппроксимации составным законом принимался тот, который обеспечивает минимальное значение критерия близости [1,5], определяемого как среднеквадратическое отклонение составного закона относительно экспериментального по формулам (1,а,б):

$$Q=(1/M)\sum_{j=1}^{M}[P_Э(t_j)-c_1P_{T1}(t_j)-c_2P_{T2}(t_j)]^2\rightarrow min; \quad (1,а)$$

$$Q=(1/M)\sum_{j=1}^{M}[P_Э(t_j)-c_1P_{T1}(t_j)-c_2P_{T2}(t_j)]^2/P_Э(t_j)\rightarrow min; \quad (1,б)$$

где $t_j = j \cdot \Delta t$; $j \epsilon [1, M]$, Δt – единичный интервал измерений; M – число точек измерения функции $P_{\text{э}}\ t_j$ в режиме форсированных испытаний, причем $P_{\text{э}}\ t_M = M \cdot \Delta t \ \approx 0$. Вариант (1,б) определяет так называемый взвешенный квадрат отклонений [1].

Считается, что обоснованный таким образом вариант построения составного закона $P_c(t)$ будет оптимальным и для режима типовой (нормальной) эксплуатации техники. Следовательно, в этом режиме сохраняется и оптимальный вариант набора функций $P_{T1}(t)$ и $P_{T2}(t)$ с их весовыми коэффициентами c_1 и c_2 (причем, как показано в [1], $c_1 \geq 0$; $c_2 \geq 0$; $c_1 + c_2 = 1{,}0$). Также сохранятся определенные соотношения между отдельными параметрами функций $P_{T1}(t)$ и $P_{T2}(t)$, которые отвечают за пропорциональность (масштаб) этих временных функций в режиме форсированных (ускоренных) и типовых (нормальных) испытаний.

Для нахождения этих соотношений требуется дополнительное экспериментальное исследование, которое получило название “укороченных нормальных испытаний” [2,5]. Особенностью этих экспериментов является то, что время, отводимое на их проведение, существенно меньше, чем среднее время безотказной работы испытываемой техники, которое в режиме типовой (нормальной) эксплуатации может во многих случаях составлять десятки лет [2-4]. Соответственно, за время проведения укороченных испытаний выход из строя(отказ) происходит не более, чем у 5-10 процентов изделий в испытываемой партии, что не позволяет непосредственно найти параметры аппроксимирующего закона.

Однако в сочетании с результатами и выводами, полученными в рамках форсированных испытаний, эта задача может быть успешно решена, что и будет показано ниже. При этом будем последовательно рассматривать все три возможных варианта построения составного аппроксимирующего закона, которые могут оказаться наилучшими по результатам форсированных испытаний.

2. Аппроксимация составного закона по результатам типовых (нормальных) укороченных испытаний

При малом времени проведения укороченных типовых испытаний $\Delta t_{\text{ук}}$, которое, как уже говорилось, существенно меньше, чем среднее время безотказной работы исследуемой техники, целесообразно использовать известные приближенные выражения для описания используемых вероятностных законов [2÷6].

Так, для **экспоненциального** закона справедливо

$P_{T2}(t) = \exp\ -a_{э}t\ \ \cong 1 - a_{э}t,$ (2)

если при $t\epsilon[0, \Delta t_{ук}]$ выполняется условие $a_{э}\Delta t_{ук} \leq (0{,}1 \div 0{,}15)$, где $a_{э}$ – параметр закона в режиме типовой эксплуатации.

Для **закона Эрланга** можно принять

$P_{T2}(t) = (1 + a_{э}t)\exp\ -a_{э}t\ \ \cong 1 - a_{э}{}^{2}t^{2};\ t\epsilon[0, \Delta t_{ук}].$ (3)

Для **закона Рэлея**

$P_{T2}(t) = \exp\ -a_{э}t^{2}\ \ \cong 1 - a_{э}t^{2};\ a_{э}\Delta t_{ук}{}^{2} \leq (0{,}1 \div 0{,}15).$ (4)

В выражениях (2) ÷ (4) неизвестный (и определяемый далее) эксплуатационный параметр $a_{э}$ однопараметрического закона $P_{T2}(t)$ хотя и обозначается одинаково, но для каждого закона он имеет, конечно, свое собственное значение и размерность. Отметим также, что хотя **характер** однопараметрического закона в режиме типовой (нормальной) эксплуатации остается таким же, как и в режиме форсированных испытаний, **величина параметра** закона (в **форсированном** режиме обозначим его просто a, в отличие от $a_{э}$) существенно изменяется, причем $a_{э} \ll a$ (в десятки, а то и в сотни раз меньше).

Для двухпараметрического закона Гаусса, называемого также "нормальным", функция вероятности безотказной работы $P_{T1}(t)$ описывается с помощью табулированной (табличной) функции $\Phi_0(z)$ в виде

$P_{T1}(t) = 0{,}5 + \Phi_0(z);\ z = q_{э} - t/\sigma_{нэ};q_{э} = T_{нэ}/\sigma_{нэ},$ (5)

где $t \geq 0$; $T_{нэ}$ и $\sigma_{нэ}$ – первоначально неизвестные параметры нормального закона в режиме типовой (нормальной) эксплуатации.

Отметим, что в форсированном режиме функция $P_{T1}(t)$ определяется аналогично (5), только вместо параметров $T_{нэ}$ и $\sigma_{нэ}$ используют соответственно параметры $T_{н}$ и $\sigma_{н}$, которые рассчитывают непосредственно по результатам форсированных испытаний [1]. При этом всегда $T_{н} \ll T_{нэ}$; $\sigma_{н} \ll \sigma_{нэ}$. Выборочные значения функции $\Phi_0\ z$ для примера приведены в таблице 1 [2,3,5,7].

Таблица 1. Выборочные значения функции Лапласа $\Phi_0(Z)$

z	5,0	3,1	2,6	2,1	1,75	1,56	1,41	1,18	0,9	0,7	0,5	0
$\Phi_0\ z$	0,5	0,499	0,495	0,482	0,46	0,44	0,42	0,38	0,316	0,258	0,192	0

Как видно из таблицы 1, зависимость от времени t функций $P_{T1}(t)$ и $\Phi_0\ z$ имеет достаточно сложный характер даже для относительно малых времен $t \leq \Delta t_{ук}$, когда изменение этих функций невелики: $\Phi_0\ z\ \epsilon[0{,}5; 0{,}35]$; $P_{T1}(t)\epsilon[1{,}0; 0{,}85]$. Характер этих зависимостей существенно зависит от величины показателя $q_{э} = T_{нэ}/\sigma_{нэ}$, причем, как показывают эксперименты, и в режиме форсированных испытаний (здесь параметры закона $T_{\text{н}}$ и $\sigma_{\text{н}}$ рассчитывались непосредственно [1]), и в режиме укороченных типовых испытаний такой же техники выполняется условие: $(T_{\text{н}}/\sigma_{\text{н}}) \cong (T_{\text{нэ}}/\sigma_{\text{нэ}})$.

Пропорциональность временных изменений функции $P_{T1}(t)$ в режиме форсированных и типовых (нормальных) испытаний позволяет также считать постоянными (не меняющимися от режима испытаний) и соотношения между отдельными **временными параметрами составного** закона в этих режимах. В частности, если составной закон, кроме двухпараметрического нормального закона, содержит и компоненту **экспоненциального** закона или закона **Эрланга**, то в таких случаях справедливы равенства (см. выражения (2,3))

$$a/(1/\sigma_{\text{н}}) = a_{\text{э}}/(1/\sigma_{\text{нэ}}) \text{ или } a\sigma_{\text{н}} = a_{\text{э}}\sigma_{\text{нэ}} = A_1; \tag{6,а}$$

$$a/(1/T_{\text{н}}) = a_{\text{э}}/(1/T_{\text{нэ}}) \text{ или } aT_{\text{н}} = a_{\text{э}}T_{\text{нэ}} = A_2, \tag{6,б}$$

при этом, как и говорилось выше, имеем выполнение равенства:

$A_2/A_1 = T_{\text{н}}/\sigma_{\text{н}} = T_{\text{нэ}}/\sigma_{\text{нэ}}$. Постоянные величины A_1 и A_2 известны по результатам форсированных испытаний.

При включении в составной закон однопараметрической компоненты по закону Рэлея (см.(4)) получим соответственно равенства

$$\text{а) } \sigma_{\text{н}} \ \overline{a} = \sigma_{\text{нэ}} \ \overline{a_{\text{э}}} = A_3; \text{ б) } T_{\text{н}} \ \overline{a} = T_{\text{нэ}} \ \overline{a_{\text{э}}} = A_4;$$
$$\text{в) } A_4/A_3 = T_{\text{н}}/\sigma_{\text{н}} = T_{\text{нэ}}/\sigma_{\text{нэ}} \tag{7}$$

Кроме указанных выше особенностей, целесообразно учесть, что в режиме укороченных типовых испытаний, когда в интервале $0 \le t \le \Delta t_{\text{ук}}$ относительное изменение функции $P_{T1}(t)$ не превышает 10-15%, можно использовать более простые выражения для описания такого двухпараметрического закона. В частности, для $q_{\text{э}} = T_{\text{нэ}}/\sigma_{\text{нэ}} \le 3{,}1$ и $P_{T1}(t{=}0)\epsilon[0{,}9; 1{,}0]$ можно принять

$$P_{T1} \ 0 \le t < \Delta t_{\text{ук}} \ = 0{,}5 + \Phi_0 \ z \ = 0{,}5 + \Phi_0 \ q_{эi} - t/\sigma_{\text{нэ}i} \ \cong$$
$$\cong P_{T1} \ t = 0 \ - \Delta P_{T1} \ t \ = 0{,}5 + \Phi_0 \ q_{эi} \ - k_i \ t/\sigma_{\text{нэ}i} \ ^{\alpha_i}. \tag{8}$$

Здесь индекс i подчеркивает, что показатель степени α_i и коэффициент пропорциональности k_i существенно зависят от исходного значения $q_{эi}$.

Для определения параметров α_i и k_i используем табулированную функцию Лапласа (типа таблицы 1, но более детальную [2-4]) и выбираем в этой таблице три пары исходных данных:

$$z = z_0 = q_{эi}; P_{T1} \ t = 0 \ = 0{,}5 + \Phi_0 \ z_0 \ ; \Delta P_{T1} \ t = 0 \ = 0; \tag{9,а}$$

$$z = z_1 = q_{эi} - t_1/\sigma_{\text{нэ}i}; \Delta P_{T1} \ t = t_1 \ = \Phi_0 \ z_0 \ - \Phi_0 \ z_1 \ \cong$$
$$\cong (0{,}1 \div 0{,}15); \tag{9,б}$$

$$z = z_2 = q_{эi} - t_2/\sigma_{\text{нэ}i}; \Delta P_{T1} \ t = t_2 \ = \Phi_0 \ z_0 \ - \Phi_0 \ z_2 \ \cong$$

$\cong (0{,}05 \div 0{,}07).$ (9,в)

По таблице 1, используя выбранные расчетные значения $\Phi_0\ z_1$ и $\Phi_0\ z_2$, определяют соответствующие значения z_1 и z_2, а затем соответственные значения $t_1/\sigma_{\text{нэ}i} = (q_{\text{э}i} - z_1)$ и $t_2/\sigma_{\text{нэ}i} = (q_{\text{э}i} - z_2)$. Далее, решая на основе (8) систему уравнений вида $\Delta P_{T1}\ \ t = t_j\ \ = k_i(t_j/\sigma_{\text{нэ}i})^{\alpha_i}$, j=1;2, находим:

а) $(\frac{z_1 - q_{\text{э}i}}{z_2 - q_{\text{э}i}})^{\alpha_i} = \frac{\Delta P_{T1}\ \ t_1}{\Delta P_{T1}\ \ t_2}$; б) $\alpha_i = \frac{\lg[\Delta P_{T1}\ \ t_1\ \ /\Delta P_{T1}\ \ t_2\ \ ]}{\lg\ (z_1 - q_{\text{э}i}\ \ /(z_2 - q_{\text{э}i})]}$;

в) $k_i = \Delta P_{T1}(t_1)/(z_1 - q_{\text{э}i})^{\alpha_i}$. (10,а-в)

В качестве примера возьмем $q_{\text{э}i} = 3{,}1$. Тогда по таблице 1 находим $z_0 = q_{\text{э}i}$, $\Phi_0\ \ z_0\ \ = 0{,}499$. Примем $\Delta P_{T1}\ \ t_1\ \ \cong 0{,}12$; $\Delta P_{T1}\ \ t_2\ \ \cong 0{,}06$. Тогда из (9) находим $\Phi_0\ \ z_1\ \ = 0{,}499 - 0{,}12 \cong 0{,}38$;$\Phi_0\ \ z_2\ \ = 0{,}499 - 0{,}06 \cong 0{,}44$ и по таблице 1 определяем $z_1 = 1{,}18$; $z_2 = 1{,}56$.

Подставляя z_1 и z_2 в (10,а,б) получим

$(\frac{3{,}1 - 1{,}18}{3{,}1 - 1{,}56})^{\alpha_i} = \frac{0{,}499 - 0{,}38}{0{,}499 - 0{,}44}$; $\alpha_i \cong \frac{\lg 2}{\lg(1{,}92/1{,}54)} \cong 3{,}05.$

Затем используем (10,в)

$k_i = (0{,}499 - 0{,}38)/\ \ 3{,}1 - 1{,}18\ \ ^{3{,}05} = 0{,}0168 \cong 0{,}017.$

Результаты расчета параметров функции $P_{T1}(t)$ для ряда выборочных значений $q_{\text{э}i}$ сведены в таблицу 2.

Таблица 2. Выборочные значения параметров $q_{\text{э}i}, \alpha_i, k_i$ для функции $P_{T1}(t)$ в режиме укороченных испытаний.

$q_{\text{э}i}$	3,1	3,0	2,9	2,8	2,6	2,4	2,3	2,1	1,7	1,3
α_i	3,05	2,86	2,7	2,6	2,3	2,23	1,92	1,72	1,42	1,22
k_i	0,0168	0,021	0,029	0,032	0,053	0,071	0,095	0,12	0,19	0,27

Определив примерный **характер** изменения компонентов составного теоретического закона безотказной работы (надежности) $P_{T1}(t)$ и $P_{T2}(t)$ в **режиме** проведения укороченных типовых (нормальных) испытаний (по формулам (2) ÷(4) – для $P_{T2}(t)$ и по формулам (8) ÷ (10) – для $P_{T1}(t)$, затем, используя **конкретные** экспериментальные результаты испытаний техники $P_{\text{э}}(t)$ в таком же режиме, проводят процедуру расчета неизвестных параметров составного закона.

3. Расчет параметров составного закона для режима укороченных нормальных испытаний

Расчету подлежат два параметра: параметр $a_{\text{э}}$ однопараметрического закона (см. (2) ÷(4)) и параметр $\sigma_{\text{нэ}}$ нормального (двухпараметрического) закона. При этом учитываются результаты обработки данных форсированных испытаний, которые позволили определить, во-первых, наилучший вариант построения составного закона (с выбором одного из трех анализируемых однопараметрических законов). Во-вторых, определить для этого варианта оптимальные значения весовых коэффициентов c_1 и c_2 составного закона, а также ряд соотношений между параметрами составного закона, которые "работают" и в режиме типовых (нормальных) испытаний. Например, соотношение $T_н/\sigma_н = T_{нэ}/\sigma_{нэ}$ и соотношения (6,а,б), (7,а,б).

Если в качестве оптимального однопараметрического компонента составного закона обоснован **экспоненциальный** закон, то тогда для режима укороченных нормальных испытаний составной закон вероятности безотказной работы можно описать с помощью выражений (2) и (8). После подстановки их, например, в (1,б), получим

$$Q = (1/m)\sum_{j=1}^{m}\{P_э(t_j) - c\,(0{,}5 + \Phi_0(q_{эi})) - ck_i(t_j/\sigma_{нэ.i})^{\alpha_i} - \\ - (1 - c) + (1-c)a_э t_j\}^2/P_э(t_j) \to min. \quad (11,а)$$

С учетом (6,а) имеем $(1/\sigma_{нэ.i}) = a_э/A_{1i}$, тогда

$$Q = (1/m)\sum_{j=1}^{m}\{P_э(t_j) - c\,(0{,}5 + \Phi_0(q_{эi})) - ck_iA_{1i}^{-\alpha_i}\cdot t_j^{\alpha_i}\cdot a_э^{\alpha_i} - \\ - (1 - c) + (1-c)a_э t_j\}^2/P_э(t_j) \to min. \quad (11,б)$$

Оптимальное значение $a_э$ находим из условия минимизации Q, а именно условия $d\theta/da_э = 0$. Тогда приходим к выражению

$$dQ/da_э = \sum_{j=1}^{m}P_э^{-1}(t_j)\{P_э(t_j) - c\,(0{,}5 + \Phi_0(q_{эi})) - ck_iA_{1i}^{-\alpha_i}t_j^{\alpha_i}a_э^{\alpha_i} - \\ - (1 - c) + (1-c)a_э t_j\}\cdot\{(1-c)t_j - ck_i\alpha_iA_{1i}^{-\alpha_i}\cdot t_j^{\alpha_i}\cdot a_э^{\alpha_i-1}\} = 0, \quad (12)$$

которое затем приводится к нелинейному уравнению относительно переменной $a_э$. Уравнение имеет вид:

$$a_э^{2\alpha_i-1}\cdot F_1 + a_э^{\alpha_i}\cdot F_2 + a_э^{\alpha_i-1}\cdot F_3 + a_э\cdot F_4 + F_5 = 0, \quad (13)$$

где $F_1 \div F_5$ – постоянные коэффициенты, которые рассчитываются по результатам укороченных экспериментов из выражений (14):

а) $F_1 = c^2k_i^2\alpha_iA_{1i}^{-2\alpha_i}\sum_{j=1}^{m}P_э^{-1}(t_j)\cdot t_j^{2\alpha_i}$;

б) $F_2 = c(1-c)A_{1i}^{-\alpha_i}\cdot(\alpha_i+1)k_i\cdot\sum_{j=1}^{m}t_j^{1+\alpha_i}\cdot P_э^{-1}(t_j)$;

в) $F_3 = ck_i\alpha_iA_{1i}^{-\alpha_i}\sum_{j=1}^{m}P_э^{-1}(t_j)\,t_j^{\alpha_i}[P_э(t_j) - (1-c) - c(0{,}5+\Phi_0(q_{эi}))]$;

г) $F_4 = (1-c)^2\sum_{j=1}^{m}P_э^{-1}(t_j)\,t_j^2$; (14,а-д)

д) $F_5 = \sum_{j=1}^{m}P_э^{-1}(t_j)\,(1-c)\,t_j\cdot[P_э(t_j) - c\,(0{,}5+\Phi_0(q_{эi})) - (1-c)]$.

В формулах (11)÷(14) m – число точек измерения вероятности безотказной работы техники в **нормальных** условиях эксплуатации $P_э(t)$, когда все измерения проводились в интервале времени $0 \le t_j \le \Delta t_{ук}$, при этом

$t_j = j \cdot \Delta t_{ук}/m$; j=1;2;... m. Соответственно $P_э\ \ t_j\ \ \epsilon[1{,}0;\, 0{,}9 \div 0{,}85]$ и значения $P_э\ \ t_j$ известны по результатам эксплуатации в укороченном нормальном режиме. Все остальные параметры, входящие в (11)÷(14), определяются по результатам форсированных (ускоренных) испытаний и расчетных соотношений (6), (10) и таблицы 2.

После расчета параметров $F_1 \div F_5$ и α_i определение параметра $a_э$ выполняется путем численного решения уравнения (13) при задании параметра $a_э$ в интервале примерно $a_э\epsilon a/(10 \div 100)$, где a – параметр этого же однопараметрического закона (в данном случае, экспоненциального), который был определен по результатам форсированных испытаний.

Если по результатам форсированных испытаний в качестве оптимального однопараметрического компонента составного теоретического закона $P_с\ \ t$ основан закон Эрланга, то тогда для режима укороченных нормальных испытаний составной закон описывается с помощью выражений (3) и (8). При подстановке их в (1,б) и учитывая на основании (6,а), что $(1/\sigma_{нэ.i}) = a_э/A_{1i}$, получим выражение для взвешенного среднего квадратичного отклонения экспериментального закона $P_э\ \ t$ от составного теоретического закона $P_с\ \ t$:

$$Q = (1/m)\ \ {}_{j=1}^{m}\{P_э\ \ t_j\ \ - c\ \ 0{,}5 + Ф_0\ \ q_{эi}\ \ - ck_iA_{1i}^{-\alpha_i} \cdot t_j^{\alpha_i} \cdot a_э^{\alpha_i} - -\ 1 - c\ \ + (1-c)a_э^2 t_j^2\}^2/\,P_э\ \ t_j\ \ \to min. \qquad (15)$$

Оно имеет минимум при определённом (оптимальном) значении параметра $a_э$ закона Эрланга.

Оптимальное значение параметра $a_э$, также как и для экспоненциального закона, находим из условия $d\theta/da_э = 0$. Тогда приходим к выражению

$$d\theta/da_э = \ {}_{j=1}^{m} P_э^{-1}\ \ t_j\ \ \{P_э\ \ t_j\ \ - c\ \ 0{,}5 + Ф_0\ \ q_{эi}\ \ - ck_iA_{1i}^{-\alpha_i} \cdot t_j^{\alpha_i} \cdot a_э^{\alpha_i} - \\ -\ 1 - c\ \ + (1-c)a_э^2 t_j^2\} \cdot \{2\ \ 1 - c\ \ a_э t_j^2 - ck_i\alpha_i A_{1i}^{-\alpha_i} \cdot t_j^{\alpha_i} \cdot a_э^{\alpha_i - 1}\}. \qquad (16)$$

В свою очередь, выражение (16) приводится к нелинейному уравнению относительно параметра $a_э$, которое имеет вид

$$a_э^{(2\alpha_i - 1)} \cdot \psi_1 + a_э^{\alpha_i + 1} \cdot \psi_2 + a_э^{\alpha_i - 1} \cdot \psi_3 + a_э^3 \psi_4 + a_э \psi_5 = 0. \qquad (17)$$

Постоянные коэффициенты $\psi_1 \div \psi_5$ уравнения (17) рассчитываются по результатам укороченных испытаний (значениям функции $P_э\ \ t_j$) из выражений (18, а-д)

а) $\psi_1 = c^2\alpha_i k_i^2 A_{1i}^{-2\alpha_i}\ \ {}_{j=1}^{m} P_э^{-1}\ \ t_j\ \ t_j^{\alpha_i}$; (18,а-д) б) $\psi_2 = \ 1 - c \ (2 + \alpha_i)\, ck_i A_{1i}^{-\alpha_i} \ \sum_{j=1}^{m} P_э^{-1} \ t_j \ \ t_j^{(2+\alpha_i)}$;

в) $\psi_3 = ck_i \alpha_i A_{1i}^{-\alpha_i} \ \sum_{j=1}^{m} P_э^{-1} \ t_j \ \ [P_э \ t_j \ - c \ 0{,}5 + \Phi_0 \ q_{эi} \ \ - \ 1 - c \ ] t_j^{\alpha_i}$;

г) $\psi_4 = 2(1 - c)^2 \ \sum_{j=1}^{m} P_э^{-1} \ t_j \ \ t_j^4$;

д) $\psi_5 = 2(1 - c) \ \sum_{j=1}^{m} P_э^{-1} \ t_j \ \ t_j^2 [P_э \ t_j \ - c \ 0{,}5 + \Phi_0 \ q_{эi} \ \ - \ 1 - c \ ]$.

После расчета коэффициентов $\psi_1 \div \psi_5$ определение параметра $a_э$ выполняется путем численного решения уравнения (17) при задании искомого параметра $a_э$ в интервале $a_э \epsilon a/(10 \div 100)$, где a – параметр этого же закона Эрланга, вычисленный по результатам форсированных испытаний [1]. Последующий расчет параметров двухпараметрического компонента составного закона (а именно параметров нормального закона $\sigma_{нэ}$ и $T_{нэ}$) выполняется непосредственно из выражений (6, а, б).

Если по результатам форсированных испытаний было обосновано, что наилучшее приближение к экспериментальной функции вероятности безотказной работы $P_э(t)$ обеспечивает составной теоретический закон $P_c(t)$ в виде суммы нормального закона и закона Рэлея, то тогда для режима укороченных нормальных испытаний составной закон описывают с помощью выражений (8) и (4). При подстановке их в (1,б) учтем, что, как следует из (7,а), $a_э/(1/\sigma_{нэ}) = \ \overline{a_э}/A_{3i}$. Тогда выражение (1) приводится к виду

$$Q = (1/m) \ \sum_{j=1}^{m} \{P_э \ t_j \ - c \ 0{,}5 + \Phi_0 \ q_{эi} \ \ + ck_i A_{3i}^{-\alpha_i} t_j^{\alpha_i} a_э^{0{,}5\alpha_i} - \ 1 - c \ + +(1-c) a_э t_j^2\}^2 / P_э \ t_j \ \to min. \quad (19)$$

Оптимальное значение параметра $a_э$ для закона Рэлея, также, как и для предыдущих законов, находим из условия $dQ/da_э = 0$. Тогда приходим к выражению

$$dQ/da_э = \ \sum_{j=1}^{m} P_э^{-1} \ t_j \ \{P_э \ t_j \ - c \ 0{,}5 + \Phi_0 \ q_{эi} \ \ - ck_i A_{3i}^{-\alpha_i} t_j^{\alpha_i} a_э^{0{,}5\alpha_i} - - \ 1 - c \ + (1-c) a_э t_j^2\} \cdot \{ \ 1 - c \ t_j^2 - 0{,}5\alpha_i c k_i A_{3i}^{-\alpha_i} t_j^{\alpha_i} a_э^{(0{,}5\alpha_i - 1)}\} = 0. \quad (20)$$

В свою очередь, выражение (20) приводится к нелинейному уравнению относительно параметра $a_э$, которое имеет вид

$$a_э^{\alpha_i - 1}\varepsilon_1 + \ a_э^{0{,}5\alpha_i}\varepsilon_2 + \ a_э^{0{,}5\alpha_i - 1}\varepsilon_3 + a_э\varepsilon_4 + \varepsilon_5 = 0, \quad (21)$$

где $\varepsilon_1 \div \varepsilon_5$ постоянные коэффициенты. Эти коэффициенты вычисляются по результатам укороченных нормальных испытаний (значениям функции $P_э \ t_j$ из выражений (22 а-д)):

а) $\varepsilon_1 = 0{,}5\alpha_i c^2 k_i^2 A_{3i}^{-2\alpha_i} \ \sum_{j=1}^{m} P_э^{-1} \ t_j \ \ t_j^{2\alpha_i}$; (22, а-д)

б) $\varepsilon_2 = (1 - c)\ ck_i (1 + 0{,}5\alpha_i)\ A_{3i}^{-\alpha_i} \ \sum_{j=1}^{m} P_э^{-1} \ t_j \ \ t_j^{2+\alpha_i}$;

в) $\varepsilon_3 = 0{,}5\alpha_i c k_i A_{3i}^{-\alpha_i} \sum_{j=1}^{m} P_э^{-1}(t_j)\, t_j^{\alpha_i} \left[P_э(t_j) - c\left(0{,}5 + \Phi_0(q_{эi})\right) - (1 - c)\right]$;

г) $\varepsilon_4 = (1 - с)^2 \sum_{j=1}^{m} P_э^{-1}(t_j)\, t_j^{4}$;

д) $\varepsilon_5 = (1 - с) \sum_{j=1}^{m} P_э^{-1}(t_j) \left[P_э(t_j) - c\left(0{,}5 + \Phi_0(q_{эi})\right) - (1 - c)\right]$.

После расчётов коэффициентов $\varepsilon_1 \div \varepsilon_5$ определение параметра $a_э$ выполняется путём численного решения уравнения (21) при задании искомого параметра $a_э$ в интервале $a_э \epsilon a/(10 \div 100)$, где a – параметр этого же закона Релея, вычисленный по результатам предыдущих форсированных испытаний [1]. Последующий расчёт параметров двухпараметрического нормального закона $T_{нэ}$ и $\sigma_{нэ}$ выполняется непо-средственно из выражений (7, а-в).

После определения всех параметров обоснованного оптимального составного закона $P_c(t)$ расчётно основных показателей: гарантированного и среднего времени наработки, среднеквадратическое отклонение времени наработки и других – выполняется по известным выражениям, приведенным, в частности в [1, 5 ,6].

Заключение

Совместное использование результатов форсированных и укороченных нормальных надежностных испытаний позволяет достаточно точно прогнозировать долговременный характер процесса безотказной работы разрабатываемой технической системы, а также рассчитывать ее параметры и показатели. Использование предлагаемого сочетания одно- и двухпараметрического вероятностных законов позволяет во многих случаях обеспечить более высокую точность прогнозных оценок надежности технической системы и, соответственно, ее конкурентные перспективы на мировом рынке.

Литература

1. Кириллов, В.И. Определение параметров составного закона надежности (сумма нормального и однопараметрического законов) по результатам форсированных испытаний / Веснік сувязі, 2017. – №2. – С.56-61.
2. Половко, А.М. Основы теории надежности: учебник / А.М. Половко, С.В. Гуров – СПб: БХВ. – Петербург, 2006. – 304 с.
3. Скрипник, В.М. Основы теории надежности: монография / В.М. Скрипник, И.П. Каврига. – Минск: Военная академия РБ, 2012. – 500 с.
4. Дорохов, А.Н. Надежность сложных технических систем: учебник / А.Н. Дорохов [и др.]. – СПб: Изд-во «Лань», 2011. – 352 с.
5. Кириллов, В.И. Прогнозирование показателей надежности технических систем по результатам испытаний: учеб.-метод. пособие. – Минск: БГУИР, 2012. – 54 с.

6. Кириллов, В.И. Оптимальное описание надежностных испытаний техники суммой двух однопараметрических вероятностных законов / Метрология и приборостроение, 2014. – №3. – С. 26-31.
7. Соколов, Г.А. Справочное пособие по теории вероятности и математической статистике (законы распределения): учебное пособие / Г.А. Соколов, Н.А. Чистякова. – М.: Высш. школа, 2007. – 248 с.

The article describes the task of the optimal approximation of the experimental results of the technique's reliability tests in the form of the measured sum of the normal law and one of three single-parameter probabilistic law. That data, combined with the results obtained in parallel during the shortened tests of the same technique in the typical (normal) operation mode, allows to give a long-term forecast of it's failure-free operation.