

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 681.5.015:919.711.3

**СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ ВИБРАТОРНОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ
С ОПОРНЫМИ СТОЙКАМИ И УПРАВЛЕНИЕ ЕГО ДИАПАЗОННОСТЬЮ**

В.П. КУДИН

*Международный институт трудовых и социальных отношений, Гомельский филиал
Октября, 46а, Гомель, 246029, Беларусь**Поступила в редакцию 25 октября 2004*

Найдены собственные функции вибратора с опорными стойками. Определены пассивные нагрузки, расширяющие полосу рабочих частот вибратора.

Ключевые слова: численные методы, излучающие и рассеивающие тела сложной формы, собственные функции.

Введение

Собственные функции давно применяются в задачах электродинамики для проводящих тел, поверхность которых совпадает с координатными поверхностями систем координат, в которых разделяется уравнение Гельмгольца. В [1] показано, что собственные функции могут быть введены для проводящих тел произвольной формы. Изложенный там подход основан на диагонализации матрицы взаимных импедансов и дает явные формулы для определения собственных токов и их полей.

В данной работе развитый подход применяется для исследования собственных функций вибраторного излучателя со стойками и управления этими функциями с целью расширения полосы рабочих частот вибратора.

Изложение теории

В работе [1] рассматривается уравнение на собственные значения для проводящей поверхности S произвольной формы в свободном пространстве

$$\mathbf{Z}(\mathbf{J}_n) = v_n \mathbf{M}(\mathbf{J}_n), \quad (1)$$

где \mathbf{Z} — оператор, связывающий ток на поверхности с тангенциальной составляющей электрического поля; v_n — собственные значения; \mathbf{J}_n — соответствующие им собственные поверхностные токи; \mathbf{M} — оператор, выбор которого определяется требованиями к собственным функциям. Собственные функции \mathbf{J}_n будут диагонализировать \mathbf{Z} при выборе в качестве оператора \mathbf{M} любого симметрического оператора, но только выбор $\mathbf{M} = \mathbf{R}$, где \mathbf{R} — действительная часть оператора \mathbf{Z} , дает также и ортогональность диаграмм направленности, соответ-

вующих собственным токам \mathbf{J}_n . Подставив в (1) разложение $\mathbf{Z} = \mathbf{R} + i\mathbf{X}$ и положив $\nu_n = 1 + i\mu_n$, получим окончательный вид исходного уравнения:

$$\mathbf{X}(\mathbf{J}_n) = \mu_n \mathbf{R}(\mathbf{J}_n). \quad (2)$$

Здесь \mathbf{R} и \mathbf{X} — действительные симметрические операторы, более того, \mathbf{R} — положительно определенный оператор ($\langle \mathbf{J}_n^*, \mathbf{R}\mathbf{J}_n \rangle > 0$ или $\iint_S \mathbf{J}_n^* \mathbf{R}\mathbf{J}_n ds > 0$, т.е. все токи излучают ненулевую мощность). Токи удовлетворяют условиям ортонормированности:

$$\langle \mathbf{J}_m^*, \mathbf{R}\mathbf{J}_n \rangle = \delta_m^n, \quad (3)$$

$$\langle \mathbf{J}_m^*, \mathbf{X}\mathbf{J}_n \rangle = \mu_n \delta_m^n, \quad (4)$$

$$\langle \mathbf{J}_m^*, \mathbf{Z}\mathbf{J}_n \rangle = (1 + i\mu_n) \delta_m^n, \quad (5)$$

где δ_m^n — дельта-функция Кронекера. Условие (3) нормирует все собственные токи на единичную излучаемую мощность и является одновременно необходимым и достаточным условием ортогональности соответствующих диаграмм направленности [2].

Кроме того, из вещественности и симметричности операторов \mathbf{R} и \mathbf{X} , а также положительной определенности оператора \mathbf{R} следует, что собственные числа μ_n и собственные токи \mathbf{J}_n в уравнении (2) вещественны.

В [3–5] обсуждается вопрос управления собственными токами в задачах излучения и рассеяния. В задачах излучения собственные токи возбуждаются пропорционально их амплитудам в точке питания. Таким образом, использование нескольких источников питания в различных точках антенны позволяет полностью контролировать возбуждение нескольких собственных токов. В задачах рассеяния возбуждение собственных токов может контролироваться размещением сосредоточенных нагрузок вдоль антенны, однако если эти нагрузки пассивные, то будет достигнут лишь частичный контроль над возбуждением собственных токов [3]. В [4, 5] эти нагрузки выбраны чисто реактивными и в этом случае уравнение (2) принимает вид

$$(\mathbf{X} + \mathbf{X}_L)(\mathbf{J}_n) = \mu_n \mathbf{R}(\mathbf{J}_n). \quad (6)$$

Здесь \mathbf{X}_L — оператор реактивных нагрузок, его матрица диагональна для сосредоточенных нагрузок. Управление заключается в поиске таких нагрузок, чтобы выбранное μ_n изменилось в нужную сторону. В частном случае при $\mu_n \rightarrow 0$ эти нагрузки находятся из уравнения

$$\mathbf{X}_L(\mathbf{J}_n) = -\mathbf{X}(\mathbf{J}_n), \quad (7)$$

т.е. когда правая часть в (6) полагается равной нулю.

Математические и вычислительные аспекты

С точки зрения математики уравнение (2) есть обобщенное уравнение на собственные значения. В матричной форме оно записывается следующим образом:

$$\langle \mathbf{X}\mathbf{I}_n \rangle = \mu_n \langle \mathbf{R}\mathbf{I}_n \rangle, \quad (8)$$

где \mathbf{R} и \mathbf{X} — квадратные матрицы, элементы которых находятся по правилам

$$r_{ij} = \langle \mathbf{W}_i \mathbf{R} \mathbf{W}_j \rangle, \quad x_{ij} = \langle \mathbf{W}_i \mathbf{X} \mathbf{W}_j \rangle,$$

а \mathbf{I}_n — столбец коэффициентов разложения собственного тока \mathbf{J}_n по базисным функциям \mathbf{W}_i . Выбор в качестве весовых функций тех же функций, что и базисные, дает нам симметричность матриц \mathbf{R} и \mathbf{X} . Условия ортонормальности (3)—(5) в матричном виде имеют вид

$$\langle \mathbf{I}_m, \mathbf{R} \mathbf{I}_n \rangle = \delta_m^n,$$

$$\langle \mathbf{I}_m, \mathbf{X} \mathbf{I}_n \rangle = \mu_n \delta_m^n,$$

$$\langle \mathbf{I}_m, \mathbf{Z} \mathbf{I}_n \rangle = (1 + i\mu_n) \delta_m^n.$$

Здесь учтено, что токи вещественны и поэтому операция эрмитового сопряжения заменена операцией транспонирования.

Имеются различные методы решения обобщенного уравнения на собственные значения, однако из-за наличия высококачественных программ для решения стандартных проблем собственных значений целесообразнее использовать методы явного приведения к стандартной форме $A(\mathbf{J}_n) = \mu_n \mathbf{J}_n$. При выборе метода следует учесть то обстоятельство, что вследствие методических и вычислительных погрешностей матрица \mathbf{R} может получиться положительно полуопределенной и даже закононеопределенной, иными словами, матрица \mathbf{R} может оказаться особенной или очень близкой к особенной, что делает практически непригодными все методы явного приведения к стандартной форме. В этой ситуации, по всей видимости, единственным выходом является замена матрицы \mathbf{R} на близкую ей положительно определенную матрицу \mathbf{R}' . Эту замену можно произвести прямой коррекцией матрицы \mathbf{R} , заключающейся в добавлении ко всем ее диагональным элементам небольших положительных чисел, составляющих менее 1% от величины корректируемых элементов. Как указано в [6], такой добавки, практически не влияющей на точность решения, часто оказывается достаточно, чтобы скорректированная матрица \mathbf{R}' стала положительно определенной, что дает возможность решать исходное уравнение стандартными методами.

При программировании необходимо иметь в виду, что основными этапами вычислений являются: получение обобщенной матрицы взаимных импедансов \mathbf{Z} , решение обобщенного уравнения (8) одним из известных методов и, быть может, обработка полученных результатов (например, получение диаграммы направленности одного или нескольких собственных токов). Кроме того, необходимо иметь возможность задать для данного излучателя точки входов и проделать все этапы вычислений для новой матрицы \mathbf{Z}_K — матрицы взаимных импедансов относительно заданных входов. Также нужно уметь вычислять реактивные нагрузки по формуле

$$X_{Li} = -\frac{(\mathbf{X} \mathbf{I})_i}{I_i}, \quad (9)$$

где $(\mathbf{X} \mathbf{I})_i$ означает i -й элемент столбца $\mathbf{X} \mathbf{I}$, и затем расставлять их на антенне в нужных точках. Формула (12) есть преобразованная матричная запись операторного равенства (10).

Вычислительная программа строилась на базе одной из модификаций программы SAPRA, общий алгоритм которой изложен в [7] с учетом всех вышеуказанных требований. Программа SAPRA позволяет проводить основанный на методе интегральных уравнений электродинамический анализ произвольных проволочных конструкций из тонких прямолинейных проводников.

Численные результаты

В данном разделе приводятся результаты исследования собственных функций симметричного вибратора со стойками над экраном (рис. 1). Экран считался бесконечным и идеально проводящим.

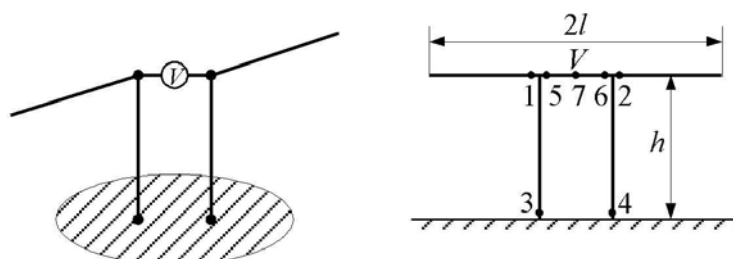


Рис. 1. Схема симметричного вибратора со стойками над экраном

Использовались следующие параметры вибратора со стойками: длина плеча l и расстояние вибратора от экрана h равны, радиусы всех проводников $a/l=0,04$, волновое сопротивление линии, образованной опорными стойками, $W_L=150$ Ом.

При расчете собственных токов вибратора со стойками выяснилось, что они разделяются на две разновидности: 1) токи на стойках направлены одинаково, а на плечах — противоположно (синфазные моды); 2) токи на плечах направлены одинаково, а на стойках — противоположно (противофазные моды).

Собственные числа вибратора со стойками в диапазоне частот представлены на рис. 2, где сплошными линиями обозначены собственные числа противофазных мод, а штриховыми — синфазных мод. Из рисунка видно, что для данного вибратора со стойками вблизи относительной частоты $l/\lambda=0,22$ собственное число одной из противофазных мод близко к нулю. Естественным выглядит желание усилить влияние этой моды в итоговом распределении тока (приблизить к нулю ее собственное число) и уменьшить влияние первой синфазной моды. Для управления собственными числами было использовано уравнение (9) в виде

$$X_{Li} = \frac{1}{I_{iN}} \sum_j [(C\mu_N R_{ij} - X_{ij}) I_{jN}],$$

где N — фиксированный номер, C — константа.

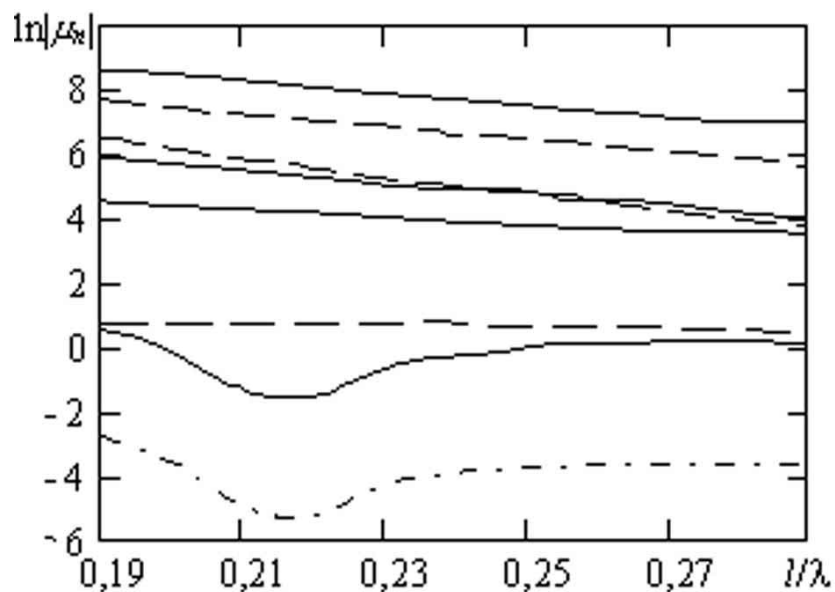


Рис. 2. Значения собственных чисел вибратора со стойками

На рис. 3 показано поведение нагрузки в точках 1 и 2 вибратора со стойками (см. рис. 1) при $C=0$, а в качестве N выбирался номер первой противофазной моды.

Частотная зависимость собственного числа первой противофазной моды с включенными нагрузками показана на рис. 2 штрих-пунктирной линией. Отчетливо видно, что собственное число уменьшилось (по модулю) и не равно нулю лишь из-за накопления вычислительных погрешностей. В то же время собственные числа остальных гармоник при включении нагрузок остаются практически теми же.

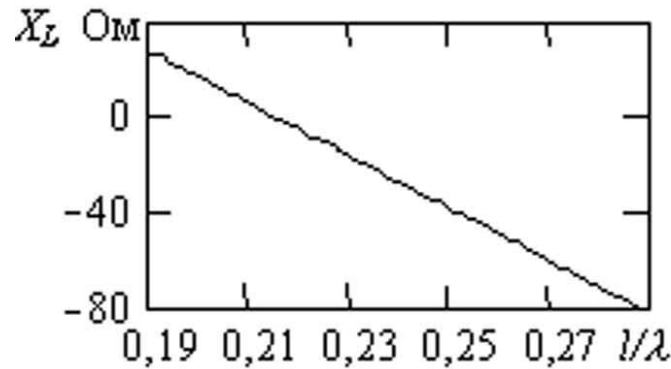


Рис. 3. Поведение нагрузки в точках 1 и 2 вибратора со стойками при $C=0$

На рис. 4 показано поведение действительной R и мнимой X частей входного сопротивления вибратора со стойками в полосе частот без нагрузок (сплошные линии) и с нагрузками (штриховые линии).

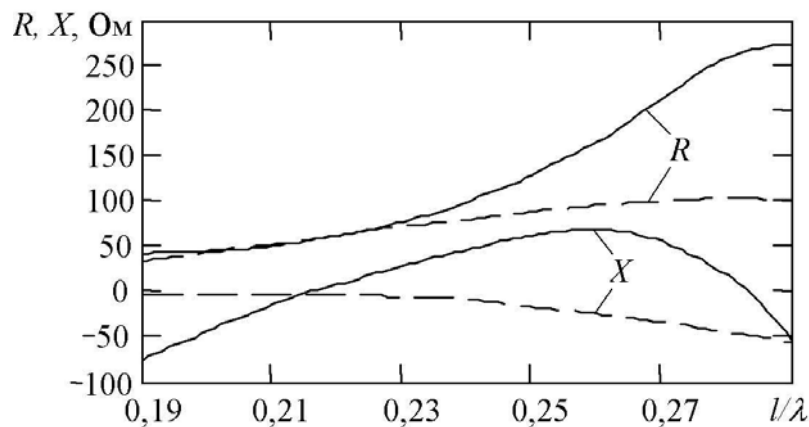


Рис. 4. Поведение действительной R и мнимой X частей входного сопротивления вибратора со стойками в полосе частот без нагрузок (сплошные линии) и с нагрузками (штриховые линии)

Аналогично на рис. 5 приведены модули коэффициента отражения в полосе частот для вибратора со стойками без нагрузок (сплошные линии) и с нагрузками (штриховые линии). При этом волновое сопротивление фидера составляет 50 Ом (кривые 1) или 75 Ом (кривые 2). Хорошо видно, что вибратор с нагрузками обладает более широкой полосой частот, чем без нагрузок.

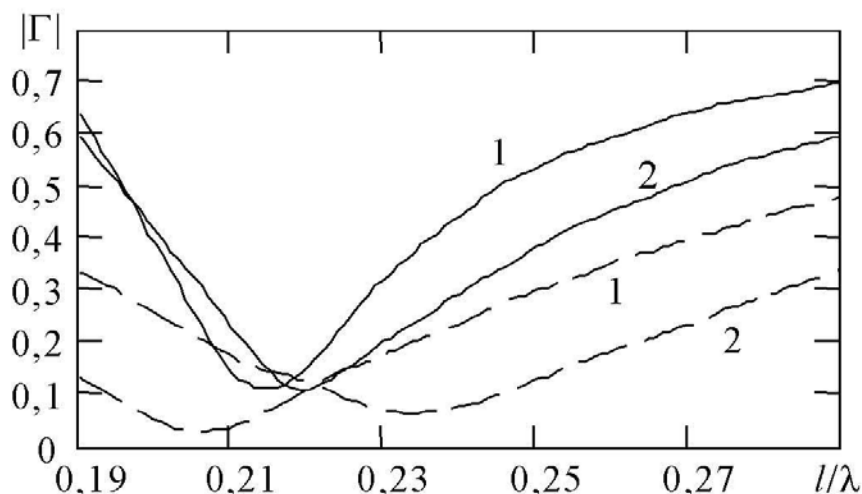


Рис. 5. Значения модуля коэффициента отражения в полосе частот для вибратора со стойками без нагрузок (сплошные линии) и с нагрузками (штриховые линии)

Выводы

Показано, что у симметричного вибратора со стойками все собственные функции делятся на два типа: синфазные и противофазные моды.

Исследовано частотное поведение собственных чисел.

Найдены пассивные нагрузки, которые уменьшают собственное число первой противофазной моды и тем самым расширяют рабочий диапазон вибратора со стойками.

CHARACTERISTIC MODES OF DIPOLE ANTENNA WITH SUPPORT STICKS AND CONTROL OF ITS BANDWIDTH

V.P. KUDZIN

Abstract

Characteristic modes of dipole antenna with support sticks are calculated. Reactive loadings are determined for increasing the bandwidth.

Литература

1. *Harrington R.F., Mautz J.R.* // IEEE Transactions, 1971. Vol. AP-19, N 5. P. 622–628.
2. *Сазонов Д.М.* // Сб. научно-методических статей по прикладной электродинамике. 1983. Вып. 6. С. 111–162.
3. *Harrington R.F., Mautz J.R.* // IEEE Transactions. 1971. Vol. AP-19, N 5. P. 629–639.
4. *Harrington R.F., Mautz J.R.* // IEEE Transactions. 1972. Vol. AP-20, N 4. P. 446–454.
5. *Mautz J.R., Harrington R.F.* // IEEE Transactions. 1973. Vol. AP-21, N 2. P. 188–199.
6. *Песецкий Б.И., Стериополо Е.А.* // Изв. вузов, сер. Радиоэлектроника. 1985. Т. 28, № 7. С. 9–15.
7. *Кудин В.П., Рубан А.П.* // Изв. вузов, сер. Радиоэлектроника. 1986. Т. 29, № 8. С. 10–15.