

УДК 623.618.2

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ ОБЪЕКТОВ ПО РАДИОЛОКАЦИОННЫМ СТАНЦИЯМ СЕКТОРНОГО ОБЗОРА И МЕТОД ЕЕ РЕШЕНИЯ

А.Н. ПАЛЬЦЕВ, С.В. КРУГЛИКОВ

*Военная академия Республики Беларусь
Гуртьева, 1, Минск, 220057, Беларусь*

Поступила в редакцию 23 февраля 2005

Работа посвящена формализации задачи распределения воздушных объектов по радиолокационным станциям секторного обзора в виде трехиндексной задачи о назначениях со специфическими ограничениями. Представлен точный метод решения этой задачи.

Ключевые слова: распределение, задача о назначениях.

Введение

Одной из задач, решаемых в пункте управления (ПУ) системы специального назначения в реальном масштабе времени с помощью комплекса средств автоматизации, является задача распределения воздушных объектов (ВО) по радиолокационным станциям (РЛС) секторного обзора. Данная задача реализуется в ПУ для обеспечения непрерывного сопровождения трасс ВО, находящихся в зоне обнаружения системы. В РЛС секторного обзора, управление которыми осуществляется с ПУ, реализована вторичная обработка радиолокационной информации. Трассовая информация по десяти ВО, находящимся в секторе работы данной станции, с темпом 1 с выдается из РЛС в ПУ для ее дальнейшей обработки. РЛС секторного обзора может сопровождать только те ВО, которые находятся в границах ее рабочего сектора, положение которого может изменяться самой станцией.

Сектор работ — это ограниченный по азимуту и углу места участок пространства, в котором РЛС обеспечивает сопровождение ВО с заданными требованиями.

Задача распределения воздушных объектов в пункте управления по радиолокационным станциям секторного обзора характеризуется одновременным поиском двух различных назначений: "РЛС – группа совместно сопровождаемых воздушных объектов (ССВО)" и "канал сопровождения – ВО из состава группы ССВО". Она существенно отличается от задачи распределения ВО по РЛС кругового обзора, в которой производится лишь поиск назначения типа "канал сопровождения – ВО".

Под ССВО будем понимать совокупность ВО, каждая из которых при сопровождении ее РЛС не вызывает нарушения сопровождения других ВО этой группы.

Канал сопровождения — это совокупность аппаратных и (или) программных средств, обеспечивающих сопровождение трассы одного воздушного объекта.

Формализация задачи

Пусть в зоне обнаружения системы, в состав которой входит $N_{ДЕ\tilde{N}}$ РЛС секторного обзора, находится $N_{\tilde{A}i}$ воздушных объектов, трассы которых сопровождаются в ПУ и для обеспечения их непрерывного сопровождения по ним решается задача распределения в текущем такте обработки информации. Пусть на момент решения задачи распределения ВО у q -й РЛС ($q = 1, N_{ДЕ\tilde{N}}$) имеется $m_{\tilde{e}_q}$ свободных каналов сопровождения. Относительно каждой РЛС сформировано S_q групп ССВО и определено, что сопровождение трассы одного n -го ВО осуществляется только одной РЛС.

Тогда задача распределения ВО для их сопровождения по РЛС секторного обзора формулируется следующим образом: необходимо найти целочисленный набор $X = \{x_{nqk}\}$, максимизирующий целевую функцию

$$W(\vec{X}) = \sum_{n=1}^{N_{\tilde{A}i}} \sum_{q=1}^{N_{ДЕ\tilde{N}}} \sum_{k=1}^{m_{\tilde{e}_q}} t_{nqk}^i x_{nqk} \quad (1)$$

при следующих ограничениях и условиях:

$$\sum_{q=1}^{N_{ДЕ\tilde{N}}} \sum_{k=1}^{m_{\tilde{e}_q}} x_{nqk} \leq 1, \quad (2)$$

$$\sum_{n=1}^{N_{\tilde{A}i}} \sum_{q=1}^{N_{ДЕ\tilde{N}}} x_{nqk} \leq 1, \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{m_{\tilde{e}_q}} x_{nqk} \leq 1, \quad (4)$$

$$\sum_{s=1}^{S_q} y_{qs} = 1, \quad (5)$$

$$x_{nqk} \leq \sum_{s=1}^{S_q} \Gamma_{ns}^q y_{qs}, \quad (6)$$

$$x_{nqk} \in \{1, 0\}, \quad (7)$$

$$y_{qs} \in \{1, 0\}, \quad (8)$$

где t_{nqk}^i — время нахождения n -го ВО в секторе работы q -й РЛС при назначении для его сопровождения ее k -го канала;

$$x_{nqk} = \begin{cases} 1, & \text{если } k - \text{й канал } q - \text{й РЛС свободен и } n - \text{й ВО в секторе;} \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$y_{qs} = \begin{cases} 1, & \text{если } q - \text{й РЛС свободна и } s - \text{я группа ССВО;} \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$\tilde{A}_{ns}^q = \begin{cases} 1, & \text{если } n \text{-й канал } s \text{-й РЛС} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$n = \overline{1, N_{\hat{A}}}, \quad s = \overline{1, S_q}.$$

В зависимости от задачи, которая ставится перед системой специального назначения, целевая функция (1) может принимать другой вид.

Набор $X = \{x_{nqk}\}$ образует трехмерную матрицу, состоящую из нулей и единиц, которая называется планом назначения.

Ограничение (2) учитывает тот факт, что для сопровождения n -го ВО не может быть назначено более одной РЛС. При этом каждый ее канал одновременно может сопровождать только один ВО, что и отражено в ограничении (3).

Ограничение (4) требует, чтобы для сопровождения n -го ВО назначалось не более одного канала q -й РЛС.

Ограничение (5) учитывает условия того, что на каждую РЛС может быть распределена только одна группа ССВО.

Ограничение (6) требует, чтобы на каждую РЛС распределялись лишь те ВО, которые входят в выбранную для назначения группу ССВО.

Ограничения (7) и (8) определяют целочисленность переменных x и y .

Полученная задача относится к многоиндексным задачам дискретного программирования. Однако специфика ограничений (5) и (6) не позволяет отнести ее к известным типам задач дискретного программирования (транспортная задача, задача о назначениях), для которых достаточно широко разработан математический аппарат их решения.

Метод решения задачи

Обзор известной литературы показал, что эффективный метод решения задачи распределения ВО, описываемой выражениями (1)–(8) в ее прямой постановке, не разработан. Поэтому решение данной задачи возможно только методом полного перебора, который предусматривает перебор всех вариантов, в каждом из которых последовательно решаются следующие подзадачи:

закрепление за РЛС по одной очередной группе ССВО;

распределение ВО из "прикрепленных" групп ССВО по РЛС.

Предположим, что все возможные варианты закрепления групп ССВО за РЛС пронумерованы от 1 до F , где

$$F = \prod_{q=1}^{N_{\text{РЛС}}} S_q.$$

Рассмотрим некоторое f -е закрепление групп ССВО за РЛС (где $f = \overline{1, F}$). При этом допустим, что в соответствии с этим закреплением на $m_{\hat{e}_q}$ каналов сопровождения будет распределяться $N_{\hat{A}f}$ ВО.

Данная задача позволяет осуществить переход к ее двухиндексному виду. Введем одноиндексную нумерацию (l) значений пары индексов (q, k) следующим образом:

$$\begin{aligned}
(1,1) &\equiv 1, & (1,2) &\equiv 2, & \dots, & (1, m_{\hat{e}_1}) &\equiv m_{\hat{e}_1}, \\
(2,1) &\equiv m_{\hat{e}_1} + 1, & (2,2) &\equiv m_{\hat{e}_1} + 2, & \dots, & (2, m_{\hat{e}_2}) &\equiv m_{\hat{e}_1} + m_{\hat{e}_2}, \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
(N_{\text{ДЕН}}, 1) &\equiv \sum_{q=1}^{N_{\text{ДЕН}}-1} m_{\hat{e}_q} + 1, & (N_{\text{ДЕН}}, 2) &\equiv \sum_{q=1}^{N_{\text{ДЕН}}-1} m_{\hat{e}_q} + 2, & \dots, & (N_{\text{ДЕН}}, m_{\hat{e}_{N_{\text{ДЕН}}}}) &\equiv \\
& & & & & & \equiv \sum_{q=1}^{N_{\text{ДЕН}}-1} m_{\hat{e}_q} + m_{\hat{e}_{N_{\text{ДЕН}}}} = M_{\hat{e}}
\end{aligned}$$

Тогда для рассматриваемого f -го закрепления получаем соответствующую подзадачу: найти вектор $X = \{x_{nl}\}$, максимизирующий функцию

$$W(\vec{X}) = \sum_{n=1}^{N_{\hat{A}i_f}} \sum_{l=1}^{M_{\hat{e}}} t_{nl}^i x_{nl}, \quad (9)$$

и удовлетворяющий ограничениям

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^{N_{\hat{A}i}} x_{nl} = 1, \text{ а́ннè } N_{\hat{A}i} \geq M_{\hat{e}}, \\ \sum_{n=1}^{N_{\hat{A}i}} x_{nl} \leq 1, \text{ а́ннè } N_{\hat{A}i} < M_{\hat{e}}, \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \sum_{l=1}^{M_{\hat{e}}} x_{nl} = 1, \text{ а́ннè } N_{\hat{A}i} < M_{\hat{e}}, \\ \sum_{l=1}^{M_{\hat{e}}} x_{nl} \leq 1, \text{ а́ннè } N_{\hat{A}i} \geq M_{\hat{e}}, \end{cases} \quad (11)$$

$$x_{nl} \in \{1, 0\}, \quad (12)$$

где t_{nl}^H — время нахождения n -го ВО в секторе работы РЛС при назначении для ее сопровождения l -го канала, $l = \overline{1, M_{\hat{e}}}$, $n = \overline{1, N_{\hat{A}i_f}}$.

Подзадача (9)–(12) соответствует классическому виду задачи о назначениях [1].

Решая последовательно F подзадач (9)–(12), получаем совокупность значений $\{L_f(\vec{X})\}_{f=1}^F$ целевой функции (9).

Тогда искомым решением задачи распределения целей, описываемой выражениями (1)–(7), является вектор \mathbf{X}^* , полученный при закреплении за РЛС f -го варианта групп ССВО, для которого

$$\hat{E}_a(\vec{X}^*) = \max_{f \in F} \{L_f(\vec{X})\}.$$

Схема алгоритма решения задачи распределения ВО показана на рисунке. Время, затрачиваемое на решение данной задачи, зависит от количества вариантов закреплений групп ССВО за РЛС и времени решения задачи о назначениях выбранным методом, размерность которой определяется количеством распределяемых ВО и свободных каналов сопровождения.

Методы, использующие аппарат комбинаторики, являются наиболее предпочтительными для решения задачи о назначениях с точки зрения временных затрат ЭВМ на получение опти-

мального решения [2]. Среди методов этой группы наибольший интерес для практического использования представляют метод логических шкал [3] и метод Мака [4]. Указанные методы позволяют получить решение задачи о назначениях небольшой размерности в реальном масштабе времени.

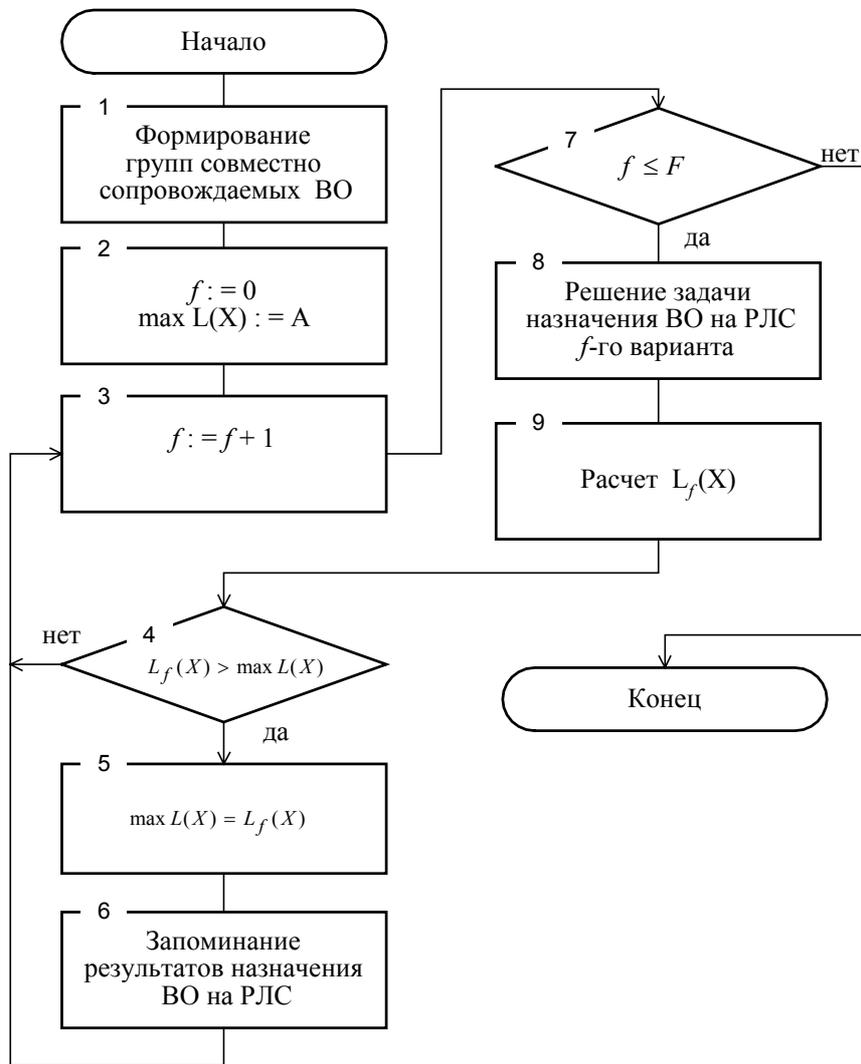


Схема алгоритма решения задачи распределения ВО

Был проведен на ПЭВМ типа Pentium-3 с тактовой частотой 800 МГц численный эксперимент с целью оценки средних затрат процессорного времени машины на решение задачи распределения ВО методом перебора групп ССВО при использовании указанных выше точных методов решения задачи о назначениях. Применительно к системе специального назначения, ПУ которой может сопровождать до 100 трасс ВО при наличии у всех РЛС секторного обзора 60 каналов сопровождения, значение математического ожидания процессорного времени ПЭВМ решения задачи распределения ВО составляет 8–30 мин в зависимости от интенсивности входа ВО в зону обнаружения системы.

Заключение

На практике при наличии временных ограничений на решение задачи распределения ВО в программном обеспечении ПУ могут реализовываться приближенные методы. Результаты проведенных исследований и численных экспериментов показали, что применение данных методов, несмотря на их простоту и реализуемость в реальном масштабе времени, приводит к снижению эффективности распределения до 50–60%.

MATHEMATICAL DESCRIPTION OF PROBLEM OF AIR OBJECTIVE DISTRIBUTION OVER SINGLE-FACED RADAR'S AND METHOD OF ITS SOLUTION

A.N PALZEV, C.V. KRUGLIKOV

Abstract

The mathematical description of the problem related to the air objective distribution over the single-faced radars in the kind of three-index problem of purposes with specific limitations is presented in the article. The exact method of the solution of the problem is considered.

Литература

1. *Габасов Р., Кириллова Ф.Н.* Методы линейного программирования. Ч. 3. Специальные задачи. Мн., 1980.
2. *Пападимитриу Х., Стайглиц К.* Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность: Пер с англ. М., 1985.
3. *Любимов Ю.И., Реут В.Б.* Решение задач математического программирования с использованием функциональных цифровых автоматов. М., 1986.
4. *Банди Б.* Основы линейного программирования: Пер. с англ. М., 1989.