

УДК 621.396.67

О ПРИМЕНЕНИИ АТОМАРНЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ВНУТРЕННЕЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО ВИБРАТОРА

Ю.Ю. БОБКОВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 23 сентября 2003

Проведено сравнение вычислительной эффективности простейшей атомарной $U_p(x)$ и кусочно-синусоидальной функций при использовании их в качестве базисных при решении внутренней задачи для линейного вибратора. Рассмотрены пути повышения вычислительной эффективности.

Ключевые слова: моделирование антенн, метод моментов, базисные функции

Введение

В основе анализа вибраторных антенн с использованием тонкопроволочного (осевого) приближения лежит решение интегрального или интегродифференциального уравнения относительно тока. Одним из таких уравнений является уравнение Поклингтона. Оно более универсально с точки зрения использования различных базисных функций при решении уравнения методом моментов. Важным пунктом метода моментов (МоМ) является выбор вида базисных функций, от которого зависит скорость и точность вычислений. Кусочно-синусоидальные и атомарные функции являются финитными функциями и обладают высокими аппроксимирующими способностями [1, 2]. Данная работа посвящена сравнению вычислительных эффективностей МоМ при использовании двух типов функций в качестве базисных.

Теоретический анализ

В численных экспериментах в качестве тестовой антенны использовался полуволновой симметричный вибратор, так как для этой антенны решение внутренней задачи, полученное с помощью других методов, хорошо известно.

Уравнение Поклингтона для прямолинейного проводника может быть сведено к уравнению Ричмонда [2]:

$$\vec{E}_{\vec{n}0} = \int_{-L/2}^{L/2} I(l_q) \frac{e^{-ikr}}{r^5} [(1 + ikr)(2r^2 - 3a^2) + k^2 a^2 r^2] dl_q \quad (1)$$

Заменяя искомый ток $I(l_q)$ суммой вида

$$I(l_q) = \sum_{m=1}^{\infty} I_m(l_q), \quad (2)$$

где $I(l_q)$ — базисная кусочно-синусоидальная функция [1] или базисная функция на основе атомарной функции $U_p(x)$ [2],

$$I_m(l_q) = \begin{cases} I_{m-1} U_p \left(\frac{l_q - l_{m-1}}{dL} \right) + I_m U_p \left(\frac{l_m - l_q}{dL} \right), & l_{m-1} \leq l_q \leq l_m, \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}, \quad (3)$$

и объединяя слагаемые с одинаковыми коэффициентами $I(l_q)$, получаем выражения для коэффициентов обобщенной матрицы импедансов (КМОИ). Вводя весовые (тестовые) функции, как предполагает МоМ, выражение (1) приводится к СЛАУ. В численных экспериментах данной работы были использованы δ -функции Дирака в качестве базисных. На рис. 1 приведены результаты расчетов распределения тока вдоль симметричного полуволнового вибратора с радиусом $a/\lambda=0,005$ при разбиении вибратора на 26 сегментов (52 сегмента на длине волны) с использованием кусочно-синусоидальных функций, т.н. метод Sin-D (пунктирная линия) и с использованием атомарных функций (3), т.н. метод U_p -D, (сплошная линия).

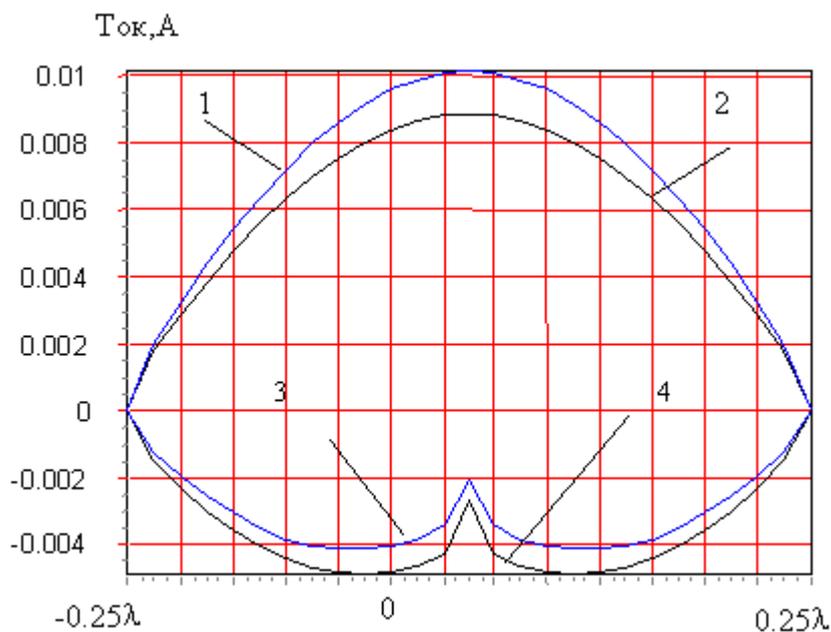
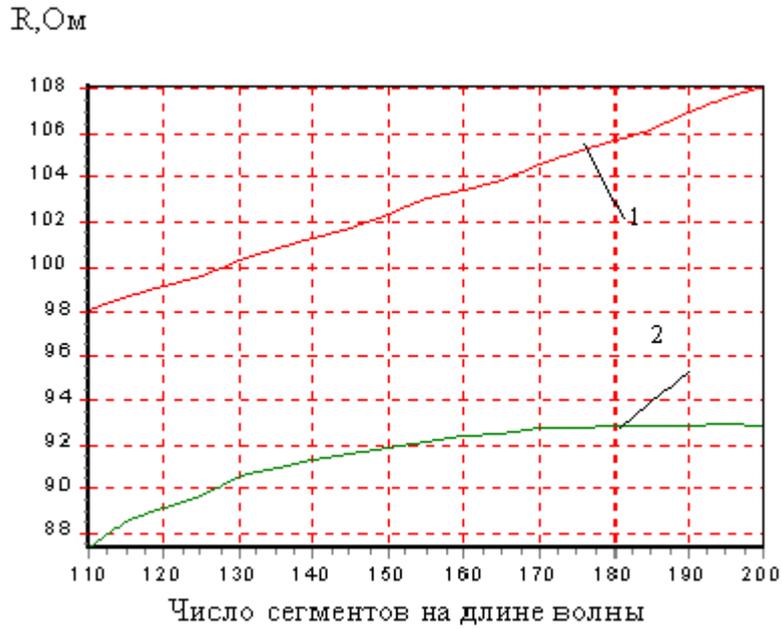


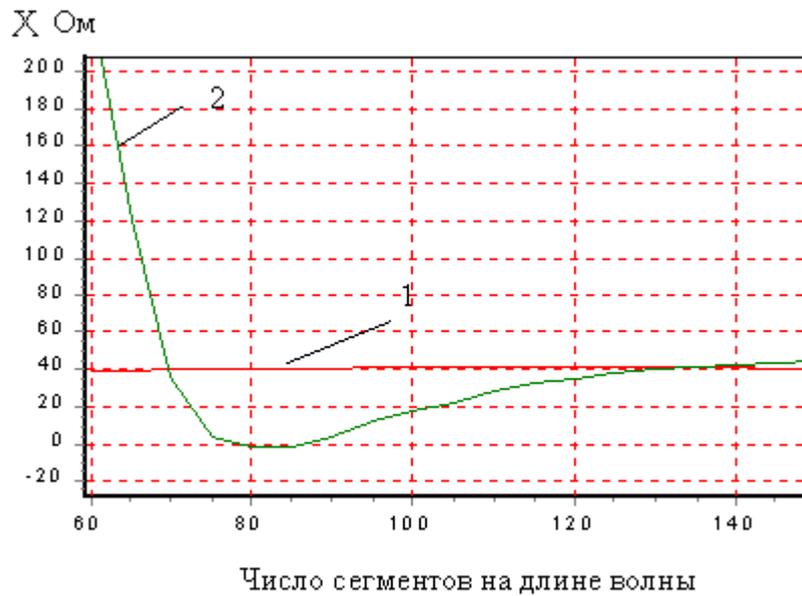
Рис. 1. Распределение тока вдоль полуволнового вибратора: 1 — $\text{Re } I$ (Sin-D); 2 — $\text{Re } I$ (U_p -D); 3 — $\text{Im } I$ (Sin-D); 4 — $\text{Im } I$ (U_p -D).

Входное сопротивление при таком распределении тока составляет $Z=103,24+i30,993$ и $Z=94,32+i19,58$ соответственно.

Зависимости действительной и мнимой частей входного сопротивления антенны от числа сегментов разбиения на длине волны, на основании которой можно оценивать вычислительную эффективность, приведены на рис. 2.



a



б

Рис. 2. Зависимость действительной части (а) и мнимой части (б) сопротивления антенны от числа сегментов разбиения, $a/\lambda=0,005$: 1 — Sin-D; 2 — U_p -D

Как показали численные эксперименты и как следует из рис. 2, при решении уравнения Ричмонда атомарные функции обеспечивают сходимость реальной части тока при меньшем числе сегментов, чем кусочно-синусоидальные. Для метода Sin-D сходимость наступает при достаточно большом числе сегментов разбиения (около 350). Однако при тех же параметрах антенны сходимость для мнимой части сопротивления при использовании метода Sin-D наступает раньше, чем при методе U_p -D.

Необходимо заметить, что при решении уравнения Ричмонда сходимость сопротивления при разных соотношениях a/λ наблюдается при разном числе сегментов. Результаты расчетов приведены в таблице.

Результаты решения уравнения Ричмонда

a/λ	R		X	
	Sin-D	U_p -D	Sin-D	U_p -D
0,01	120-130	80-100	30-50	165-180
0,005	≈ 350	180-200	90-140	130-140
0,001	230-350	>400	150-350	>400

Результаты и их обсуждение

Другие результаты получаются, если уравнение Поклингтона преобразовать к виду, в котором отсутствуют производные функции Грина, находящиеся под знаком радикала. Преобразование достигается путем интегрирования по частям слагаемых-интегралов, содержащих производные функции Грина. Заменяя искомую функцию тока суммой базисных функций с некоторыми коэффициентами и объединяя слагаемые с одинаковыми коэффициентами, получаем выражение для КМОИ в виде суммы двух однотипных интегралов вида

$$A(l_q) = \int_a^b G(l_q, l_p) \left\{ f(l_q) + \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 f(l_q)}{(\partial l_q)^2} \right\} dl_q + \frac{1}{k^2} \left\{ \left(f(l_q) \frac{\partial G(l_q, l_p)}{\partial l_q} \right)_a^b - \left(\frac{\partial f(l_q)}{\partial l_q} G(l_q, l_p) \right)_a^b \right\},$$

где $f(l_q)$ — правая или левая часть (первое или второе слагаемое) базисной функции; для первого слагаемого $a=l_m, b=l_{m+1}$; для второго слагаемого $a=l_{m-1}, b=l_m$ (рис. 3).

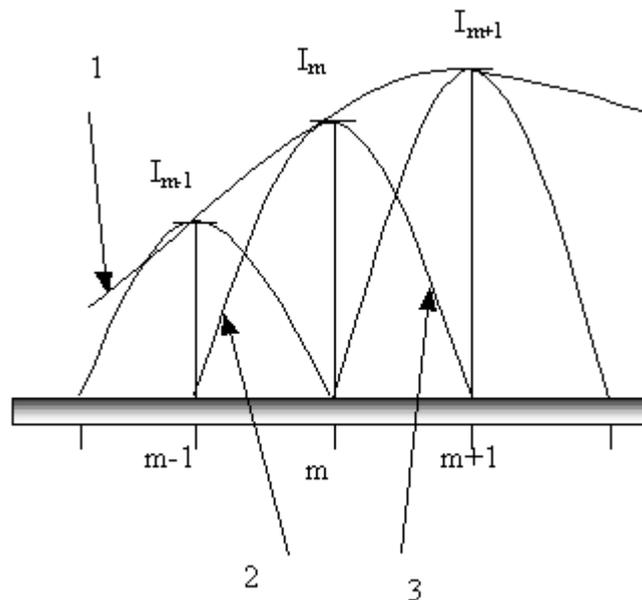


Рис. 3. К пояснению формулы (4). 1 — действительное распределение тока; 2 — левая часть базисной функции; 3 — правая часть базисной функции

Учитывая значения функций и их производных на концах сегментов l_{m-1}, l_m, l_{m+1} , получаем выражения для КМОИ, вычисляемых с применением кусочно-синусоидальных функций (метод Sin-D):

$$K_m(l_n) = \frac{G(l_{m-1}; l_n) + G(l_{m+1}; l_n) - 2G(l_m, l_n) \cos(k\Delta L)}{k \cdot \sin(k\Delta L)}$$

и атомарных функций (метод U_p-D):

$$K_m(l_n) = \int_{l_{m-1}}^{l_m} G(l_q, l_n) \left(u_p \left(\frac{l_q - l_{m-1}}{\Delta L} \right) + u_p^{(2)} \left(\frac{l_q - l_{m-1}}{\Delta L} \right) \right) dl_q + \int_{l_m}^{l_{m+1}} G(l_q, l_n) \left(u_p \left(\frac{l_m - l_q}{\Delta L} \right) + u_p^{(2)} \left(\frac{l_m - l_q}{\Delta L} \right) \right) dl_q. \quad (5)$$

Сравнивая приведенные выражения, можно утверждать, что более эффективным является метод Sin-D, так как при вычислении КМОИ параллельных сегментов отсутствует операция интегрирования. Вычислительная эффективность кусочно-синусоидальных функций в данном варианте вычисления КМОИ может быть оценена по зависимости, изображенной на рис. 5, на котором показана зависимость действительной части входного сопротивления от числа сегментов разбиения на длине волны, при этом $a/\lambda=0,001$.

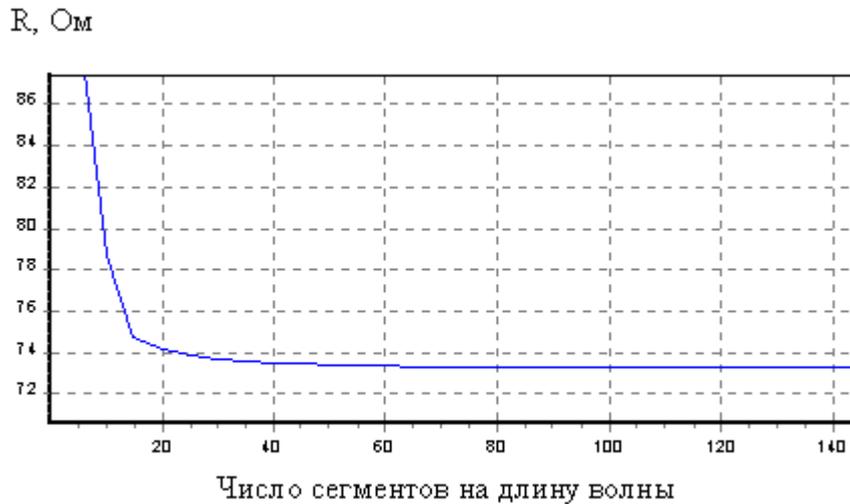


Рис. 4. Зависимость входного сопротивления от числа сегментов на длину волны

Как следует из рисунка, сходимость по действительной части сопротивления наблюдается уже при 35 сегментах на антенне (сопротивление при этом равно $R=73,1$ Ом). Другие расчеты показывают, что сходимость по мнимой части сопротивления наблюдается при 70 сегментах на антенне ($X=40,6$ Ом), а для устойчивой сходимости по полю (совпадение диаграмм направленности) достаточно 10 сегментов на антенне. Отсутствие операции интегрирования в выражении для вычисления КМОИ (4) для параллельных сегментов в значительной степени повышает вычислительную эффективность МоМ. Особенно заметен этот факт при моделировании директорных антенн. Для других финитных функций (атомарных, кусочно-линейных, импульсных) исключить операцию интегрирования не представляется возможным.

Заключение

Использование кусочно-синусоидальных функций в МоМ при решении внутренней задачи для антенн, состоящих из конгруэнтных проводников, позволяет избежать процедур численного интегрирования, что повышает вычислительную эффективность МоМ.

THE USE OF ATOMIC FUNCTION FOR INNER PROBLEM SOLUTION FOR LINEAR ANTENNAS DIPOLE ANTENNA

Y.Y. BOBKOV

Abstract

The comparison of computing efficiency of primary atomic function $U_p(x)$ and piecewise sinusoidal functions for the inner problem solution of linear dipole antenna, used as the basis function, was executed. The ways to increase the computing efficiency were considered.

Литература

1. Вычислительные методы в электродинамике: Под ред. Р. Митра. М., 1977.
2. Кравченко В.Ф., Рвачев В.А., Рвачев В.Л. // Радиотехника и электроника. 1996. № 9. С. 1385–1406.