КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 004.421

РАЗРАБОТКА ОБУЧАЮЩИХ ПРОГРАММ ДЛЯ АНАЛИЗА ДВУМЕРНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ НЕГАУССОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

А.К. БИТУС, Е.В. СИНЬКЕВИЧ, Д.Л. ИЛЬЮЩЕНКО

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 19 апреля 2003

В работе приведены результаты моделирования двумерных плотностей вероятности негауссовских случайных процессов с целью получения наглядного визуального восприятия информации о конкретных видах двумерных кривых.

Ключевые слова: негауссовский процесс, двумерная плотность вероятности, корреляция

В работе [1] авторы представили вариант построения учебного модуля для изучения двумерных распределений нормальных случайных процессов. В дальнейшем исследования по тематике двумерного анализа были существенно расширены, и на сегодня представляется возможность изложить новые результаты.

Прежде всего отметим, что аналитическое описание случайных процессов на уровне двумерных распределений для зависимых сечений не всегда возможно: только в отдельных случаях распределение удается выразить в явной форме. Поэтому на сегодня в литературе представлено небольшое количество математических моделей двумерных распределений. Среди них наиболее изучены те законы, вид которых однозначно определяется коэффициентом корреляции: распределения Гаусса, Релея, равномерное, экспоненциальное, арксинуса, квадрата и куба гауссовского процесса.

При этом упомянутые двумерные законы описываются достаточно сложными и громоздкими математическими выражениями, затрудняющими их восприятие при изучении (в меньшей степени это относится к классической модели нормального распределения). Только на основе математических формул практически невозможно составить представление о поведении двумерных плотностей при различных значениях аргументов и параметров. Совершенно другие возможности открывает наглядная визуальная интерпретация двумерных плотностей, позволяющая избавиться от отмеченных трудностей и перевести восприятие материала на язык простейших графических иллюстраций. Только после увиденного становится ясным изучаемое явление.

Разработанные обучающие программы позволяют проследить в динамике изменение двумерной плотности вероятности в зависимости от расстояния между сечениями для случайных процессов со следующими законами распределения: релеевским, экспоненциальным, равномерным, арксинуса.

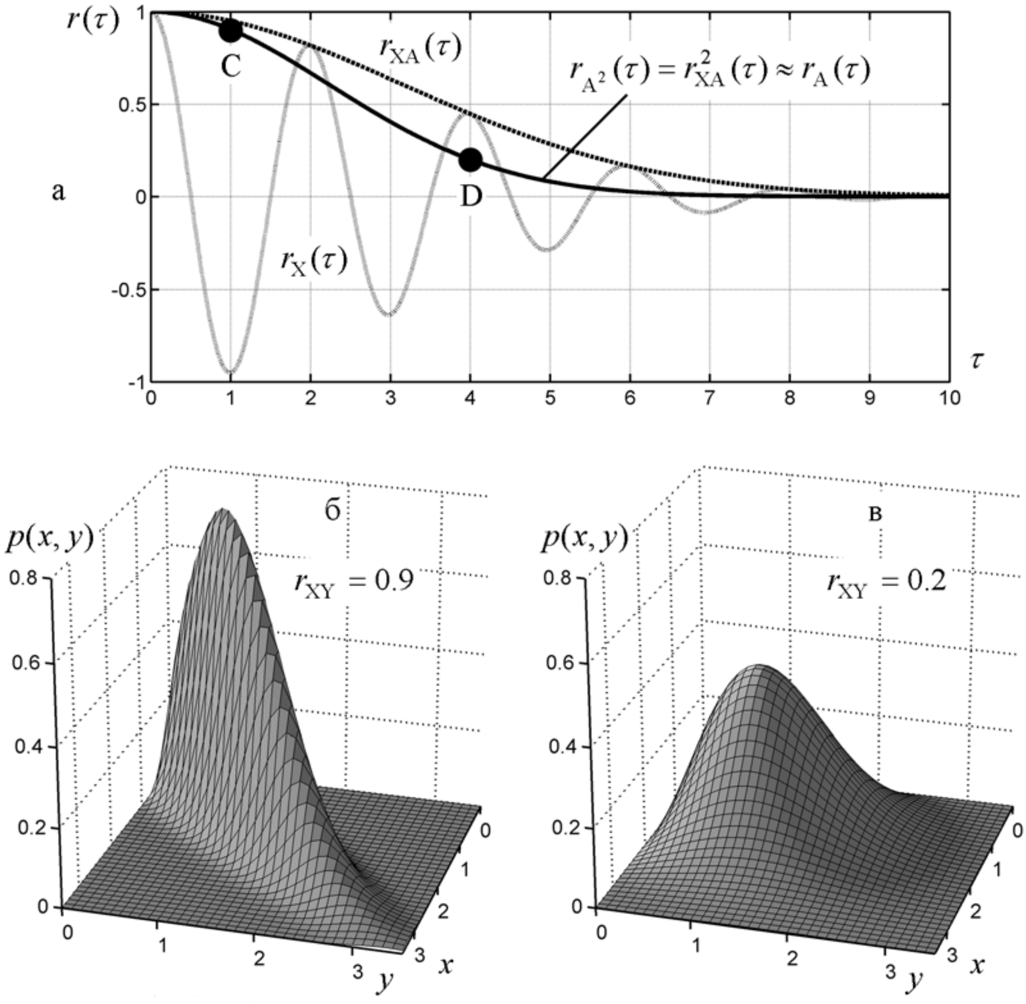
Общей особенностью двумерного анализа случайных процессов, независимо от вида распределения, является наличие двух асимптотических ситуаций. Во-первых, с уменьшением величины расстояния между сечениями ниже некоторого критического значения тело двумерной плотности все больше приближается к дельта-поверхности, профиль которой соответствует одномерной плотности, и в пределе, когда сечения совпадают между собой, связь между ними становится линейной функциональной. Во-вторых, сечения стохастических процессов становятся независимыми, если они разделены достаточно большим интервалом времени (это следует из условия практической реализуемости физических систем), при этом двумерная плотность вероятности представляется в виде произведения одномерных плотностей. В обоих упомянутых случаях двумерный анализ фактически эквивалентен одномерному.

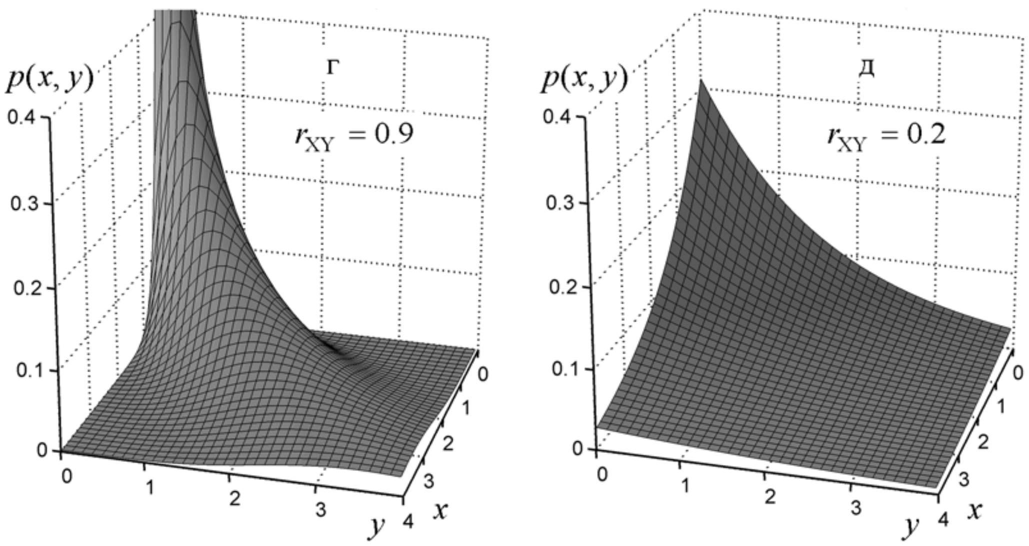
Графическая иллюстрация сказанному приведена на рисунке для двумерных релеевской и экспоненциальной плотностей, с физической точки зрения соответствующих классическим понятиям огибающей и квадрата огибающей узкополосного нормального случайного процесса. На рисунке *а* приведены следующие нормированные корреляционные функции: нормального случайного процесса $r_X(\tau)$, прошедшего через гауссов радиофильтр (точечная линия); $r_{XA}(\tau)$ — ее низкочастотная огибающая (пунктирная линия); кривая $r_A(\tau)$ соответствует процессу с релеевским распределением, а $r_{A^2}(\tau)$ — процессу с экспоненциальной плотностью. Полезно отметить, что оговоренные нормированные корреляционные функции связаны между собой следующим образом:

$$r_A(\tau) \approx 0{,}915 \cdot r_{XA}^2(\tau) + 0{,}057 \cdot r_{XA}^4(\tau) \approx r_{XA}^2(\tau);$$

$$r_{A^2}(\tau) = r_{XA}^2(\tau) \approx r_A(\tau).$$

На рисунках *б, в* приведены кривые двумерной релеевской плотности соответственно для точек C [$r_A(\tau) = 0{,}9$] и D [$r_A(\tau) = 0{,}2$] функции $r_A(\tau)$, а на рисунках *г, д* — аналогичные зависимости для двумерной экспоненциальной плотности вероятности.





Изменение двумерных плотностей вероятности в зависимости от расстояния между сечениями для процессов с релеевским и экспоненциальным распределениями

DEVELOPMENT OF TEACHING PROGRAMS FOR BIVARIATE DISTRIBUTIONS ANALYSIS OF NON-GAUSSIAN STOCHASTIC PROCESSES

A.K. BITUS, E.V. SINKEVICH, D.L. ILJUSHENKO

Summary

The results of modeling of bivariate probability densities of non-Gaussian stochastic processes for visual perception of information of certain types of bivariate curves are given.

Литература

1. *Битус А.К., Синькевич Е.В.* // Дистанционное обучение — образовательная среда XXI века: Материалы Междунар. науч.-метод. конф. (18–20 дек. 2001 г., Минск). Мн., 2001. С. 86–88.