

УДК 621.391.26

ПРОСТОЙ МЕТОД РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБОК ПРИ ПЕРЕДАЧЕ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ ПО ОБОБЩЕННОМУ КАНАЛУ СВЯЗИ

В.П. ТУЗЛУКОВ

Белорусская государственная академия авиации, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 29 ноября 2017

Аннотация. В настоящей работе проводится исследование качественных характеристик, в частности, вероятности ошибок, при передаче цифровых сигналов по обобщенному каналу связи с замираниями, используя технологию суммирования дифференциально взвешенных сигналов каждого канала и оценивая параметры канала связи, искаженные помехами. Предполагается, что оценки параметров канала связи искажаются помехой, представляющей собой комплексную гауссовскую случайную величину. Выражение для среднего значения вероятности ошибок определяется в виде простого интеграла, подынтегральное выражение которого содержит производящую функцию моментов нормализованного отношения сигнал/помеха, соответствующую идеальному суммированию дифференциально взвешенных сигналов каждого канала. Примеры иллюстрируют эффективность полученного выражения для среднего значения вероятности ошибок при различных условиях и разных плотностях распределения вероятностей замираний в канале связи при возможной корреляции между разнесенными каналами приема сигналов.

Ключевые слова: обобщенный канал связи с замираниями, оценка мощности помехи в канале связи, вероятность ошибок.

Abstract. The performance of binary signaling on generalized fading channels with maximal ratio combining (MRC) and imperfect channel estimates is studied. It is assumed that estimates of the communication channel parameters are distorted by interference, which is a complex Gaussian random variable. An expression for the average probability of error is provided in the form of a simple single integral which involves the moment generating function of the normalized signal-to-noise ratio corresponding to the case of ideal MRC. Various examples demonstrate the usefulness of the derived expression under various fading conditions with different distributions and with a possible correlation between the diversity branches.

Keywords: generalized fading channels, noisy channel estimate, error probability.

Doklady BGUIR. 2018, Vol. 112, No. 2, pp. 98-105
Simple definition of error probability at binary signaling over generalized channels
V.P. Tuzlukov

Введение

Известно, что суммирование дифференциально взвешенных сигналов каждого канала является оптимальной процедурой при разнесенном приеме сигналов в условиях аддитивно белого гауссовского шума, максимизируя отношение сигнал/помеха на выходе сумматора приемника [1]. Оценивание параметров разнесенных каналов связи является одним из основных требований для функционирования системы в полном объеме при использовании суммирования дифференциально взвешенных сигналов каждого канала. Необходимо дать количественную характеристику воздействия мощности помехи в канале связи на вероятность ошибок приема цифровых сигналов при использовании суммирования дифференциально взвешенных сигналов каждого канала для экономически целесообразного и эффективного проектирования системы связи. В научной литературе появилось несколько работ,

фокусирующих внимание на характеристики суммирования дифференциально взвешенных сигналов каждого канала при определении оценки мощности помехи в канале связи. Например, в [2, 3] представлена вероятность ошибок при суммировании дифференциально взвешенных сигналов каждого канала при наличии управляющего сигнала (пилот-сигнал), который не коррелирован с информационным сигналом, передаваемым по разнесенным каналам связи с независимыми и идентично распределенными рэлеевскими замираниями. Выражение для вероятности ошибок при адаптивном приеме M -фазовых сигналов, передаваемых по каналу связи с независимыми и идентично распределенными рэлеевскими замираниями при различных процедурах определения параметров канала связи, искаженных помехами, было получено в [4, 5]. Выражение для плотности распределения вероятностей отношения сигнал/помеха на выходе сумматора дифференциально взвешенных сигналов каждого канала весовых функций ошибок, обусловленных гауссовской помехой в канале связи при независимых и идентично распределенных рэлеевских замираниях в разнесенных каналах связи, было получено в [6, 7]. В [8] исследуется вероятность ошибки при передаче цифровых сигналов, используя процедуры линейного сложения разнесенных сигналов. В [9, 10] вероятность ошибки при суммировании дифференциально взвешенных сигналов каждого канала анализировалась, используя характеристическую функцию эрмитовых квадратичных форм, содержащих комплексные гауссовские случайные переменные, при передаче цифровых сигналов по каналам связи с коррелированными рэлеевскими замираниями при наличии искажений параметров канала связи, обусловленных воздействием помехи. Исследования в [2–10] основываются на предположении, что индивидуальные замирания по амплитуде распределены в соответствии с рэлеевским законом распределения плотности вероятностей. Фактическая плотность распределения вероятностей замираний амплитуды, зависящая от параметров канала связи, может отличаться от рэлеевской плотности распределения вероятностей [1]. В настоящей работе используется простой метод оценивания вероятности ошибок при передаче цифровых сигналов с двоичной фазовой модуляцией по обобщенному каналу связи при наличии замираний на основе суммирования дифференциально взвешенных сигналов по каждому разнесенному каналу и оценку мощности помехи в канале связи. Идея, изложенная в настоящей работе, основана на результатах, полученных в [11, 12], где анализировалась помехозащищенность при многоканальном приеме инвариантных к временному сдвигу цифровых сигналов, и вероятность ошибок была определена в [13, 14] в упрощенном виде, используя Q -функцию и функцию Бесселя. Используя альтернативное представление функции Бесселя [1], возможно получить подынтегральное выражение в простой форме для среднего значения вероятности ошибки, содержащее производящую функцию моментов для отношения сигнал/помеха, соответствующего идеальной процедуре суммирования дифференциально взвешенных сигналов каждого канала. Как показало численное моделирование, полученные результаты можно использовать при наличии произвольного распределения плотности вероятностей замираний в канале связи и возможной корреляции между каналами при разнесенном приеме сигналов.

Модель системы

Обозначим $S \in \{-1, +1\}$ как сигнал с двоичной фазовой модуляцией, передаваемый по L разнесенным каналам с медленными замираниями. Сигнал, полученный по l -му разнесенному каналу после согласованной фильтрации, имеет вид

$$X_l = S\sqrt{E_d}g_l + n_l, \quad l = 1, \dots, L, \quad (1)$$

где E_d – средняя энергия на символ; g_l – комплексный коэффициент, характеризующий замирания в канале связи; n_l – осесимметричная комплексная гауссовская случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_n^2 = E[n_l^2]$. Отметим, что случайная величина $\{g_l\}$ может быть распределена в соответствии с любым законом распределения плотности вероятностей с различными моментами второго порядка и возможной корреляцией между ними. Сигнал, транслируемый по каналу связи, может быть представлен в виде

$$Y_l = kg_l + w_l, \quad l=1, \dots, L, \quad (2)$$

где w_l – осесимметричная комплексная гауссовская случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_w^2 = E[w_l^2]$ и $k \geq 0$, которая является постоянной, зависимой от используемой методики передачи информации. Предполагается, что случайная величина w_l не зависит от g_l и n_l , что удовлетворяется при использовании управляющего сигнала в системе связи. Например, в [2, 3] использовался управляющий сигнал для отслеживания замираний в информационном канале. Модель (2) рассматривалась в [4, 5], модель гауссовской ошибки при определении весовой функции помехи – в [6, 7]. Если $k = \sqrt{E_d}$ и $\sigma_w^2 = 0,5\sigma_n^2$, получаем модель системы передачи цифровых сигналов с дифференциально фазоразностной модуляцией.

Анализ вероятности ошибок

Полагаем, что передается сигнал $S=+1$. Вероятность ошибок при суммировании дифференциально взвешенных сигналов каждого канала может быть представлена в следующем виде:

$$\bar{P}_{error} = P\left\{\operatorname{Re}\left[\sum_{l=1}^L X_l Y_l^*\right] < 0\right\} = P\left\{\sum_{l=1}^L (X_l Y_l^* + X_l^* Y_l) < 0\right\}, \quad (3)$$

где * означает комплексно сопряженную операцию. Поскольку распределения плотности вероятностей для случайных величин, характеризующих комплексные замирания в канале связи, не были заданы, плотности распределения вероятностей случайных величин X_l и Y_l неизвестны. Случайные величины $\{X_l\}$ и $\{Y_l\}$, обусловленные на множестве $\mathcal{G} = \{g_l\}, l=1, \dots, L$, являются независимыми комплексными гауссовскими переменными, первый и второй моменты которых определяются следующим образом:

$$m_X^{(l)} = E[X_l] = \sqrt{E_d} g_l; \quad m_Y^{(l)} = E[Y_l] = kg_l; \quad m_{XY}^{(l)} = 0,5E[(X_l - m_X^{(l)})(Y_l - m_Y^{(l)})^*]; \quad (4)$$

$$[\sigma_X^{(l)}]^2 = 0,5E[|X_l - m_X^{(l)}|^2] = \sigma_w^2 = 0,5\sigma_n^2; \quad [\sigma_Y^{(l)}]^2 = 0,5E[|Y_l - m_Y^{(l)}|^2] = \sigma_w^2 = 0,5\sigma_n^2. \quad (5)$$

Определим выражение для вероятности ошибок, которая обусловлена на множестве \mathcal{G} . Усреднение вероятности ошибок по совместной статистике $\{g_l\}$ дает среднее значение вероятности ошибок. Выражение для вероятности ошибок (3), обусловленное на множестве \mathcal{G} , хорошо изучено в литературе [13–15]. Используя результаты, представленные в [15], получаем:

$$v = \frac{1}{\sigma_X^{(l)} \sigma_Y^{(l)}} = \frac{1}{\sqrt{\sigma_n^2 \sigma_w^2}}; \quad (6)$$

$$\alpha_{1,l} = 2[|m_X^{(l)}|^2 (\sigma_Y^{(l)})^2 + |m_Y^{(l)}|^2 (\sigma_X^{(l)})^2] = (2E_d \sigma_w^2 + k \sigma_n^2) |g_l|^2; \quad (7)$$

$$\alpha_{2,l} = m_X^{(l)} (m_X^{(l)})^* + m_Y^{(l)} (m_Y^{(l)})^* = 2\sqrt{E_d} k |g_l|^2; \quad (8)$$

$$\alpha_1 = \sum_{l=1}^L \alpha_{1,l} = 2(E_d \sigma_w^2 + k \sigma_n^2) \sum_{l=1}^L |g_l|^2; \quad \alpha_2 = \sum_{l=1}^L \alpha_{2,l} = 2\sqrt{E_d} k \sum_{l=1}^L |g_l|^2; \quad (9)$$

$$a = \sqrt{\frac{v(\alpha_1 v - \alpha_2)}{2}} = \sqrt{E_d \frac{2\sigma_w^2}{\sigma_n^2} - k} \sqrt{\frac{1}{4\sigma_w^2} \sum_{l=1}^L |g_l|^2}; \quad (10)$$

$$b = \sqrt{\frac{v(\alpha_1 v + \alpha_2)}{2}} = \left[\sqrt{E_d \frac{2\sigma_w^2}{\sigma_n^2} + k} \right] \sqrt{\frac{1}{4\sigma_w^2} \sum_{l=1}^L |g_l|^2}. \quad (11)$$

Используя (6)–(11), условная вероятность ошибок может быть представлена в виде [13, 14]:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{error}(\mathcal{G}) &= Q_1(a, b) - 0,5I_0(a, b) \exp\{-0,5(a^2 + b^2)\} + \\ &+ \exp\{-0,5(a^2 + b^2)\} \sum_{n=1}^{L-1} I_n(ab) \{(b/a)^n - (a/b)^n\} \frac{1}{2^{2L-1}} \sum_{k=0}^{L-1-n} \binom{2L-1}{k}. \end{aligned} \quad (12)$$

$$Q_1(a,b) = \int_{x=b}^{\infty} x \exp\{-0,5(x^2 + a^2)\} I_0(ax) dx \quad (13)$$

есть функция Маркума или Q -функция первого порядка [15] и $I_n(ax)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода n -го порядка. Определим следующие параметры:

$$\gamma = \sum_{l=1}^L |g_l|^2; \quad a_0 = \frac{\sqrt{2E_d \sigma_w^2 / \sigma_n^2} - k}{\sqrt{4\sigma_w^2}}; \quad b_0 = \frac{\sqrt{2E_d \sigma_w^2 / \sigma_n^2} + k}{\sqrt{4\sigma_w^2}} \quad (14)$$

для усреднения условной вероятности ошибок по множеству \mathcal{G} . Отметим, что отношение $\xi = a/b = a_0/b_0$ не является случайной величиной и меньше единицы. Также отметим, что условная вероятность ошибок (12) является функцией по множеству \mathcal{G} только вследствие случайного характера величины γ , где γ – нормализованное отношение сигнал/помеха на выходе идеального сумматора дифференциально взвешенных сигналов каждого канала. Подобный подход значительно упрощает окончательное выражение для вероятности ошибок

$$\bar{P}_{error} = E[P_{error}(\mathcal{G})]. \quad (15)$$

Для случая $a < b$ или $\xi < 1$, мы можем записать альтернативное представление условной вероятности ошибок (12) в следующей форме [1]:

$$\bar{P}_{error}(\mathcal{G}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{f(\theta, \xi)}{1 + 2\xi \sin\theta + \xi^2} \exp\{-0,5b^2(1 + 2\xi \sin\theta + \xi^2)\} d\theta, \quad (16)$$

$$f(\theta, \xi) = \frac{1}{2^{2L-1}} \sum_{l=1}^L \binom{2L-1}{L-1} \left\{ (\xi^{-(l-1)} - \xi^{(l+1)}) \cos[(l-1)(\theta + 0,5\pi)] + (\xi^{-(l-2)} - \xi^l) \cos[l(\theta + 0,5\pi)] \right\}. \quad (17)$$

Поскольку $\xi = a_0/b_0$, единственной случайной величиной в (16) является b в показателе экспоненты в подынтегральном выражении. В результате подстановки $b = b_0 \sqrt{\gamma}$ и определения математического ожидания в (13) относительно γ , средняя вероятность ошибок на бит при суммировании дифференциально взвешенных сигналов каждого канала по L каналам может быть представлена в следующем виде:

$$\bar{P}_{error} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{f(\theta, \xi)}{1 + 2\xi \sin\theta + \xi^2} \mathcal{M}_{\gamma}\{-0,5b_0(1 + 2\xi \sin\theta + \xi^2)\} d\theta. \quad (18)$$

$$\mathcal{M}_Z(s) = E[\exp(sZ)] \quad (19)$$

является производящей функцией моментов случайной величины Z .

Из (15) следует, что для определения среднего значения вероятности ошибок необходима только производящая функция моментов на выходе идеального сумматора дифференциально взвешенных сигналов каждого канала для получения коэффициента ошибок при передаче цифровых сигналов при оценке параметров канала связи с погрешностью, обусловленной воздействием помехи. Заметим, что (19) справедливо только при $\xi < 1$ и при конечных значениях a_0 и/или b_0 , что удовлетворяется любой практической схемой для определения параметров канала связи. Представляет интерес рассмотреть случай $\xi = 1$, который встречается при $k = 0$, когда имеем полную оценку мощности помехи в канале связи. Для определения вероятности ошибки при $\xi = 1$ сначала отметим, что выражение под знаком суммирования в (16) очень близко к нулю по своему значению. Используя для (16) следующее равенство [1]:

$$Q_1(a,a) = 0,5[1 + \exp(-a^2)I_0(a^2)], \quad (20)$$

получаем

$$P_{error}(\mathcal{G}) = 0,5, \quad (21)$$

т. е. средняя вероятность ошибок при полной оценке мощности помехи в канале связи равна 0,5, что согласуется с нашими интуитивными предположениями. Полагаем $k = \sqrt{E_d}$ и $\sigma_w^2 = 0,5\sigma_n^2$, что справедливо, как упоминалось ранее, при обработке сигналов

с дифференциально фазоразностной модуляцией (BDPSK). При этом мы имеем $a_0 = 0$ и, следовательно, $\xi = 0$. Отмечая, что $I_n(0) = 0$ при $n \neq 0$, из (12) видно, что средняя вероятность ошибок (15) может быть представлена в виде

$$\bar{P}_{error}^{BDPSK} = 0,5 \mathcal{M}_\gamma(-E_d/\sigma_n^2), \quad (22)$$

совпадая с хорошо известным результатом [1].

Обсуждение результатов

Рассмотрим случай, когда число разнесенных каналов равно 3, т. е. $L=3$. Замирания в каждом канале распределены в соответствии с законом Накагами. Предполагая, что средняя мощность замираний каждого канала разнесенного приема соизмерима с единицей, плотность распределения вероятностей для отношения сигнал/помеха γ_i на каждый i -й канал разнесенного приема, $i = \{1,2,3\}$, может быть представлена в виде [16]

$$f_{\gamma_i}(x) = \frac{m_i^{m_i}}{\Gamma(m_i)} \exp(-m_i x) x^{m_i-1}, \quad x \geq 0 \quad (23)$$

где m_i – параметр распределения Накагами на каждый i -й канал разнесенного приема. Предполагая независимость между каналами разнесенного приема, производящая функция моментов для отношения сигнал/помеха γ

$$\mathcal{M}_\gamma(s) = E\{\exp[-s(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)]\} \quad (24)$$

может быть представлена в виде

$$\mathcal{M}_\gamma(s) = \prod_{i=1}^3 \left(\frac{m_i}{m_i - s} \right)^{m_i}. \quad (25)$$

Предположим, что $m_1 = 0,5; m_2 = 1,0; m_3 = 5$. Оценим среднюю вероятность ошибок при различных значениях коэффициента канала связи. Отметим, что меньшие значения m соответствуют увеличению интенсивности замираний в канале связи. Для простоты, во всех численных примерах полагаем $k=1$. На рис. 1 представлены результаты, из которых видно, что большая дисперсия ошибки оценивания коэффициентов канала связи приводит к ухудшению характеристики. Коэффициент ошибок при передаче двоичных данных при $E_d/\sigma_n^2 \rightarrow \infty$ стремится к постоянной величине (эффект насыщения).

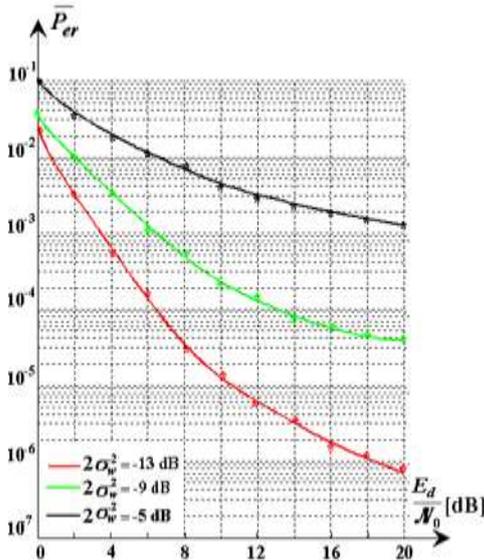


Рис. 1. Средняя вероятность ошибок при замираниях Накагами; $L=3$; $m_1 = 0,5; m_2 = 1,0; m_3 = 5$; E_d/\mathcal{N}_0° – отношение сигнал/помеха; σ_w^2 – дисперсия помехи в канале связи

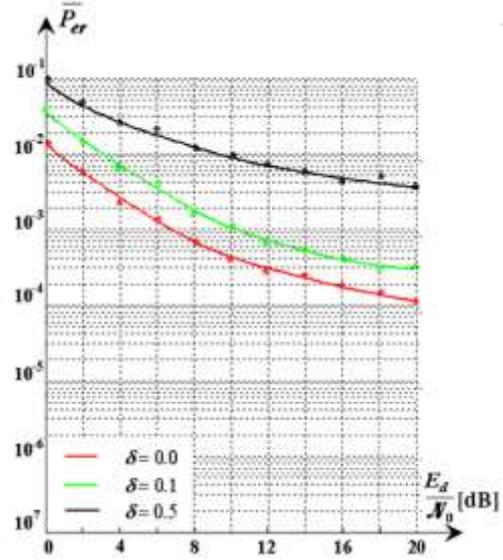


Рис. 2. Средняя вероятность ошибок при независимых рэлеевских замираниях; $\delta \in \{0, 0, 0, 1, 0, 5\}$ $L=5$; E_d/\mathcal{N}_0° – отношение сигнал/помеха; σ_w^2 – дисперсия помехи в канале связи

На рис. 2 представлены результаты при $L=5$, т.е. существует пять каналов при разнесенном приеме сигналов с независимыми рэлеевскими замираниями с экспоненциальным затуханием. Определяя $\Omega_l = E[\gamma_l]$, выбираем $\Omega_1 = 1$ и

$$\Omega_l = \Omega_1 \exp[-\delta(l-1)], \quad l = 2, \dots, 5, \quad (26)$$

где δ также известно, как и параметр затухания. Тогда производящая функция моментов отношения сигнал/помеха на выходе суммирующего устройства может быть представлена как

$$\mathcal{M}_\gamma(s) = \prod_{i=1}^3 \frac{1}{1 - s\Omega_i}^{m_i}. \quad (27)$$

Дисперсия ошибки оценивания коэффициентов канала связи выбирается равной -5 дБ. Из рис. 2 видно, что значительные потери вероятности ошибки на символ будут обусловлены высокими значениями дисперсии параметров канала связи при больших значениях профиля интенсивности экспоненциального затухания при приеме сигналов по разнесенным каналам связи. Также отметим потери порядка 2 дБ в отношении сигнал/помеха при коэффициенте ошибки 10^{-3} при передаче двоичных данных, когда δ изменяется от 0 до 0,1. Эти потери становятся более существенными при $\delta=0,5$. Сравнительный анализ при приеме сигналов по разнесенным каналам связи при наличии ошибок определения параметров канала связи представлен на рис. 3 для различных значений индекса плотности распределения вероятности замираний в канале связи m и экспоненциально убывающего профиля интенсивности замираний при параметре замираний δ . Рассматривается случай $L=3$, т.е. анализируется три разнесенных канала связи, и дисперсия ошибки определения оценки параметров канала связи $2\sigma_w^2 = -5$ дБ. Рассматриваются параметры $m \in \{0,5; 1,5\}$ и $\delta \in \{0,1\}$. Среднее отношение сигнал/помеха, $\sum_{l=1}^L \Omega_l$, фиксировано, независимо от значений m и δ . Таким образом, при независимых и идентично распределенных замираниях в разнесенных каналах связи, получаем $\Omega_l = 1$ при $l=1, \dots, L$. Для экспоненциально убывающего профиля многоканальной интенсивности:

$$\Omega_l = \frac{L[1 - \exp(-\delta)] \exp[-\delta(l-1)]}{1 - \exp(L\delta)}, \quad L=1, \dots, L. \quad (28)$$

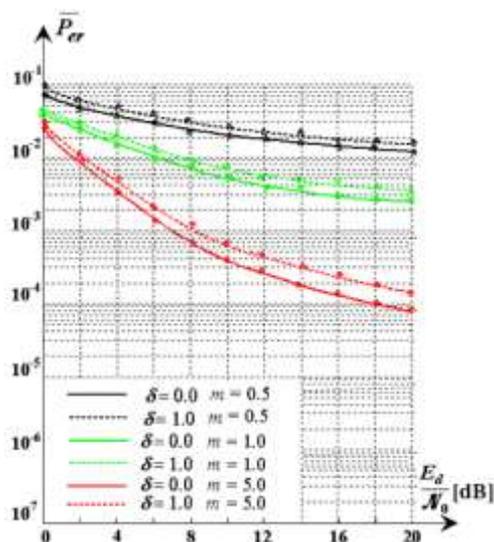


Рис. 3. Средняя вероятность ошибок как функция индекса замираний m и профиля интенсивности замираний δ ; $m_1 = 0,5$; $m_2 = 1,0$; $m_3 = 5$; $\delta = 0,1$; $L = 3$; E_d/σ_w^2 – отношение сигнал/помеха выбирается независимо от m и δ

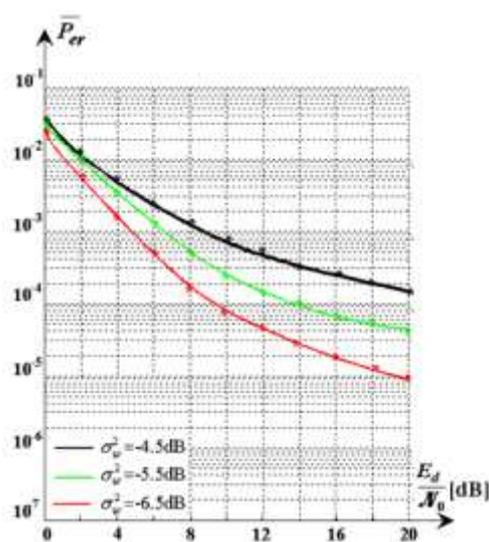


Рис. 4. Средняя вероятность ошибок при рэлеевских $L = 4$; предполагается теплицева модель корреляционной матрицы помехи; E_d/σ_w^2 – отношение сигнал/помеха на входе приемного устройства; σ_w^2 – дисперсия помехи в канале связи

На основе рис. 3 можно сделать вывод, что экспоненциальное убывание профиля порождает очень низкую вероятность ошибки при наличии ошибок оценивания параметров канала связи. Это обусловлено тем фактом, что направления распространения сигналов в разнесенных каналах связи с низким значением индекса l вносят меньший вклад в общее значение среднего отношения сигнал/помеха, и оценивание этих направлений менее достоверно. Отметим также, что каналы связи со слабой степенью замираний, $m=5$, обеспечивают лучшую характеристику вероятности ошибок даже в случае экспоненциального затухания многолучевого профиля интенсивности замираний. На рис. 4 представлены совокупные эффекты между корреляцией разнесенных каналов приема сигналов и параметрами канала связи. Рассматриваются четыре разнесенных канала приема сигналов, $L=4$, с коррелированными рэлеевскими замираниями. Предполагается, что ковариационная матрица комплексных коэффициентов разнесенных каналов связи имеет теплицеву форму [17]:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & \Psi & \Psi^2 & \Psi^3 \\ \Psi^* & 1 & \Psi & \Psi^2 \\ (\Psi^*)^2 & \Psi^* & 1 & \Psi \\ (\Psi^*)^3 & (\Psi^*)^2 & \Psi^* & 1 \end{bmatrix} \quad (33)$$

при $\Psi = 0,5 + j0,5$. В этом случае производящая функция моментов отношения сигнал/помеха γ может быть представлена в следующем виде:

$$\mathcal{M}_\gamma(s) = \frac{1}{\det(\mathbf{I} - s\mathbf{R})} \prod_{i=1}^4 \frac{1}{1 - s\lambda_i}, \quad (34)$$

где \det – оператор определителя; \mathbf{I} – единичная матрица; $\lambda_1, \dots, \lambda_4$ – собственные числа матрицы \mathbf{R} , которые заданы следующим образом: $\lambda_1 = 0,1974$; $\lambda_2 = 0,3103$; $\lambda_3 = 0,7420$; $\lambda_4 = 2,7503$. Отметим, что среднее отношение сигнал/помеха $\bar{\gamma} = E[\gamma]$ является просто следом матрицы \mathbf{R} , которая также равна сумме собственных чисел. Из рис. 4 следует, что значительные потери вероятности ошибки возникают вследствие увеличения дисперсии ошибки при определении параметров канала связи.

Заключение

В настоящей работе проведено исследование характеристики передачи цифровых сигналов по обобщенным каналам связи с замираниями при использовании технологии суммирования дифференциально взвешенных сигналов каждого канала и анализа параметров канала связи. При предположении, что на канал связи воздействует комплексная гауссовская случайная помеха, выражение для средней вероятности ошибок получается в простой интегральной форме. Необходимо отметить, что полученное выражение среднего значения вероятности ошибок справедливо для любого закона распределения плотности вероятностей замираний в канале связи и в случае корреляции между разнесенными каналами приема сигналов. Были представлены примеры практического использования полученных результатов.

Список литературы / References

1. Tri T. Ha. Theory and design of digital communication systems. New York : Cambridge University Press, 2011. 629 p.
2. Bello P.A., Nelin B.D. Optimality of beamforming in fading MIMO multiple access channels //IRE Transactions on Communication Systems. 1962. Vol. 10, № 1. P. 32–42.
3. Chauhan S.S., Kumar S. Unified performance analysis of maximal-ratio combining with antenna selection in Rayleigh fading channels // International Journal on Electrical Engineering and Informatics. 2015. Vol. 7, № 4. P. 605–612.
4. Proakis J.G. Probabilities of error for adaptive reception of M-phase signals // IEEE Transactions on Communications. 1968. Vol. COM-16, № 1. P. 71–81.

5. Duong T.O., Shin H.D., Hong Eun Kee. Error probability of binary and M -ary signals with spatial diversity in Nakagami – (Hoyt) fading channels // *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*. 2007. Vol. 2007, Article ID 53742. doi: 10.1155/2007/53742.
6. Gans M.J. The effect of Gaussian error in maxima ratio combiners // *IEEE Transactions on Communications*. 1971. Vol. COM-19, № 4. P. 492–500.
7. Jadhav S.P., Hendre V.S. Performance of maximum ratio combining (MRC) MIMO systems for Rayleigh fading channel // *International Journal of Scientific and Research Publications*. 2013. Vol. 3, № 2. P. 1–4.
8. Annavajjala R., Milstein L.B. Performance analysis of linear diversity combining schemes on Rayleigh-fading channels with binary signaling and Gaussian weighting errors // *IEEE Transactions on Wireless Communications*. 2005. Vol. 4, № 5. P. 2267–2277.
9. Shamain P., Milstein L.B. Detection with spatial diversity using noisy channel estimates in a correlated fading channel // *Proceedings on IEEE Military Communications*. October 2002. P. 691–696.
10. Dietrich F.A., Utschick W. Maximum ratio combining of correlated Rayleigh-fading channels with imperfect channel knowledge // *IEEE Communications Letters*. 2003. Vol. 7, № 9. P. 419–421.
11. Price R. Error probabilities for adaptive reception of binary signals // *IRE Transactions on Information Theory*. 1962. Vol. 8, № 9. P. 305–316.
12. An overview and analysis of BER for three diversity technologies in wireless communication systems / D. Mitic [et al.] // *Yugoslav Journal of Operations Research*. 2015. Vol. 25, № 2. P. 251–269.
13. Proakis J.G. On the probability of error for multichannel reception of binary signals // *IEEE Transactions on Communications*. 1968. Vol. COM-16, № 2. P. 68–71.
14. Ram S. Symbol error probability analysis of quadrature phase shift keying using hybrid diversity technique over Rayleigh fading // *International Journal of Applied Engineering Research*. 2017. Vol. 12, № 14. P. 4138–4140.
15. Proakis J.G., Saleh M. *Digital communications (Irwin electronics & computer engineering)*. 5th edition New York : McGraw-Hill, 2015. 751 p.
16. Tuzlukov V.P. *Communications systems: new research*. New York: NOVA Science Publishers, Inc. 2013. 423 p.
17. Schwartz M. *Communication systems and techniques*. New York: McGraw-Hill, 1966. 451 p.

Сведения об авторе

Тузлуков В.П., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой технической эксплуатации радиоэлектронного и авиационного оборудования Белорусской государственной академии авиации.

Information about the author

Tuzlukov V.P., D.Sc. professor, director of the technical operation of radioelectronic and aircraft equipment department of Belarusian state academy of aviation.

Адрес для корреспонденции

220096, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. Уборевича, 77,
Белорусская государственная академия авиации
тел. +375-44-549-35-17;
e-mail: slava.tuzlukov@mail.ru
Тузлуков Вячеслав Петрович

Address for correspondence

220096, Republic of Belarus,
Minsk, Uborevich st., 77,
Belarusian state academy of aviation
tel. +375-44-549-35-17;
e-mail: slava.tuzlukov@mail.ru
Tuzlukov Vyacheslav Petrovich