УДК 681.514

ОПТИМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С УПРАВЛЯЕМОЙ СМЕНОЙ СТРУКТУРЫ

В.А. МАЛКИН

Военная академия Республики Беларусь
Минск, 220057, Беларусь

Поступила в редакцию 17 мая 2003

Рассматривается решение задачи фильтрации в сложных стохастических системах с автономным управлением структурой. Состояние таких систем характеризуется кусочно-непрерывным вектором фазовых координат и двумерным вектором, компоненты которого изменяются дискретно и могут принимать конечное число значений. Первая составляющая определяет номер из множества структур, изменяющихся под воздействием случайных факторов, вторая — номер управляемой структуры системы. Рассмотрено решение задачи для автономной модели управления структурой, когда процесс целенаправленного переключения не зависит от фазовых координат системы. Приведены уравнения для апостериорных вероятностей структур и первых двух вероятностных моментов фазовых координат.

Ключевые слова: фильтрация, стохастические системы, кусочно-непрерывный вектор, автономная модель, управляемая смена структуры.

Введение

Современные автоматизированные системы управления производством, робототехнические системы управления технологическими процессами, комплексы вооружения и военной техники представляют собой сложные мультиструктурные стохастические системы. Такие системы характеризуются наличием большого числа взаимосвязанных и взаимодействующих между собой элементов, функционирующих в условиях воздействия как детерминированных, так и случайных факторов. Интенсивные внешние воздействия приводят к тому, что наряду с плавным изменением параметров системы в процессе эксплуатации возможны случайные и преднамеренные изменения параметров и структуры, носящие скачкообразный характер. К случайным скачкообразным изменениям структуры систем могут приводить частичные или полные отказы различных элементов, резкие скачкообразные изменения внешних условий, изменения информационной обстановки при передаче сигналов, вызванные перерывами связи в результате воздействия преднамеренных помех и т.д.

Важной особенностью математического описания систем с учетом скачкообразного изменения структуры является двойственный характер процессов, характеризующих состояние системы. Область значений одних составляющих векторного процесса является непрерывным множеством, область значений других — множеством конечным. Такие процессы получили название смешанных [1]. Методы анализа и фильтрации стохастических систем в классе смешанных процессов разработаны в рамках теории динамических систем со случайно изменяющейся структурой [1–3]. В указанных работах принята модель стохастической системы, в которой скачкообразная смена структуры происходит под воздействием только случайных факторов. Смена структуры описывается случайным дискретным марковским процессом с конечным числом состояний.

В предлагаемой статье рассматривается решение задачи фильтрации в стохастических системах с автономным управлением сменой структуры. Данная задача является актуальной при разработке и исследовании сложных систем промышленного и военного назначения, в которых скачкообразное изменение структуры может происходить не только под воздействием случайных факторов, но и осуществляться целенаправленно для повышения качества функционирования системы. Такие системы получили название стохастических с управляемой сменой структуры [4, 5].

Постановка и решение задачи

Скачкообразный процесс смены структуры в математических моделях систем с управляемой сменой структуры описывается двумерным вектором $L(X,t)=[l(X,t),\ u(X,t)]$. Составляющая $l(X,t)$=1, 2, …, n_l является номером структуры, изменяющейся скачкообразно под воздействием случайных факторов. Составляющая $u(X,t)$=1, 2,…, n_u представляет собой номер целенаправленно переключаемой (управляемой) структуры.

Динамика стохастической системы с управляемой сменой структуры описывается дифференциальным уравнением вида

$$\dot{X}(t)=\varphi^{L(X,t)}(X,t)+H^{L(X,t)}(X,t)\xi(t), \tag{1}$$

где $X(t)$ — n-мерный вектор фазовых координат системы; $\varphi(X,t)$, $H(X,t)$ — известные векторная и матричная функции; $\xi(t)$ — центрированный белый шум с известной матрицей интенсивностей $G(t)$, $L(X,t)$ — векторный индекс, характеризующий структурные свойства системы.

Полной характеристикой смешанного случайного процесса $(X(t), L(t))$ в момент времени t при условии, что на интервале времени t_0–t производится наблюдение m-мерного вектора $Z(t)$, является апостериорная функция плотности вероятности:

$$\omega_1^{(l,u)}(X,t)=\omega_1(X,l,u,t/Z(\tau),t_0\le\tau\le t). \tag{2}$$

Для функции (2) в работе [4] получено дифференциальное уравнение, являющееся обобщением уравнения Стратоновича на стохастические системы с управляемой сменой структуры. Для автономной модели переключения, когда номер индекса u не зависит от фазовых координат системы, уравнение для апостериорной плотности вероятности будет иметь вид

$$\dot{\omega}_1^{(l,u)}(X,t)=-div\pi^{(l,u)}(X,t)+\sum_{i=1}^{n_l}\nu_{il}(t)\omega_1^{(i,u)}(X,t)+\delta(t-T)\times$$

$$\sum_{i=1}^{n_u}\omega_1^{(l,i)}(X,t)-\omega_1^{(l,u)}(X,t)[\nu_l(t)+\delta(t-T)]-0.5\omega_1^{(l,u)}(X,t)\times$$

$$\{\ f^{(l,u)}(X,Z,t)-\sum_{i,j=1}^{n_l,n_u}\int_{R^n}\omega_1^{(i,j)}(X,t)f^{(i,j)}(X,Z,t)dX\ \}, \tag{3}$$

где $\nu_l(X,t)=\sum_{j=1}^{n_l}\nu_{lj}(X,t)$; $\pi^{(l,u)}(X,t)=A^{(l,u)}(X,t)\omega_1^{(l,u)}(X,t)-\frac{1}{2}div\left[B^{(l,u)}(X,t)\omega_1^{(l,u)}(X,t)\right]$ — апостериорный вектор плотности потока вероятности в структуре (l,u); $A^{(l,u)}(X,t),B^{(l,u)}(X,t)$ — вектор сноса и матрица коэффициентов диффузии системы; $\nu_{ij}(X,t)$ — интенсивность перехода из структуры i в структуру j при изменении случайной составляющей индекса смены структуры; $q_{il}(X,t/X_1,t_1)$ — условная плотность вероятности восстановления реализаций при переходе из структуры i в структуру l; $q_{iu}(X,t/X_1,t_1)$ — условная плотность вероятности восстановления реализаций при переходе из структуры *i* в структуру *u*; δ(*t*–*T*) — решетчатая функция, определяющая моменты целенаправленного переключения структуры [2]; $T=(t_{\alpha\beta},...,t_{ij},...,t_{pq})$ — вектор, составляющими которого являются моменты времени целенаправленного переключения структур; $f^{(l,u)}(X,Z,t)=[Z^{(l,u)}-C^{(l,u)}(X,t)]^T\times$ $\times[Q^{(l,u)}(t)]^{-1}[Z^{(l,u)}-C^{(l,u)}(X,t)]$ — функция измерений; $\int\limits_{R^n}(*)dX$ — *n*-мерный интеграл по открытой области фазового пространства.

На основе уравнения (3) получены дифференциальные уравнения для апостериорных вероятностей структур и апостериорных вероятностных моментов фазовых координат. Удовлетворительное инженерное решение задачи фильтрации в стохастических системах с управляемой сменой структуры может быть получено при использовании гауссовой аппроксимации апостериорной плотности вероятности фазовых координат. В этом случае для решения задачи фильтрации достаточно получить уравнения для апостериорных вероятностей структур, вектора апостериорных математических ожиданий и матрицы корреляционных моментов фазовых координат. В общем случае эти уравнения связаны друг с другом и должны интегрироваться совместно.

Апостериорные вероятности состояний структуры позволяют определить индексы структуры, наиболее вероятной в данный момент времени. При автономном управлении структурой уравнения для апостериорных вероятностей имеют вид

$$\dot{p}^{(l,u)}(t)=\{-\nu_l(t)-\delta(t-T)+0.5\sum_{i,j=1}^{n_l,n_u}f^{(i,j)}(Z,t)\}p^{(l,u)}(t)+$$

$$\sum_{i=1}^{n_l}\nu_{il}(t)p^{(i,u)}(t)+\delta(t-T)\,p_{i(T)}^{(l,u)}(t)-0.5f^{(l,u)}(Z,t), \quad (4)$$

где $p_{i(T)}^{(l,u)}(t)$ — апостериорная вероятность восстановления реализаций в структуре *(l,u)* при условии, что до момента поглощения они находились в структуре *(l,i)*; $f^{(i,j)}(Z,t)=\int\limits_{R^n}\omega_1^{(i,j)}(X,t)f^{(i,j)}(X,Z,t)dX$ — апостериорная функция измерений. Непосредственными уравнениями фильтра, позволяющими получать оптимальные оценки фазовых координат, являются уравнения для апостериорных математических ожиданий:

$$\dot{X}^{(l,u)}(t)=\varphi^{(l,u)}(X,t)+\Theta^{(l,u)}C^{T(l,u)}[Q^{(l,u)}]^{-1}(Z-C^{(l,u)}X^{(l,u)})+W^{(l,u)}(t), \quad (5)$$

где *W(l,u)(t)* — поправка, корректирующая скорость изменения оценок за счет поглощения и восстановления реализаций при переходе из одной структуры в другую.

Второе слагаемое в формуле (5) представляет собой обновляющий процесс, осуществляющий коррекцию оценок фазовых координат за счет измерений. Вид поправки *W(l,u)(t)* определяется моделью переходов по составляющей процесса смены структуры *u(t)*. Для стохастической системы с автономным управлением сменой структуры поправка *W(l,u)(t)* определяется по формуле

$$W_a^{(l,u)}(t)=\sum_{i=1}^{n_l}\nu_{il}(t)p^{(i,u)}(X^{(i,u)}-X^{(l,u)})+\delta(t-T)\sum_{i=1}^{n_u}p^{(l,i)}(X^{(l,i)}-X^{(l,u)}).$$

Корреляционная матрица ошибок оценивания $\Theta^{(l,u)}(t)$ характеризует точность фильтрации и входит в уравнение для оценок фазовых координат, определяя оптимальные значения коэффициентов усиления фильтра. Дифференциальное уравнение для апостериорной корреляционной матрицы записывается в виде

$$\dot{\Theta}^{(l,u)}=\nabla\varphi^{(l,u)}(X,t)\Theta^{(l,u)}+\Theta^{(l,u)}[\nabla\varphi^{(l,u)}(X,t)]^T+H^{(l,u)}GH^{T(l,u)}+W_1^{(l,u)}, \quad (6)$$

где $\nabla\varphi^{(l,u)}(X,t)$ — матрица размера $n\times n$ производных векторной функции $\varphi(X,t)$ по вектору X, вычисленная в точке $X^{(l,u)}$;

$W_1^{(l,u)} = \int\limits_{R^n} (\breve{X}^{(l,u)}\breve{X}^{T(l,u)} - \Theta^{(l,u)})w_*^{(l,u)}dX$ — поправка, учитывающая поглощение и восстановление реализаций в процессе смены структуры.

В случае автономного изменения индекса структуры u слагаемое $W_{1a}^{(l,u)}$ в правой части уравнения (6) определяется соотношением:

$$W_{1a}^{(l,u)}(t) = \sum_{i=1}^{n_l} p^{(i,u)}\nu_{il}(t)\{\Theta^{(i,u)} - \Theta^{(l,u)} + (X^{(i,u)} - X^{(l,u)})(X^{(i,u)} - X^{(l,u)})^T\} +$$

$$\delta(t-T)\sum_{i=1}^{n_u} p^{(l,i)}\{\Theta^{(l,i)} - \Theta^{(l,u)} + (X^{(l,i)} - X^{(l,u)})(X^{(l,i)} - X^{(l,u)})^T\}.$$

Дифференциальные уравнения для корреляционных моментов должны интегрироваться совместно с уравнениями для оценок вектора фазовых координат и оценок вероятностей в каждой из структур системы.

Общая структурная схема алгоритма получения оптимальных оценок вектора фазовых координат в стохастической системе с автономным управлением структурой при гауссовой аппроксимации апостериорной плотности вероятности представлена на рис. 1. На рис. 2 представлена развернутая структурная схема одного канала фильтрации, обеспечивающего формирование оценок вектора фазовых координат в структуре *(l,u)*. Предлагаемая структура фильтра отличается от описанной в работах [1, 2] наличием дополнительных перекрестных обратных связей, учитывающих влияние целенаправленного переключения структуры на динамику оценок фазовых координат.

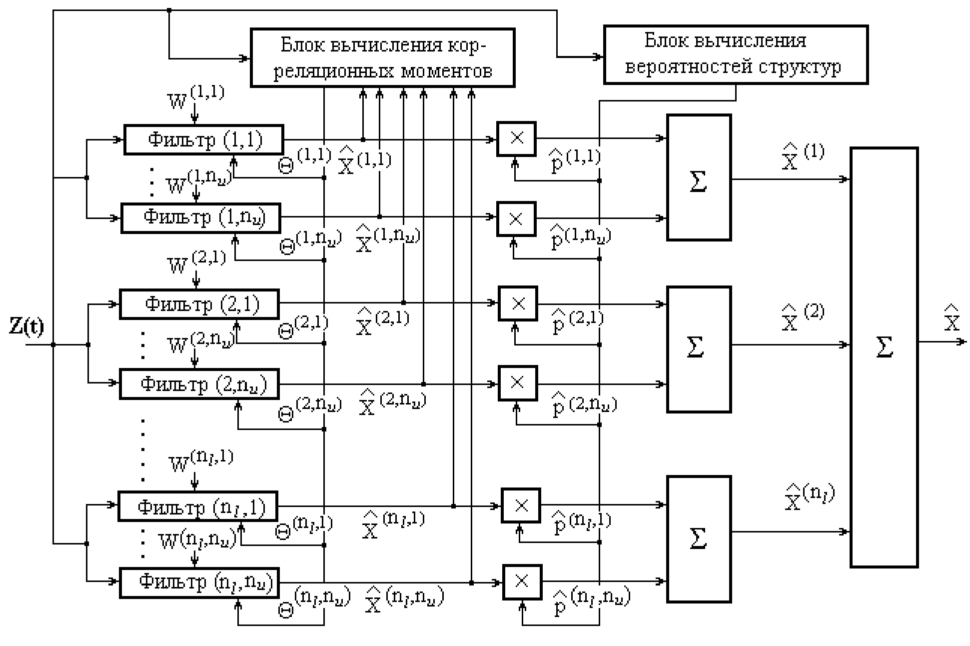

Рис. 1. Структурная схема алгоритма получения оценок фазовых координат

Особенностью полученных алгоритмов является наличие в правых частях уравнений обобщенной функции $\delta(t-T)$, свойства которой подробно описаны в работе [5]. Решениями уравнений (4), (5) и (6) будут кусочно-непрерывные функции времени, имеющие разрывы первого рода в точках, соответствующих моментам целенаправленного переключения структуры. Работа коммутатора К (рис. 2) осуществляется следующим образом. В момент целенаправленного изменения номера управляемой структуры с i на u осуществляется подключение к выходу коммутатора сигнала с i-го входа в течение бесконечно малого интервала времени $\Delta t \to 0$. Предлагаемые алгоритмы позволяют повысить качество фильтрации за счет более полного учета априорной информации о характере изменения структуры сложных систем.

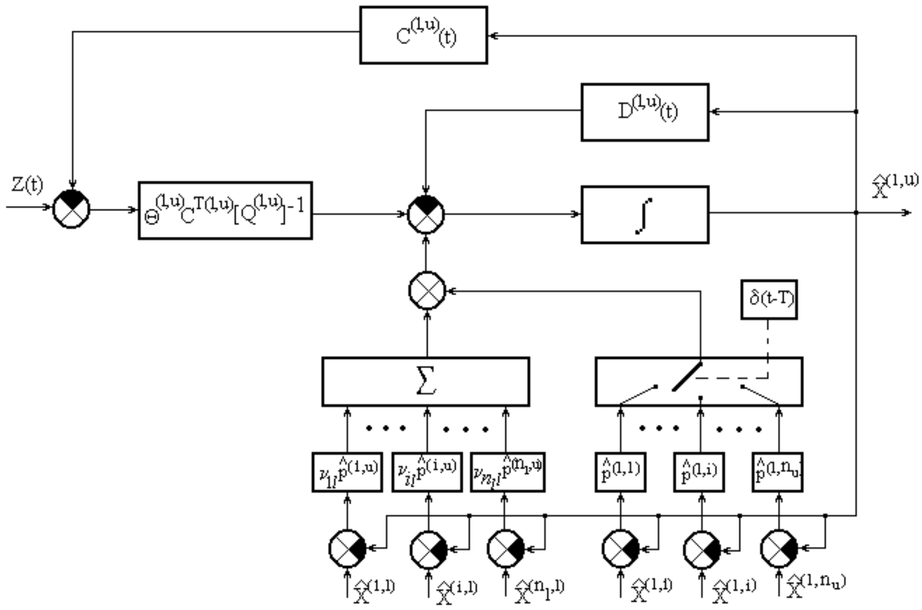

Рис. 2. Схема формирования оценок в структуре *(l,u)*

THE OPTIMAL FILTRATION IN STOHASTIC SYSTEMS WITH AUTONOMOUS STRUCTURE CONTROL

V.A. MALKIN

Abstract

The decision of a task of a filtration in complex stochastic systems with autonomous structure control is considered. A piece-continuous vector of phase coordinates and a two-measure vector, which components change discretely and can accept a final number of significances, characterize the state of such systems. The first component defines a number from the set of structures varied under the influence of random factors; the second is number of controlled structure of the system. The autonomous model of structure control corresponds to case, when the process of purposeful switching does not depend on phase coordinates of system. The equations for aposteriory probabilities of structures and two first probability moments of phase coordinates are given.

Литература

1. *Артемьев В.М.* Теория систем со случайными изменениями структуры. Мн., 1979.
2. *Казаков И.Е., Артемьев В.М.* Оптимизация динамических систем случайной структуры. М., 1980.
3. *Бухалев В.А.* Распознавание, оценивание и управление в системах со случайной скачкообразной структурой. М., 1996.
4. *Малкин В.А.* Анализ процессов и фильтрация в стохастических системах с управляемой сменой структуры. Мн., 2001.
5. *Малкин В.А.* /Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. 2002. № 2. С. 74–78.