УДК 621.391.233

КОРРЕЛЯТОР ДВОИЧНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ С НИЗКОЙ ВЕРОЯТНОСТЬЮ ЛОЖНОЙ ТРЕВОГИ

Н.Н. ИСАКОВИЧ[1], С.Л. ЖДАНОВ[2], Д.А. ЕНЬКОВ[1], В.В. КИКИНЕВ[3]

[1] Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь;

[2] Республиканское унитарное предприятие "Лёс" ул. Набережная, 1, Барань, Витебская обл., Беларусь;

[3] Республиканское научно-исследовательское унитарное предприятие "Луч" ул. Объездная Дорога, 7, Гомель, 246012, Беларусь

Поступила в редакцию 19 сентября 2003

В статье выполнен сравнительный анализ вероятностей неправильного приема двоичных последовательностей обычным коррелятором и коррелятором с повтором короткой кодовой последовательности. Показано, что в некоторых случаях последний обеспечивает существенно меньшую вероятность ложной тревоги.

Ключевые слова: коррелятор, вероятность ложной тревоги, кодовая последовательность, выигрыш.

В системах связи широко распространен корреляционный метод решения задач синхронизации и различения множества сигналов.

В процессе функционирования коррелятора в задачах различения двоичных кодовых слов возможны следующие случаи: правильный прием кодового слова, его пропуск, неправильный прием или ложная тревога. Вероятность возникновения этих событий зависит от основных параметров коррелятора — длины кодовой последовательности n и числа допускаемых в ней ошибок q. Чем выше порог коррелятора (меньше q), тем больше вероятность пропуска слова. С другой стороны, уменьшение порога коррелятора, как будет показано ниже, приводит к резкому увеличению его вероятности ложного срабатывания при помехах. В некоторых случаях вероятность ложного срабатывания должна быть на несколько порядков ниже вероятности пропуска сигнала. Например, в системе противоаварийной автоматики энергосети, где появление ложной команды может привести к обесточиванию нормально работающей линии электропередачи со всеми вытекающими последствиями, порог коррелятора аварийных команд следует выбирать высоким, а возрастание вероятности пропуска команды компенсировать увеличением мощности передатчика.

Пусть на вход коррелятора кодовой последовательности длины n поступает цифровой поток, сформированный однобитным АЦП нулевого уровня с тактовой частотой $B=1/T$, где T — длительность бита. Будем полагать, что $T>T_{\text{КОР}}$, где $T_{\text{КОР}}$ — интервал корреляции белого шума с ограниченным спектром на входе АЦП. Следовательно, вероятность единиц $P_{\text{Е}}$ и нулей $P_{\text{Н}}$ на выходе АЦП одинакова и равна 0,5.

Тогда вероятность ложного срабатывания коррелятора длины n, допускающего q ошибок в любых битах, определяется так:

$P_{q,\,n}$=(количество возможных слов с 0, 1, …, q ошибками)/(общее количество слов длины n);

$$P_{q,n} = \frac{\sum_{i=0}^{q} C_n^i}{2^n}, \tag{1}$$

где $C_n^i = \dfrac{n!}{(n-i)!\cdot i!}$ — количество сочетаний из n по i.

Как видно из (1), $P_{q,\,n}$ уменьшается при увеличении длины кодовой последовательности n и сокращении числа ошибок q. Для обеспечения низкой вероятности пропуска кодового слова порог коррелятора необходимо уменьшать, однако при этом растет вероятность ложной тревоги. Поэтому реализация малых значений $P_{q,\,n}$ в соответствии с (1) может оказаться невозможной.

Усложним структуру коррелятора следующим способом: образуем кодовую последовательность длины $m<n$ с числом ошибок $r<q$. Для коррелятора такого сигнала вероятность ложного срабатывания

$$P_{r,m} = \frac{\sum_{i=0}^{r} C_m^i}{2^m}. \tag{2}$$

Примем

$$n = p\cdot m, q = p\cdot r, \tag{3}$$

где p — число повторов короткого кода длины m. При этом относительный порог коррелятора длины n определяется выражением

$$P_o = {n-2q}/{n},$$

а коррелятора длины m — выражением

$$P_{o_{\bar{i}}} = {m-2r}/{m}.$$

С учетом (3) эти пороги равны. Данные выражения определяют максимальное относительное число ошибок в кодовых словах, при котором они декодируются правильно. Вероятность ложного срабатывания коррелятора короткой кодовой последовательности длины m p раз подряд рассчитывается как вероятность p независимых событий в соответствии с выражением

$$P_{r,m}^p = \left(\frac{\sum_{i=0}^{r} C_m^i}{2^m}\right)^p = \frac{\left(\sum_{i=0}^{r} C_m^i\right)^p}{2^n}. \tag{4}$$

Определим отношение выражений (1) и (4):

$$R_{m,r,p} = \frac{\sum_{i=0}^{q} C_n^i}{\left(\sum_{i=0}^{r} C_m^i\right)^p}, \tag{5}$$

которое позволяет сравнить вероятности ложного срабатывания классического коррелятора и коррелятора одиночного кодовой последовательности с повтором короткого кода.

Если $q=r=0$ (ошибки не допускаются), то $C_n^0=C_m^0=1$ и $R_{0,\,p}=1$, то есть оба коррелятора эквивалентны для любого числа повторов p. Чтобы исследовать поведение функции $R_{m,\,r,\,p}=f\,(m,\,r,\,p)$, построим семейство кривых, выбрав в качестве аргумента один из параметров $m,\,r,\,p$ и зафиксировав два других.

На рис.1 показаны зависимости $R_{m,\,r,\,p}=f\,(m,\,r,\,p)$, где $p=2$ (рис. 1,а) и $p=3$ (рис. 1,б). Как видно, преимущество коррелятора с повтором монотонно возрастает при увеличении параметров кодовой последовательности m, r, p. В окрестности малых значений m при фиксированном числе повторов p существует область, где эффективнее использовать короткий код с меньшим порогом r. Учитывая, что $R_{m,\,r,\,p}>1$ в широкой области вариации m, назовем зависимость (5) выигрышем коррелятора с повтором кодовой последовательности.

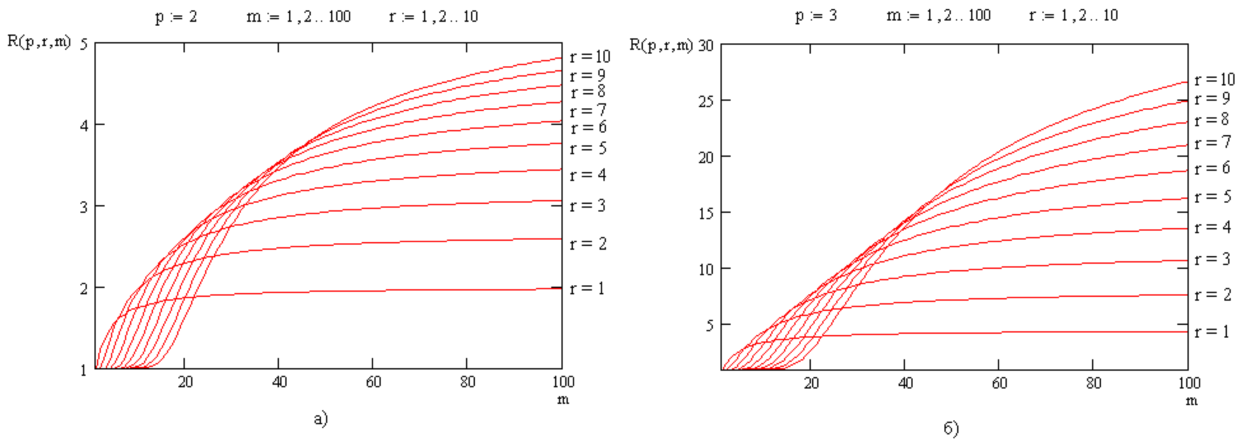

Рис. 1. Зависимость выигрыша коррелятора с повтором короткого кода от числа ошибок r и длины слова m

На рис. 2 представлены графики $R_{m,\,r,\,p}=f\,(m,\,r,\,p)$, где $r=2$ (рис. 2,а) и $r=3$ (рис. 2,б). Из рисунков следует, что имеется две области — существенной и несущественной зависимости выигрыша при увеличении m. Для каждого числа повторов кодовой последовательности p можно определить такое значение m_{max}, больше которого выигрыш нарастает незначительно, поэтому на практике целесообразно выбирать $m\le m_{max}$.

На рис. 3 показаны зависимости $R_{m,\,r,\,p}=f\,(m,\,r,\,p)$, где $m=20$ (рис. 3,а) и $m=120$ (рис. 3,б). Как видно из графиков, наблюдается экстремум для любого p. Расчеты и построение подобных графиков для различных значений m показали, что данный экстремум — максимальное значение выигрыша коррелятора с повтором кодовой последовательности — наблюдается при максимальном числе ошибок, равном $r/m=1/5$ длины кодового слова.

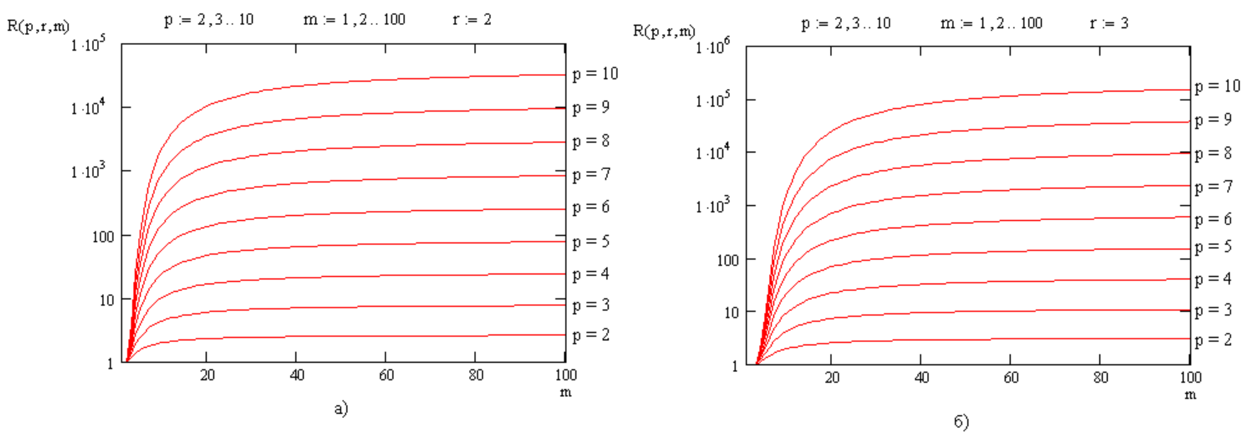

Рис. 2. Зависимость выигрыша коррелятора с повтором короткого кода от числа повторов p и длины слова m

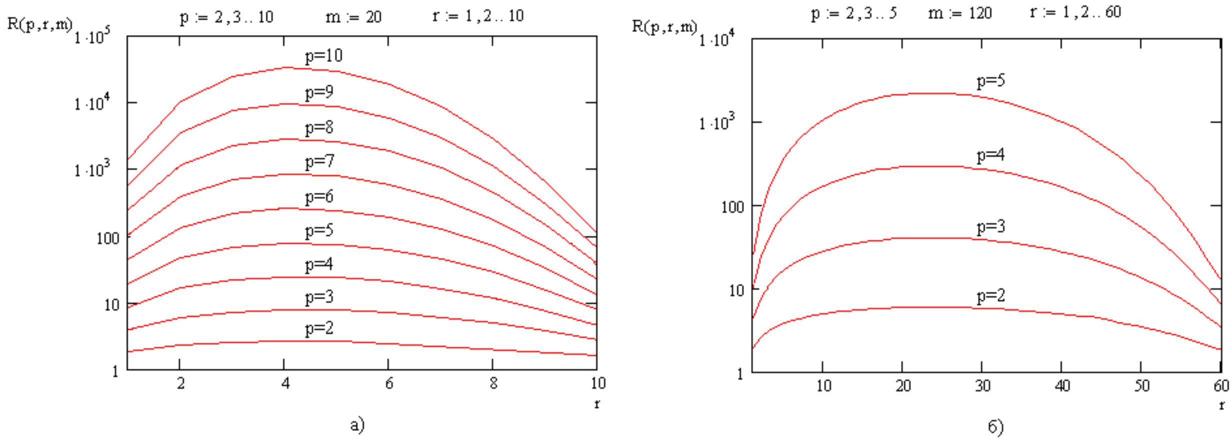

Рис. 3. Зависимость выигрыша коррелятора с повтором короткого кода от числа повторов *p* и числа ошибок *r*

Таким образом, коррелятор сигнала с повтором короткой кодовой последовательности обеспечивает существенное уменьшение вероятности ложной тревоги по сравнению с классическим коррелятором при одинаковой длине сигнала и скорости передачи информации в каналах связи с равномерным распределением ошибок по длине слова. При этом выигрыш достигает максимального значения при числе ошибок, равном $r/m = 1/5$ длины кодового слова.

THE CORRELATOR OF BINARY SEQUENCE WITH LOW FALSE ALARM PROBABILITY

N.N. ISAKOVICH, S.L. ZHDANOV, D.A. ENKOV, V.V. KIKINEV

Abstract

The article performs the comparative analysis of false alarm probability on the receiving of binary sequences by ordinary correlator and correlator with repetition of short code. The article shows that in some cases the last one provides substantially lesser false alarm probability.

Литература

1. *Блейхут Р.* Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. М., 1986.
2. *Касами Т., Токуро Н. и др.* Теория кодирования. М., 1978.