

УДК 621.396.67

ФАЗИРОВАННАЯ АНТЕННАЯ РЕШЕТКА ИЗ КОНИЧЕСКИХ ВИБРАТОРОВ

В.П. КУДИН

*Международный институт трудовых и социальных отношений, Гомельский филиал
Октября, 46а, Гомель, 246029, Беларусь**Поступила в редакцию 24 сентября 2004*

Предложен алгоритм анализа металлических излучателей произвольной формы в составе бесконечной плоской фазированной антенной решетки. Излучатели аппроксимируются набором тонких проводников. Для анализа используется метод интегральных уравнений в сочетании со спектральным подходом к нахождению обобщенной матрицы взаимных импедансов. Исследована фазированная антенная решетка из конических вибраторов.

Ключевые слова: численные методы, излучающие и рассеивающие тела сложной формы, фазированные антенные решетки.

Введение

В ряде практических приложений находят применение плоские фазированные антенные решетки (ФАР) из толстых вертикальных или конических вибраторов, когда требуется достаточно широкая полоса рабочих частот, а диаграмма направленности (ДН) должна иметь воронкообразную форму. Теоретический анализ подобного рода систем представляет собой достаточно сложную электродинамическую задачу. В данной работе на основе решетчатой модели излучателя (аппроксимации тонкими проводниками сплошной металлической поверхности) развивается метод анализа излучателей в составе плоской бесконечной ФАР.

В основу анализа положен основанный на методе интегральных уравнений способ анализа произвольных проволочных структур [1]. В данной статье способ обобщается для анализа подобных структур в составе плоской ФАР. В силу теоремы Флоке [2] токи на излучателях одинаковы с точностью до фазового множителя. Математически это означает, что задачи об одиночном излучателе и в составе бесконечной ФАР по своей размерности эквивалентны, необходимо лишь по-разному рассчитывать функцию Грина. Практически это приводит к замене выражения для электромагнитной связи двух произвольным образом ориентированных гармоник тока [1].

Методика анализа

Сначала получим выражение для электромагнитной связи двух криволинейных гармоник тока. В [3] найден взаимный импеданс токовых гармоник $\varphi_1(s)$ и $\varphi_2(s')$:

$$Z_{12} = \frac{iW}{k} \int_0^{\Delta_1} \int_0^{\Delta_2} \left[k^2 \mathbf{ss}' G(s, s') - \frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} G(s, s') \right] \varphi_1(s) \varphi_2(s') ds ds',$$

где s и s' — криволинейные координаты; $G(s, s') = \exp[-ikR(s, s')]/4\pi R(s, s')$ — функция Грина для свободного пространства; $R(s, s') = |\mathbf{r}(s) - \mathbf{r}'(s')|$ — расстояние между точкой $\mathbf{r}'(s')$ на линии

тока и точкой наблюдения $\mathbf{r}(s)$, которая, вообще говоря, находится на другой линии; Δ_1 и Δ_2 — длины гармоник $\varphi_1(s)$ и $\varphi_2(s')$ соответственно; k — волновое число; W — волновое сопротивление свободного пространства.

Преобразуя интеграл от второго слагаемого интегрированием по частям и учитывая, что на концах интервала обе функции $\varphi_1(s)$ и $\varphi_2(s')$ обращаются в нуль в силу условия непрерывности, получим

$$Z_{12} = \frac{iW}{k} \int_0^{\Delta_1} \int_0^{\Delta_2} \left[k^2 \mathbf{s}\mathbf{s}' \varphi_1(s) \varphi_2(s') - \frac{d\varphi_1(s)}{ds} \frac{d\varphi_2(s')}{ds'} \right] G(s, s') ds ds'. \quad (1)$$

Функцию Грина для свободного пространства представим в спектральном виде [4]

$$G(s, s') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\mathbf{k}^2 - k^2} \exp\{-i\mathbf{k}[\mathbf{r}(s) - \mathbf{r}'(s')]\} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3, \quad (2)$$

где $\mathbf{k} = (\kappa_1 \ \kappa_2 \ \kappa_3)^T$.

Подставляя (2) в (1) и меняя порядок интегрирования, получим

$$Z_{12} = \frac{iW}{k} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\mathbf{k}^2 - k^2} \tilde{Z}_{12}(\mathbf{k}) d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3,$$

причем

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_{12}(\mathbf{k}) = & k^2 \int_0^{\Delta_1} \mathbf{s}_1 \varphi_1(s) \exp[-i\mathbf{k}\mathbf{r}(s)] ds \int_0^{\Delta_2} \mathbf{s}_2 \varphi_2(s') \exp[i\mathbf{k}\mathbf{r}'(s')] ds' - \\ & - \int_0^{\Delta_1} \frac{d\varphi_1(s)}{ds} \exp[-i\mathbf{k}\mathbf{r}(s)] ds \int_0^{\Delta_2} \frac{d\varphi_2(s')}{ds'} \exp[i\mathbf{k}\mathbf{r}'(s')] ds'. \end{aligned}$$

Теперь получим функцию Грина для плоской решетки. По аналогии с (2) запишем

$$G^\infty(s, s') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\mathbf{k}^2 - k^2} \exp[-i\mathbf{k}\mathbf{r}(s)] d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3 \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \exp\{i\mathbf{k}[\mathbf{r}'(s') + \mathbf{r}_{pq}]\} \exp(-ip\psi_1 - iq\psi_2).$$

Здесь двойной ряд указывает на вклад в общее поле источников, расположенных в узлах косоугольной сетки $\mathbf{r}_{pq} = p\mathbf{d}_1 + q\mathbf{d}_2$, $p, q = -\infty, \dots, \infty$, задаваемой векторами \mathbf{d}_1 и \mathbf{d}_2 . Величины ψ_1 и ψ_2 являются фазовыми сдвигами между комплексными амплитудами возбуждения соседних элементов вдоль соответствующих осей (режим ФАР).

Используя формулу суммирования Пуассона [5], двойные ряды в последней формуле представим в виде набора дельта-функций. После замены переменных $t_1 = \mathbf{k}\mathbf{d}_1$, $t_2 = \mathbf{k}\mathbf{d}_2$ интегрирование с учетом фильтрующего свойства дельта-функций легко проводится и поэтому окончательно будем иметь

$$G^\infty(s, s') = \frac{1}{2\pi A} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \int \frac{1}{\mathbf{k}_{pq}^2 - k^2} \exp\{-i\mathbf{k}_{pq}[\mathbf{r}(s) - \mathbf{r}'(s')]\} d\mathbf{k}_3, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{k}_{pq} = \mathbf{k}_{pq}^\perp + \mathbf{z}\mathbf{k}_3, \quad \mathbf{k}_{pq}^\perp = \frac{2\pi p + \psi_1}{A} \mathbf{d}_2 \times \mathbf{z} + \frac{2\pi q + \psi_2}{A} \mathbf{z} \times \mathbf{d}_1.$$

В этих формулах \mathbf{z} есть единичный вектор, ортогональный плоскости решетки, причем векторы \mathbf{d}_1 , \mathbf{d}_2 и \mathbf{z} образуют правую тройку, а $A = \mathbf{z}(\mathbf{d}_1 \times \mathbf{d}_2)$ есть площадь параллелограмма, представляющего собой единичную ячейку.

Таким образом, функция Грина (3) бесконечной плоской ФАР фактически представляет собой однократный спектральный интеграл вместо трехкратного. Двукратный интеграл при этом превратился в двойной ряд, который может быть вычислен непосредственным суммированием с помощью метода редукции.

Теперь вычислим взаимную связь произвольных токовых гармоник в плоской ФАР с ко-соугольной ячейкой. Сравнивая (2) и (3), легко получим

$$Z_{12}^{\infty} = \frac{iW}{k} \frac{1}{2\pi A} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \int \frac{1}{\kappa_{pq}^2 - k^2} \tilde{Z}_{12}(\kappa_{pq}) d\kappa_3. \quad (4)$$

Для используемых в [1] синусоидальных полугармоник

$$\varphi_j(s) = \frac{\sin k(\Delta_j - s)}{\sin k\Delta_j}, \quad j = 1, 2,$$

входящие в функцию $\tilde{Z}_{12}(\kappa_{pq})$ интегралы легко находятся, и после преобразований будем иметь

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_{12}(\kappa_{pq}) = & -\frac{k^2 \exp[i\kappa_{pq}(\mathbf{r}_2^{\text{nd}} - \mathbf{r}_1^{\text{nd}})]}{\sin k\Delta_1 \sin k\Delta_2} \times \\ & \times \left\{ (1 + \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2) [e^+ S_1^+ S_2^- + (e^+)^* S_1^- S_2^+] + (1 - \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2) [e^- S_1^+ S_2^+ + (e^-)^* S_1^- S_2^-] \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где введены обозначения

$$e^{\pm} = \exp\left(ik \frac{\Delta_1 \pm \Delta_2}{2}\right), \quad S_j^{\pm} = \frac{\sin(k \pm \kappa_{pq} \mathbf{s}_j) \frac{\Delta_j}{2}}{k \pm \kappa_{pq} \mathbf{s}_j}.$$

Подставляя (5) в (4), окончательно получим

$$\begin{aligned} Z_{12}^{\infty} = & -i \frac{15}{k^2 A} \frac{k\Delta_1}{\sin k\Delta_1} \frac{k\Delta_2}{\sin k\Delta_2} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \exp[i\kappa_{pq}^{\perp}(\mathbf{r}_2^{\text{nd}} - \mathbf{r}_1^{\text{nd}})_{\perp}] \times \\ & \times \left\{ (1 + \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2) [e^+ \tilde{I}_1 + (e^+)^* \tilde{I}_2] + (1 - \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2) [e^- \tilde{I}_3 + (e^-)^* \tilde{I}_4] \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

В данной формуле

$$\tilde{I}_1 = I(a, b, c_1, t_1^+, c_2, t_2^-), \quad \tilde{I}_2 = I(a, b, c_1, t_1^-, c_2, t_2^+),$$

$$\tilde{I}_3 = I(a, b, c_1, t_1^+, c_2, t_2^+), \quad \tilde{I}_4 = I(a, b, c_1, t_1^-, c_2, t_2^-),$$

$$a = k \left[(r_2^{\text{nd}})_z - (r_1^{\text{nd}})_z \right], \quad b = \frac{\gamma_{pq}}{k}, \quad c_j = \frac{k\Delta_j}{2} (s_j)_z, \quad t_j^{\pm} = (\mp k - \kappa_{pq}^{\perp} \mathbf{s}_j^{\perp}) \frac{\Delta_j}{2}, \quad j = 1, 2,$$

вектор \mathbf{r}_j^{nd} обозначает середину ветви, на которой расположена токовая полугармоника, а функция $I(a, b, c_1, t_1, c_2, t_2)$ есть

$$I(a, b, c_1, t_1, c_2, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(iat) \sin(c_1 t - t_1) \sin(c_2 t - t_2)}{t^2 + b^2} dt.$$

Последний интеграл находится методами теории функций комплексного переменного. Для этого синусоидальные функции представляются через две показательные, а затем применяется теория вычетов. При этом получаются хотя и несколько громоздкие, но замкнутые аналитические выражения.

Итак, взаимосвязь двух синусоидальных полугармоник в бесконечной плоской ФАР представляется в виде двойного ряда (6), члены которого являются замкнутыми аналитическими выражениями.

В остальном алгоритм остается тем же, что и описанный в [1]. Таким образом, переход от одиночной структуры к плоской решетке структур заключается в замене формул, используемых для вычисления взаимной связи полугармоник: вместо выражений из [1] следует использовать формулу (6).

Результаты расчетов

При анализе сплошная конусная антенна аппроксимировалась N проводниками вдоль образующих, концы которых также соединялись между собой (рис. 1). Первоначально проводились исследования одиночного излучателя. Варьировались угол при вершине конуса и количество проводников N . В качестве примера на рис. 2 приведены частотные зависимости действительной R и мнимой X частей входного импеданса одиночной антенны при $N=6$ (сплошные кривые) и $N=8$ (штриховые кривые). В данном случае угол при вершине конуса равнялся 40° , а радиус проводников $a=0,01l$, где l есть длина образующей.

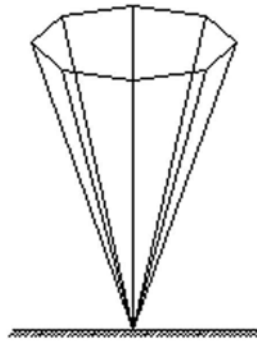


Рис. 1. Аппроксимация сплошной конусной антенны

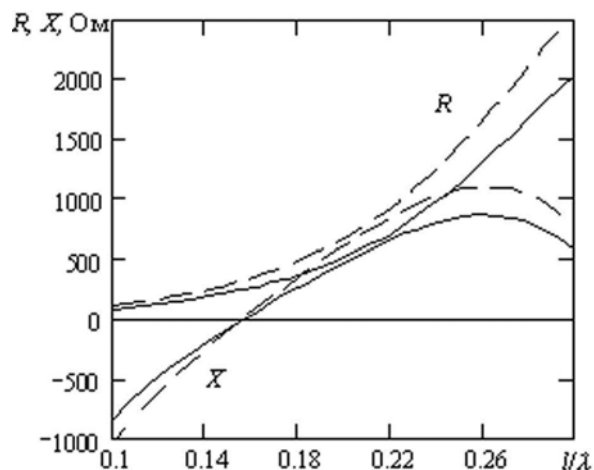


Рис. 2. Частотные зависимости действительной R и мнимой X частей входного импеданса одиночной антенны при $N=6$ (сплошные кривые) и $N=8$ (штриховые кривые)

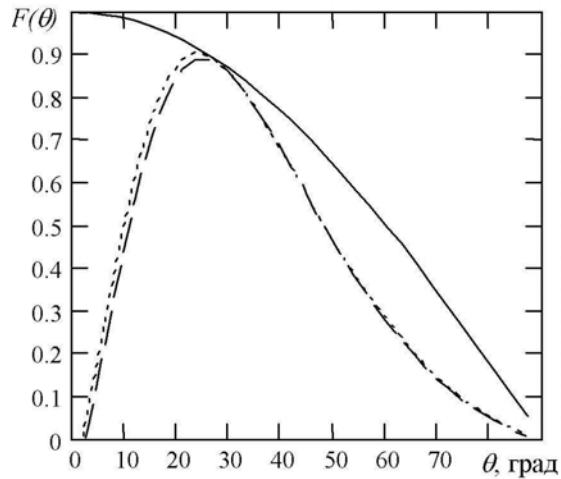


Рис. 3. ДН конической антенны в составе ФАР с квадратной сеткой размером $d=2,5l$ на относительной частоте $l/\lambda=0,16$

ДН конической антенны в составе ФАР с квадратной сеткой размером $d=2,5l$ на относительной частоте $l/\lambda=0,16$ приведены на рис.3. Геометрия излучателя такая же, как и на рис. 2, а число проводников $N=8$. Точечной линией показана ДН в сечении вдоль ряда излучателей, штриховой — в сечении, повернутом на 45° , сплошной — идеальная ДН $\cos\theta$. Здесь θ является углом отклонения от нормали к плоскости решетки. Отметим, что рассматриваемые сечения являются наиболее характерными. Из соображений симметрии очевидно, что ДН периодичны по углу с периодом 45° , и, следовательно, при анализе достаточно рассмотреть только этот промежуток. Оказывается, что вариации входного импеданса в пределах 45° невелики. Поэтому если мы согласуем антенну в решетке при фазировании в заданном направлении (например, на рис. 3 антенна согласована в сечении вдоль ряда излучателей под углом $\theta=27^\circ$ — точечная кривая), то в остальных направлениях падение уровня ДН из-за рассогласования будет незначительным (штриховая кривая).

Заключение

В работе на основе метода интегральных уравнений развит алгоритм анализа тонкопроводящих излучателей произвольной формы в составе бесконечной плоской ФАР. Численно исследована ФАР из конических вибраторов.

CONICAL ANTENNA IN INFINITE PHASED ARRAY

V.P. KUDZIN

Abstract

The algorithm for analysis of arbitrary metal antennas in infinite phased array is proposed. Antennas are approximated by a set of thin wires. The integral equation method is combined with spectral approach for calculation the mutual impedances. Conical antenna in infinite phased array is investigated.

Литература

1. Кудин В.П., Рубан А.П. // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1986. Т. 29, № 8. С. 10–15.
2. Амтей Н., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решеток. М., 1974.
3. Mei K.K. // IEEE Transactions. 1965. Vol. AP-13, N 3. P. 374–378.
4. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М., 1983.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М., 1973.