

УДК 681.511.4

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

Д.П. КУКИН, Л.Ю. ШИЛИН

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 1 июля 2005

Рассмотрены особенности цифровых систем фазовой синхронизации. Предложена методика анализа как статических, так и динамических характеристик. Приведен метод анализа устойчивости цифровых систем фазовой синхронизации в случае малых рассогласований, на основе которого построена область устойчивости исследуемой системы.

Ключевые слова: цифровые системы фазовой синхронизации, имитационная модель, область устойчивости.

Введение

В современной технике связи и управления широко применяются системы фазовой синхронизации с элементами дискретизации, в том числе в последнее время цифровые системы фазовой синхронизации ЦСФС [1]. Важной задачей является исследование подобных систем, их статических и динамических характеристик. ЦСФС является системой автоматического управления (следящей системой), поэтому упомянутую задачу предлагается решать, основываясь на теории автоматического управления.

Особенности цифровых систем фазовой синхронизации

В общем случае структурная схема ЦСФС имеет вид, приведенный на рис. 1.

Рассмотрим назначение отдельных элементов ЦСФС. На вход ЦСФС поступают синхроимпульсы (СИ), например в виде последовательности коротких импульсов. На второй вход ФД с выхода контура управления по средствам ОС подаются колебания от ОУ. ФД сравнивает фазы СИ и $u\varphi(t)$, и на его выходе в соответствии с дискриминационной характеристикой, формируемой взаимодействием НЭ и ЦНЭ, образуется последовательность импульсов, представляющих собой двоичный код, которому соответствует величина, пропорциональная разности фаз СИ и колебаниям ОУ. В качестве ЦФ используется пропорционально-интегрирующий фильтр первого или второго порядка. Он преобразует сигнал ошибки к форме, необходимой для работы ЦНЭ. Двоичный код с выхода ФД, содержащий информацию о выявленном фазовом рассогласовании, поступает на вход УУ, обеспечивающего требуемое качество работы ЦСФС (динамику работы). ФУ осуществляет восстановление непрерывного сигнала из цифрового кода, сформированного УУ на основании выявленного фазового рассогласования в соответствии с заложенным алгоритмом управления. ОУ должен отвечать совокупности требований:

- хорошей управляемости по частоте от управляющего напряжения. Желательно, чтобы характеристика управления $\Delta\omega = f(\Delta u_\varphi)$ была линейной;

- малой относительной нестабильности по частоте $\Delta f / f$.

Приведенные требования противоречивы, так как при улучшении управляемости увеличивается относительная нестабильность ОУ.

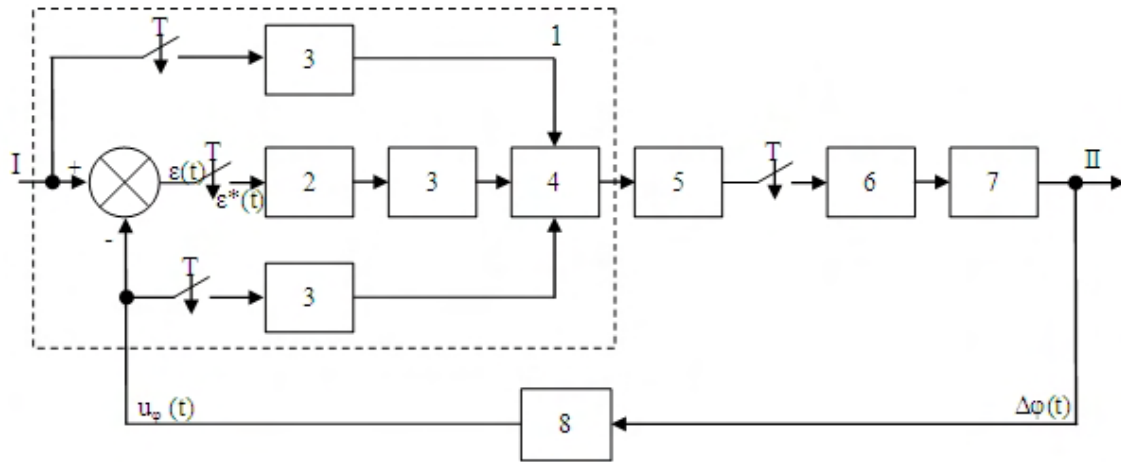


Рис. 1. Структурная схема ЦСФС: 1 — фазовый дискриминатор (ФД); 2 — нелинейный элемент (НЭ); 3 — цифровой фильтр (ЦФ); 4 — цифровой нелинейный элемент (ЦНЭ); 5 — устройство управления (УУ); 6 — формирующее устройство (ФУ); 7 — объект управления (ОУ); 8 — обратная связь (ОС); T — период дискретизации; I — вход; II — выход

Имитационное моделирование ЦСФС

Наиболее простым и наглядным методом анализа ЦСФС является имитационное моделирование, при котором каждый блок системы моделируется по функциональному принципу.

В рамках предложенного метода ЦСФС, схема которой приведена на рис. 1, моделируется согласно приведенному ниже описанию. Входной сигнал поступает на цифровой ФД, осуществляющий сравнение его фазы и фазы колебания формируемого ОУ. В зависимости от результата сравнения в соответствии с заданной детекторной характеристикой осуществляется формирование выходного сигнала ФД. Наиболее применяемые дискриминаторы описаны в [2]. Предлагается моделировать ФД в целом и НЭ в частности при помощи сочетания элементов и методов реализации дискретных пространств состояний ("discrete state-space system"), описанных в [3]. Предложенная методика предоставляет возможность выбора любого из ФД в качестве параметра модели с целью анализа его преимуществ и недостатков по сравнению с другими видами. Сигнал, сформированный на выходе НЭ и содержащий информацию о выявленном фазовом рассогласовании задающего и подстраиваемого колебаний, подается на вход ЦФ. В рамках исследуемой системы данный блок предлагается реализовывать программным способом. В случае астатизма второго порядка программируется следующий алгоритм цифрового фильтра:

$$z[k] = z[0] + k' \varepsilon^*[k] + k'' \sum_{s=1}^k \varepsilon^*[s], \quad (1)$$

где $z[k]$ — цифровой выходной сигнал фильтра; $\varepsilon^*[k]$ — код ошибки на выходе ФД, являющийся цифровым эквивалентом комплексной огибающей сигнала; $z[0]$ — исходное состояние фильтра; k — порядковый номер; k' и k'' — коэффициенты передачи.

Этот фильтр эквивалентен параллельному соединению пропорционального и дискретного интегрирующего звеньев с соответствующими коэффициентами передачи. Таким образом, наиболее простым методом моделирования данного блока является реализация его средствами дискретной передаточной функции. С выхода ЦФ сигнал поступает на вход ЦНЭ, моделируемый, как и НЭ, упомянутыми выше методами реализации дискретных пространств состояний.

С выхода ЦНЭ сигнал поступает на вход УУ. Данное устройство предлагается реализовать средствами дискретных передаточных функций в соответствии с выбранным алгоритмом управления. Одним из важных вопросов является характер управляющего сигнала, поскольку он оказывает значительное влияние на быстродействие системы в целом. Предложенный метод моделирования позволяет изменять закон управления в широком диапазоне, что в свою очередь позволяет исследовать его влияние на быстродействие и характер переходного процесса в системе.

Наиболее рациональным методом реализации ФУ и ОУ является моделирование их передаточных функций. Моделированию ОУ, подобных применяемым в рамках рассматриваемых систем устройствам, посвящен довольно большой объем литературы, в частности [4, 5], вследствие чего реализация параметров данного блока значительно облегчается.

Выходным сигналом ОУ в рамках предложенного метода моделирования является периодическое колебание, которое преобразуется ОС к виду, позволяющему производить сравнение его фазы с фазой управляющего сигнала. Функционирование ОС предлагается моделировать средствами непрерывных пропорционально-дифференцирующих звеньев.

Полученная в результате описанной выше методики модель позволяет в широком диапазоне изменять параметры составных блоков системы, в том числе и частоту дискретизации, что оказывает значительное влияние на точность подстройки фазы. Частота дискретизации является одним из важнейших факторов, определяющих диапазон частот, в котором функционирует ЦСФС. Модель предоставляет возможность наблюдать основные динамические характеристики системы, что в свою очередь позволяет оценивать преимущества и недостатки составных блоков ЦСФС.

Полученная модель делает возможным построение фазового портрета системы и переходного процесса, в результате чего не составляет труда осуществить оценку устойчивости системы в целом и параметров, определяющих качественные характеристики.

В результате разработанная модель позволяет производить анализ существующих ЦСФС с целью их модернизации. Модель позволяет также разрабатывать ЦСФС исходя из предъявляемых требований и решаемых задач. Однако использование подобного метода связано с необходимостью перебора большого массива параметров системы с целью устойчивого функционирования устройства. Далее приведен метод, позволяющий значительно сузить область поиска, в рамках которого будет исследована область устойчивости ЦСФС.

Анализ устойчивости ЦСФС

Методы теории автоматического управления позволяют исследовать устойчивость ЦСФС, а также ее статические и динамические характеристики. Далее будет рассмотрен квазилинейный режим работы исследуемой системы. В этом режиме ошибка слежения не выходит за пределы линейного участка дискриминационной характеристики ФД.

На основе теории автоматического управления можно записать дискретную передаточную функцию разомкнутой системы, приведенной на рис. 1, следующим образом:

$$K'(z) = Z\{K_1(p) K_5(p)\} Z\{K_6(p) K_7(p)\}, \quad (2)$$

где $K'(z)$ — передаточная функция разомкнутой системы; $K_1(p)$ — передаточная функция ФД; $K_5(p)$ — передаточная функция УУ; $K_6(p)$ — передаточная функция ФУ; $K_7(p)$ — передаточная функция ОУ.

В свою очередь $K_1(p)$ в случае простейшей дискриминационной характеристики будет определяться следующим образом:

$$K_1(p) = K_2(p) K_3(p) K_4(p), \quad (3)$$

где $K_2(p)$ — передаточная функция НЭ; $K_3(p)$ — передаточная функция ЦФ; $K_4(p)$ — передаточная функция ЦНЭ.

В квазинепрерывном режиме, когда ошибка слежения не выходит за пределы линейного участка дискриминационной характеристики НЭ, $K_2(p)$ и $K_4(p)$ можно принять равными суммарному коэффициенту усиления этих блоков k_1 . Кроме этого необходимо учесть, что НЭ об-

ладает небольшой степенью инерционности, для чего в знаменатель передаточной функции добавляем инерционную составляющую. В результате суммарную передаточную функцию нелинейных элементов можно записать следующим образом:

$$K_2(p) \cdot K_4(p) = \frac{k_1}{T_1 \cdot p + 1}. \quad (4)$$

На основании приведенного выше алгоритма функционирования ЦФ (1), а также учитывая необходимость получения непрерывной (согласно (2)) передаточной функции $K_3(p)$ можно заменить дискретные величины непрерывными, а сумму – интегралом:

$$\sum_{s=1}^k \varepsilon^*[s] \rightarrow F_p \int_0^t \varepsilon(t) dt;$$

где F_p — астота регулирования, с которой происходит суммирование сигнала ошибки $\varepsilon^*[s]$.

$K_3(p)$, выражаемую как:

$$K_3(p) = \frac{z(p)}{\varepsilon(p)},$$

можно записать в операторном виде следующим образом:

$$K_3(p) = \frac{k' \varepsilon(t) + k'' F_p \int_0^t \varepsilon(t) dt}{\varepsilon(t)} = k' + k'' \frac{F_p}{p}. \quad (5)$$

В рамках данной статьи не рассматриваются вопросы влияния на быстродействие и устойчивость системы алгоритмов управления, заложенных в УУ. В свете вышесказанного принимаем простейший алгоритм функционирования данного блока, в результате чего передаточную функцию УУ $K_5(p)$ приравниваем коэффициенту усиления k_5 .

В простейшем случае в качестве ФУ можно использовать устройство хранения информации. В этом случае $K_6(p)$ будет иметь следующий вид:

$$K_6(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p}. \quad (6)$$

Операторная передаточная функция ОУ равна:

$$K_7(p) = \frac{\Delta\varphi(p)}{U_\varphi(p)}. \quad (7)$$

Предположим, что характеристика управления ОУ — линейная. Сделанное предположение справедливо для некоторого участка характеристики управления. Из операторного уравнения (7) находим операторную передаточную функцию ОУ:

$$K_7(p) = \frac{\Delta\varphi(p)}{U_\varphi(p)} = \frac{k_7}{p}. \quad (8)$$

Передаточная функция блока ОС $K_8(z)$, осуществляющего преобразование колебания $\Delta\varphi(t)$ в последовательность импульсов $u_\varphi(t)$, в данном случае принимается равной коэффициенту усиления ОС, который в свою очередь равен 1.

Таким образом, осуществляя последовательную подстановку (4), (5) в (3), затем (3), (6), (8) в (2), а также заменяя $k_1 k_5 k_7 k'' F_p T = k_C$ и $k' / (k'' F_p T) = T_C$, передаточную функцию разомкнутой системы получим в следующем виде:

$$K'(z) = \frac{k_c}{(1-z^{-1})} \left(\frac{T_c}{z-e^{-\frac{T}{T_1}}} + \frac{1-e^{-\frac{T}{T_1}}}{(z-1)(z-e^{-\frac{T}{T_1}})} \right) = \frac{k_c z (T_c z - T_c + 1 - e^{-\frac{T}{T_1}})}{(z-1)^2 (z-e^{-\frac{T}{T_1}})}. \quad (9)$$

Устойчивость ЦСФС предлагается оценивать при помощи алгебраического критерия Гурвица, применяемого при анализе непрерывных систем. Для этого из выражения (9) с учетом замкнутого характера системы и $K_8(z)$, а также производя так называемое w -преобразование, запишем характеристическое уравнение системы $D(w)$, приводя его к классическому виду многочлена в следующем виде:

$$D(w) = (4 - 2k_c T_c + k_c + (4 - k_c) e^{-\frac{T}{T_1}}) w^3 + (4 - k_c + k_c e^{-\frac{T}{T_1}}) w^2 + (2k_c T_c - k_c + k_c e^{-\frac{T}{T_1}}) w + 2k_c T_c - 2 - k_c + (k_c - 4) e^{-\frac{T}{T_1}}. \quad (10)$$

Затем на основе (10) запишем матрицу Гурвица, состоящую из коэффициентов $D(w)$:

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_3 & 0 \\ A_0 & A_2 & 0 \\ 0 & A_1 & A_3 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где

$$A_0 = 4 - 2 \cdot k_c \cdot T_c + k_c + (4 - k_c) \cdot e^{-\frac{T}{T_1}}; A_1 = 4 - k_c + k_c \cdot e^{-\frac{T}{T_1}}; \\ A_2 = 2 \cdot k_c \cdot T_c - k_c + k_c \cdot e^{-\frac{T}{T_1}}; A_3 = 2 \cdot k_c \cdot T_c - 2 - k_c + (k_c - 4) \cdot e^{-\frac{T}{T_1}}.$$

Необходимым и достаточным условием устойчивости, согласно используемому критерию при условии положительности всех элементов матрицы (11), является положительность всех ее определителей Гурвица. Таким образом, можно записать неравенства, при выполнении которых система будет устойчива, называемые также условиями устойчивости исследуемой системы.

На основании полученных условий устойчивости исследуемой системы можно построить зависимости $k_c = f(T_c)$ при заданных значениях T и T_1 , называемые областями устойчивости системы. Пример такой области построен на рис. 2 для значений $T=0,00001$ и $T_1=0,15$.

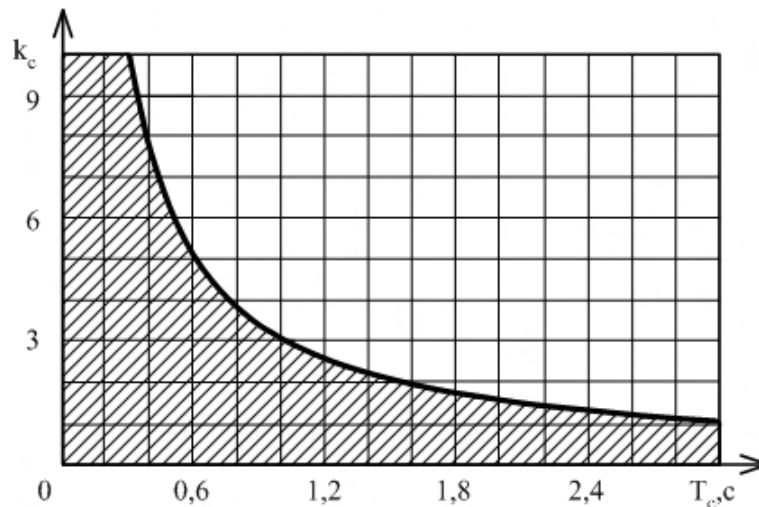


Рис. 2. Пример области устойчивости ЦСФС

В результате получена область параметров разрабатываемого устройства, для которых переходной процесс в системе будет сходящимся.

Моделирование ЦСФС с различными параметрами показывает, что вне полученной области устойчивости переходной процесс имеет вид, свидетельствующий о неустойчивости системы автоматического управления; пример такого процесса приведен на рис. 3,а. В то же время при использовании в процессе моделирования параметров, принадлежащих области, переходной процесс имеет сходящийся характер (рис. 3,б), что свидетельствует об устойчивости системы в целом. Однако приближение к границам рассчитанной области приводит к потере устойчивости, что несколько сужает реальное пространство допустимых параметров. Такое расхождение не превышает десяти процентов.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что предложенный метод предварительного выбора параметров системы применим в рамках решаемой задачи и значительно упрощает процесс анализа ЦСФС.

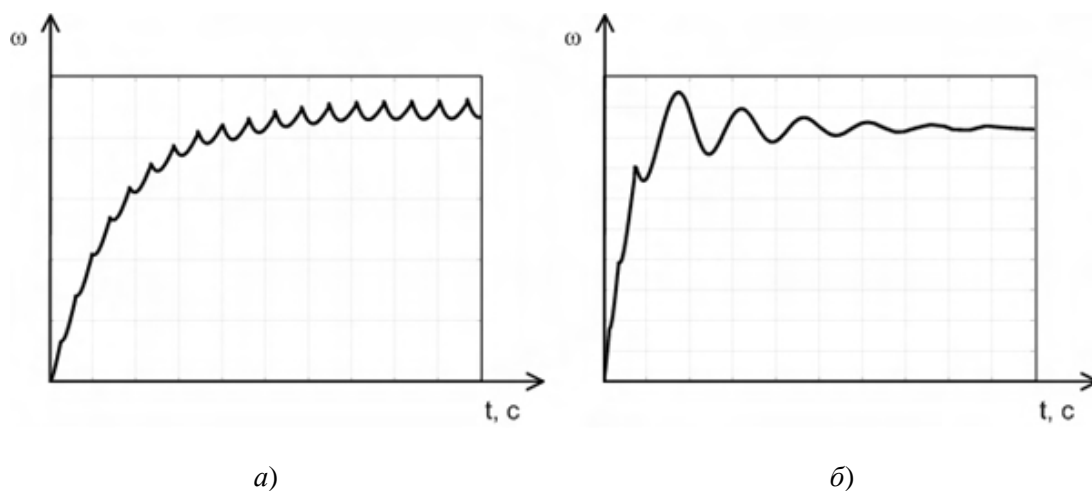


Рис.3. Примеры переходных процессов в ЦСФС

Дальнейший процесс анализа ЦСФС сводится к моделированию системы с параметрами, принадлежащими рассчитанной области устойчивости, средствами описанной выше методики и подбора таких значений, при которых динамика работы устройства отвечает заданным требованиям.

Заключение

В статье предложена методика анализа существующих ЦСФС в различных режимах работы, позволяющая оценивать как статические, так и динамические характеристики. Также она позволяет производить выбор параметров анализируемого устройства путем построения областей устойчивости с последующим имитационным моделированием с целью его модернизации для оптимизации свойств системы в целом. Кроме этого, в дальнейшем при доработке предложенного метода возможно производить синтез ЦСФС на основе требуемых параметров как точности, так и качества работы системы.

THE ANALYSIS OF DIGITAL PHASE LOCKED-LOOPS

D.P. KUKIN, L.U. SHILIN

Abstract

Features of digital phase locked-loops are considered. The technique of the analysis both static, and dynamic characteristics is offered. The method of the analysis of stability of digital phase locked-loops in case of small mismatches on the basis of which the area of stability of investigated system is constructed is resulted.

Литература

1. *Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А., Карякин В.Л. и др.* Системы фазовой синхронизации с элементами дискретизации. 2-е изд., доп. и перераб. / Под ред. В.В. Шахгильдяна. М., 1989.
2. Цифровые системы фазовой синхронизации / Под ред. М.И. Жодзишского М., 1980. 210 с.
3. *Гультяев А.* MATLAB 5.2. Имитационное моделирование в среде Windows. 1999. 288 с.
4. *Никаноров В.Б., Останин С.Ю., Шмелева Г.А.* // Электротехника. 2002. N 9. С. 5–11.
5. *Боровин Г.К., Гарипов В.К., Слепцов В.В.* Математическое моделирование электропривода с положительной обратной связью по скорости. М., 1989. (Препринт / ИПМ АН СССР: 143).