2005 ОКТЯБРЬ—ДЕКАБРЬ  $\mathcal{N}$  4 (12)

#### ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 538.945

# КОЭФФИЦИЕНТ ПРОЗРАЧНОСТИ КОНТАКТА СВЕРХПРОВОДНИК /НОРМАЛЬНЫЙ МЕТАЛЛ И КРИТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА ТРЕХСЛОЙНЫХ МЕЗОСТРУКТУР. I

## В.Н. КУШНИР

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 23 октября 2005

В рамках микроскопического подхода с использованием матричного метода исследовано влияние конечной прозрачности (ненулевого сопротивления) контакта сверхпроводник/нормальный металл на критическую температуру мезоструктур, сверхпроводящих в силу эффекта близости. Полученные теоретические зависимости удовлетворительно описывают экспериментальные данные при разумных значениях коэффициента прозрачности контакта сверхпроводник/нормальный металл.

*Ключевые слова:* сверхпроводимость, эффект близости, коэффициент прозрачности, матричный метод

## Введение

В последнее время значительно возрос интерес к применению в микроэлектронике сверхпроводящих слоистых мезоструктур, в частности, структур типа сверхпроводник/нормальный металл (SN) [1-3]. Для их практического использования необходимо знать и прогнозировать термодинамические характеристики сверхпроводящего состояния SN в зависимости от микроскопических параметров. Основной фактор сверхпроводящего состояния в SN со слоями мезоскопических размеров — эффект близости, т.е. диффузионное проникновение куперовских пар из сверхпроводника в нормальный металл. Основы теории SN-структур в рамках микроскопической теории БКШ были построены Де Женом и Вертхамером [4-6]. При этом в т.н. "грязном" пределе теории рассчитаны параметр порядка внутри сверхпроводящего и нормального слоев, зависимости критической температуры от геометрических и материальных параметров 2- и 3-слойной SN-структуры. Теория Де Жена-Вертхамера была обобщена в середине 80-х годов в работе Такахаши-Тачики (ТТ) [7] для вычисления верхних критических магнитных полей многослойных структур. В течение 1987-1995 гг. формализм ТТ был развит и использовался для описания экспериментальных результатов [8–13] (см. также список в [13]). Кроме того, использовался эквивалентный в критической области метод [14], основанный на системе уравнений Узаделя [15], полученных в "грязном" пределе из квазиклассических уравнений Эйленбергера [16]. Однако, как было показано в [13], с помощью существующих теоретических моделей [4-14] не могут быть описаны экспериментальные данные в совокупности. При определении термодинамических характеристик оказываются существенными процессы квантового рассеяния электронов на потенциальных барьерах, возникающих в области контакта между слоями. (Потенциальные барьеры возникают, в частности, из-за различия в скоростях электронов на уровне Ферми.) Эти процессы отражаются в условиях сшивания волновой функции сверхпроводящего конденсата на границах раздела слоев появлением конечного "коэффициента прозрачности". Граничные условия на плоскостях раздела слоев были сформулированы в работе Куприянова—Лукичева [17] из более общих граничных условий [18]. В [19] показано, что уравнения ТТ, в которых учтена конечная прозрачность контакта, достаточны для удовлетворительного описания критических термодинамических характеристик (в частности, критической температуры) бесконечных SN-структур. Для детального выявления зависимости критической температуры от свойств контактов SN наиболее удобны 2- и 3-слойные структуры различной толщины. Подробные исследования были проведены в основном для 2- и 3-слойных структур типа SF (см. обзор [20].) Кроме того, рассматривались в различных предельных случаях структуры типа  $S_1S_2$  [21, 20]. В [22, 23] приведены результаты наиболее детальных экспериментов по выявлению зависимости критической температуры от параметра прозрачности SN-контакта, проведенных на 3-слойных структурах Nb/Cu и Nb/Pd. При этом трактовка экспериментальных данных была дана на основе оценочных формул теории.

Данная работа имеет целью проанализировать экспериментальные результаты [22, 23], во-первых, в рамках приближения Вертхамера, во-вторых, на основе точных уравнений микроскопической теории в "грязном" пределе. Эти уравнения (для функций Грина) мы переписываем в более простой (с нашей точки зрения) форме системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), предложенной в [12].

## Основные уравнения

Выбирается система координат с осью OZ, направленной перпендикулярно плоскости слоев трехслойной структуры. Координатная плоскость XOY совпадает с плоскостью симметрии SN.

Параметр порядка, описывающий критическое состояние сверхпроводящего конденсата в SN, определяется (в "грязном" пределе) из линеаризованного интегрального уравнения Горькова [24], которое при отсутствии внешнего поля можно записать в виде

$$\Delta(z) = k_B T \cdot V(z) \sum_{\omega} \int dz' Q_{\omega}(z, z') \Delta(z'). \tag{1}$$

Функции  $Q_{\omega}(z,z')$ , определяющие ядро интегрального уравнения (1), в грязном пределе удовлетворяет дифференциальному уравнению [4,6]

$$\left(2\left|\omega\right| - \hbar D(z)\frac{d^2}{dz^2}\right)Q_{\omega}(z,z') = \frac{2\pi}{\hbar}N(z)\delta(z-z').$$
(2)

3десь  $\omega$ = $\pi k_B T$  (2m+1) — мацубаровские частоты (m=0, ±1,...), | $\omega$ |≤ $\omega$ <sub>D</sub>,  $\omega$ <sub>D</sub> — дебаевская частота.

$$D(z) = egin{cases} D_{S}, & z \in I_{S} \\ D_{n}, & z \in I_{n} \end{cases}$$
,  $I_{S}$ ,  $I_{n}$  — области значений  $z$ , соответствующие сверхпроводящим и

нормальным слоям;  $D_s$ ,  $D_n$  — постоянные диффузии сверхпроводящего и нормального металлов. Аналогично определены и функции N(z) (через плотности числа состояний  $N_s$ ,  $N_n$  на уровне Ферми) и V(z) (через константы  $V_s$ ,  $V_n$  электрон-фононного взаимодействия).

Обозначив

$$\Delta_{\omega}(z) = \int dz' Q_{\omega}(z, z') \Delta(z'), \qquad (3)$$

получим систему линейных ОДУ:

$$\left(2\left|\omega\right| - \hbar D(z)\frac{d^2}{dz^2}\right)\Delta_{\omega}(z) = 2\pi k_B T N(z) V(z) \sum_{\omega'} \Delta_{\omega'}(z). \tag{4}$$

Граничные условия и условия на плоскостях контакта сверхпроводящего и нормального слоев [17,13] для функций  $\Delta_{\omega}(z)$  имеют вид

$$\frac{d\Delta_{\omega}(-L/2)}{dz} = \frac{d\Delta_{\omega}(L/2)}{dz} = 0,$$
(5)

$$D(z_i + 0)\frac{d\Delta_{\omega}(z_i + 0)}{dz} = D(z_i - 0)\frac{d\Delta_{\omega}(z_i - 0)}{dz},$$
(6.1)

$$D(z_{i}-0)\frac{d\Delta_{\omega}(z_{i}-0)}{dz} = \frac{v_{F,n}t_{n}N_{n}}{2} \left( \frac{\Delta_{\omega}(z_{i}+0)}{N(z_{i}+0)} - \frac{\Delta_{\omega}(z_{i}-0)}{N(z_{i}-0)} \right). \tag{6.2}$$

В формулах (5)–(6) L — толщина структуры;  $z_i$  — Z-координаты контактных плоскостей;  $v_{\rm F,n}$  — скорость Ферми для нормального металла;  $t_n$  — параметр прозрачности SN-границы.

Решение граничной задачи (4)—(6) приводит к задаче на собственные векторы и собственные значения для матрицы, связывающей векторы граничных условий, откуда и следует критическая температура  $T_c$ . Полное решение будет приведено в следующей работе, здесь же выпишем результирующие уравнения в приближении Вертхамера. Для трехслойной NSN-структуры (2 внешних слоя — из нормального металла, и внутренний слой — из сверхпроводящего металла) эти уравнения имеют следующий вид:

$$\psi\left(\frac{1}{2} + \mu(T)\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(\frac{T_s}{T}\right),\tag{7}$$

$$tg\left(\frac{d_{s}}{2\xi_{s}}\cdot\sqrt{\frac{2T\mu(T)}{T_{s}}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\mu(T)}}\frac{\gamma_{s}\cdot th\left(\frac{d_{n}}{\xi_{ns}}\sqrt{\frac{T}{T_{s}}}\right)}{1+\gamma_{bs}\sqrt{\frac{T}{T_{s}}}th\left(\frac{d_{n}}{\xi_{ns}}\sqrt{\frac{T}{T_{s}}}\right)}.$$
(8)

Здесь длины когерентности  $\xi_{S}$  ,  $\xi_{nS}$  определяются формулами

$$\xi_S = \sqrt{\frac{\hbar D_S}{2\pi k_B T_S}}$$

$$\xi_{nS} \equiv \sqrt{\frac{\hbar D_n}{2\pi k_B T_S}} \tag{9}$$

 $T_{S}$  — критическая температура сверхпроводящего материала;  $d_{S}$ ,  $d_{n}$  — толщины сверхпроводящего и нормального слоев соответственно;

$$\gamma_S \equiv \frac{N_n D_n}{N_c D_c} \frac{\xi_S}{\xi_n} = \frac{\rho_S \xi_S}{\rho_n \xi_n} \,, \tag{10}$$

$$\gamma_{bS} = \frac{e^2 R_B N_n D_n}{\xi_{nS}} = \frac{l_n}{3\xi_{nS}} \frac{2}{t_n},$$
(11)

где  $l_n$  — длина свободного пробега электрона в нормальном металле,  $\rho_S$ ,  $\rho_n$  — низкотемпературные удельные сопротивления сверхпроводящего и нормального материалов соответственно. В уравнении (7)  $\psi(x)$  — действительная часть дигамма-функции.

Критической температуре  $T=T_c$  соответствует наибольший корень  $\mu$  (T) уравнения (T). Рассмотрим некоторые предельные случаи:

A) В первую очередь заметим, что при очень малых значениях параметра прозрачности  $t_n$  и при не очень низких температурах уравнение (8) приобретает вид

$$\sqrt{\frac{2T\mu(T)}{T_S}} \operatorname{tg}\left(\frac{d_S}{2\xi_S} \sqrt{\frac{2T\mu(T)}{T_S}}\right) \approx \frac{\gamma_S}{\gamma_{bS}}.$$
 (12)

Уравнение (12) как раз и использовалось в [22, 23] для фиттирования экспериментальных данных.

В) В предельном случае  $(d_n/\xi_n) \to \infty$  полубесконечных нормальных слоев при любой, сколь угодно малой фиксированной температуре из (8) получим:

$$tg\left(\frac{d_{S}}{2\xi_{S}}\sqrt{\frac{2T\mu(T)}{T_{S}}}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{2\mu(T)}} \frac{\gamma_{S}}{1 + \gamma_{bS}\sqrt{\frac{T}{T_{S}}}}.$$
(13)

Данный предельный случай можно считать реализованным экспериментами [22,23] по исследованию NSN.

С) При  $T \to 0$  (при любой фиксированной толщине  $d_{\rm n}$  и при любой фиксированной толщине  $d_{\rm s}$ ) имеем из уравнения (7)  $2\mu_{\rm S}^{(0)}(T) \approx \frac{e^{-\gamma}}{2} \frac{T_{\rm S}}{T}$  (здесь  $\gamma$  - число Эйлера), откуда следует соответствующее предельное поведение зависимости критической температуры от толщины S-слоя:

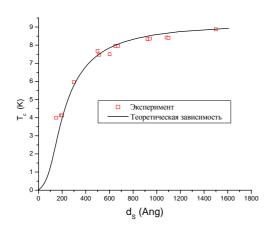
$$\frac{T_c(d_S \to 0)}{T_S} \approx \left(\frac{e^{-\gamma}}{4\gamma_S} \frac{\xi_{nS}}{\xi_S}\right) \cdot \frac{d_S}{d_n} \to 0.$$
 (14)

Следовательно, используемое здесь "одномодовое" приближение не дает минимального критического значения толщины S-слоя, при котором сверхпроводимость исчезает.

D) Наиболее интересен предельный случай  $(d_S / \xi_S) \to \infty$ . Здесь стремление  $T_c$   $(d_S \to \infty) \to T_S$  должно сопровождаться стремлением  $\mu(T \to T_S) \to 0$ , так что аргумент тангенса в левой части уравнения (8) приближается к  $\pi/2$ . При этом волновая функция сверхпроводящего конденсата обращается в ноль на границе S/N. Однако данный предельный случай реально не должен достигаться, поскольку пленочная критическая температура ниже  $T_S$ . Поэтому, начиная с некоторого достаточно большого значения  $d_S$ , эффект близости нормального материала "нейтрализуется" "эффектом близости" приповерхностного слоя сверхпроводника. Это хорошо видно из экспериментальных данных [22,23].

## Критическая температура и коэффициент прозрачности SN Cu/Nb/Cu [22]

Для расчета взяты данные эксперимента на 3-слойных структурах Cu/Nb/Cu, Nb/Cu/Nb, полученных молекулярно-лучевой эпитаксией (MBE). Здесь критическая температура  $T_S$ =9,2 K. Значение длины когерентности сверхпроводящего материала  $\xi_S$ = $\xi_{Nb}$ =64 Å. Для длины когерентности в нормальном металле имеет место оценка  $\xi_n$ = $\xi_{Cu}$ =260 Å. Это значение получено из эмпирического условия эффективного затухания волновой функции сверхпроводящего конденсата в нормальном слое структуры Nb/Cu/Nb. Отсюда находим постоянные диффузии:  $D_S$ =3,10 cm²/c;  $D_n$ =30,5 cm²/c. Зная скорости Ферми  $V_{F,Nb}$ =2,73·10<sup>7</sup> cм/c,  $V_{F,Cu}$ =1,57·10<sup>8</sup> см/c и оценив постоянные диффузии, получим для длин свободного пробега  $l_{Nb}$ =34 Å,  $l_{Cu}$ =58Å — это позволяет считать "грязный" предел удовлетворительным приближением в условиях эксперимента. Измеренные удельные сопротивления  $\rho_{Nb}$ =3,6 мкОм см,  $\rho_{Cu}$ =1,3 мкОм·см вместе с корреляционными длинами позволяют определить параметр  $\gamma_S$ = $\rho_S\xi_S/\rho_n\xi_n$ =0,88, входящий в (8). Таким образом, в уравнениях (7), (8) остается один подгоночный параметр  $\gamma_{bS}$ . Найдя его, полу-



мости критической температуры от толщины сверх- симости  $T_{\rm c}(d_{\rm S})$ . проводящего слоя для структуры Cu/Nb/Cu, полученной методом молекулярно-лучевой эпитаксии

чим параметр прозрачности  $t_n = \frac{l_n}{3\xi_{n^{\varsigma}}} \frac{2}{\gamma_{h^{\varsigma}}}$ , откуда

квантовомеханический коэффициент прохождения:  $t = t_n / (1 + t_n)$ . Подгонка экспериментальной зависимости  $T_c(d_S)$  в соответствии с (7), (8) и с использованием вышеуказанных экспериментальных параметров приводит к значению  $t \approx 0.5$ . Это значение соответствует коэффициенту прохождения при моделировании контактов в SN прямоугольными потенциальными

[26]: 
$$t = \frac{4v_{F,Cu}v_{F,Nb}}{\left(v_{F,Cu} + v_{F,Nb}\right)^2} = 0,505$$
. В [22] получено

*t*≈0,3. На рис. 1 приведены соответствующие гра-Рис. 1. Экспериментальная и теоретическая зависи- фики теоретической и экспериментальной зави-

# Критическая температура и коэффициент прозрачности SN Pd/Nb/Pd [23]

Критическая температура массивного ниобия для этих образцов  $T_S$ =8,8 К. Измеренная длина когерентности ниобия та же, что и в предыдущем случае:  $\zeta_{\rm S} = \zeta_{\rm Nb} = 64$  Å. Остальные параметры следующие:  $\xi_n = \xi_{Pd} = 60 \text{ Å}$ ;  $V_{F,Pd} = 2,00 \cdot 10^7$  см/с;  $\rho_{Nb} = 2,5$  мкОм·см),  $\rho_{Pd} = 5,0$  мкОм·см;  $l_{Pd} \approx 58 \text{ Å}$ . Расчет с названными параметрами в соответствии с (7), (8) приводит к плохому результату: при любом параметре прозрачности критическая температура оказывается завышенной. Несомненно, изложенная теория в применении к данной структуре требует поправок, в частности, на существенный эффект тонкой пленки. Однако и полученные из эксперимента корреляционные длины тоже являются недостаточно точными, чтобы отвергнуть приведенную модель. Вопервых, при определении длины когерентности  $\xi_{\rm S}$  из измерений верхнего критического поля в расчетные формулы входит длина когерентности, соотнесенная с критической температурой массивного ниобия — в данном случае 8,8 К. Но для пленки толщиной 1000 Å, верхнее крити-

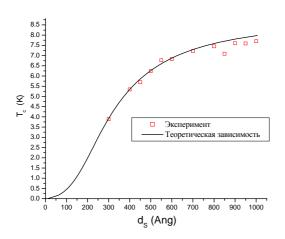


Рис. 2. Экспериментальная и теоретическая зависимости критической температуры от толщины сверхпроводящего слоя для структуры Pd/Nb/Pd

ческое поле которой измеряется, критическая температура ≈7,8 К. Во-вторых, в данном случае следует обратить внимание на экспериментальную зависимость верхнего перпендикулярного критического поля  $H_{c2}(T)$  для пленки ниобия, имеющую положительную кривизну при температуре порядка 6,5 К (см. Fig. 3 из [23]). Это указывает на гранулированность пленки, приводящую к небольшому кроссоверу в зависимости  $H_{c2+}(T)$ . Это, в свою очередь, сильно ухудшает точность определения длины когерентности Гинзбурга-Ландау при нулевой температуре. Фиттирование экспериментальных данных с учетом сделанных замечаний приводит к зависимости, показанной на рис. 2. При этом для корреляционных длин получены следующие значения:  $\xi_{S}$ ~70 Å,  $\xi_{N}\sim40~{\rm \AA}$  . Коэффициент прозрачности оказывается  $t \sim 0.97 - 0.99$ , в то время как в [23]  $t \sim 0.46$ .

### Заключение

Получены с учетом ненулевого сопротивления контактов между сверхпроводящим и нормальными слоями, зависимости критической температуры от толщины сверхпроводящего слоя для трехслойных SN-структур. Теоретические кривые удовлетворительно описывают данные экспериментов, проведенных на структурах Cu/Nb/Cu, Pd/Nb/Pd. При фиттировании экспериментальных данных получены уточненные оценки для квантовомеханического коэффициента прохождения потенциального барьера, возникающего в контактной области. Для получения более точных значений коэффициента в теории следует учесть зависимость критической температуры, а также длины свободного пробега от толщины пленки сверхпроводника. Это будет сделано в следующей работе.

Автор признателен проф. С.Л. Прищепе и проф. С. Attanasio за предоставленные экспериментальные данные, а также за полезные обсуждения.

Работа финансировалась Республиканской межвузовской программой "Наноэлектроника" (ГБЦ 01–3109).

# SUPERCONDUCTOR/NORMAL METAL CONTACT TRANSPARENCY AND CRITICAL TEMPERATURE OF TRILAYER MESOSTRUCTURES. I

## V.N. KUSHNIR

### Abstract

The effect of superconductor/normal metal contact finite transparency (nonzero contact resistance) on proximity mesostructures critical temperature estimated. The matrix method of microscopic theory is used. The theoretical dependences fit the experimental data satisfactory with reasonable contact transparency coefficient.

## Литература

- 1. Прищепа С.Л. // Докл. БГУИР. 2004. Т. 3(7). С. 118.
- 2. Островский П.М., М.А. Скворцов, М.В. Feigel'man // ЖЭТФ. 2003. Т. 123. С. 399.
- 3. Jin B.I. and J.B. Ketterson // Adv. Phys. 1989. Vol. 38. P. 189.
- 4. De Gennes P.G. // Rev. Mod. Phys. 1964. Vol. 36. P.225.
- 5. Werthamer N.R. // Phys. Rev. 1963. Vol. 132. P. 2440.
- 6. Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов, М., 1968. 280 с.
- 7. Takahashi S. and M. Tachiki // Phys. Rev. B. 1986. Vol. 33. P. 4620.
- 8. *Auvil P.R. and J.B. Ketterson* // Jpn. J. Appl. Phys. 1987. Vol. 26. P. 1461; Solid State Commun. 1988. Vol. 67. P. 1003; J. Low Temp. Phys. 1989. Vol. 74. P. 103.
- 9. Yuan B.J. and J.P. Whitehead // Phys. Rev. B. 1991. Vol. 44. P. 6943.
- 10. Takanaka K. // J. Phys. Soc. Jpn. 1991. Vol. 60. P. 1070.
- 11. Suzuki T., T. Iwai, K.Takanaka // Physica C. 1995. Vol. 242. P. 90.
- 12. Lodder A. and R.P.W. Koperdraad // Physica C. 1993. Vol. 212. P. 81.
- 13. Koperdraad R.P.W. and A. Lodder // Phys. Rev. B. 1995. Vol. 51. P. 9026.
- 14. Radović Z., M. Ledvij, L. Dobrosavljević-Grujić // Phys. Rev. B. 1991. Vol. 43. P. 8613.
- 15. Usadel K. // Phys. Rev. Lett. 1970. Vol. 25. P. 507.
- 16. Eilenberger G. // Zeitschrift für Physik. 1968. Vol. 214. P. 195.
- 17. Куприянов М.Ю., В.Ф. Лукичев // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. С. 139.
- 18. Зайцев А.В. // ЖЭТФ. 1984. Т. 86. С. 1742.
- 19. Ciuhu C., A. Lodder // Superlattices and Microstructures. 2001. Vol. 30. P. 95; Phys. Rev. B. 2001. Vol. 64. P. 224526.
- 20. Buzdin A. I. // arXiv.cond-mat/050583 v1 24 May 2005. pp. 1 49 (+figs).
- 21. Brammertz G., A.A. Golubov, et al. // Appl. Phys. Lett. 2002. Vol. 80. P. 2955.
- 22. Tesauro A., A. Aurigemma, C. Cirillo, S.L. Prischepa, M. Salvato and C. Attanasio // Supercond. Sci. Technol. 2005. Vol. 18. P. 152.
- 23. Cirillo C., S.L. Prischepa, M. Salvato and C. Attanasio // Euro. Phys. J. B 2004. Vol. 38. P. 59.
- 24. Горьков Л. П. // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. С.1407.
- 25. Tagirov L.R. // Physica C. 1998. Vol. 307. P. 145.
- 26. Ландау Л.Д., Е.М. Лифшиц. Квантовая механика. М., 1968. 752 с.