

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра радиотехнических устройств

**А. Е. Курочкин**

***ДИАГРАММА ВОЛЬПЕРТА – СМИТА. РАСЧЕТ И АНАЛИЗ  
ХАРАКТЕРИСТИК УСИЛИТЕЛЕЙ РАДИОСИГНАЛОВ***

Методическое пособие  
по дисциплине «Радиоприёмные устройства»  
для студентов специальностей «Радиотехника», «Радиоэлектронные системы»,  
«Радиоинформатика», «Радиоэлектронная защита информации»  
дневной формы обучения

Минск БГУИР 2009

УДК 621.396.62 (075.8)  
ББК 32.849 я73  
К93

Р е ц е н з е н т :

заведующий кафедрой радиоэлектроники УО «Минский государственный высший радиотехнический колледж», канд. техн. наук, доцент Р. Г. Хехнёв

**Курочкин, А. Е.**

**К93**      Диаграмма Вольперта – Смита. Расчет и анализ характеристик усилителей радиосигналов: Метод. пособие по дисц. «Радиоприемные устройства» для студ. спец. «Радиотехника», «Радиоэлектронные системы», «Радиоинформатика», «Радиоэлектронная защита информации» дневной формы обучения / А. Е. Курочкин. – Минск: БГУИР, 2009. – 39 с. : ил.

ISBN 978 – 985 – 488 – 422 – 6

Приводится описание круговой диаграммы сопротивлений и проводимостей, её применение для анализа характеристик транзисторных усилителей радиосигналов. Рассматриваются вопросы согласования и оптимального рассогласования, обеспечения требуемого усиления, устойчивости и шумовых характеристик.

УДК 621.396.62 (075.8)  
ББК 32.849 я73

ISBN 978 – 985 – 488 – 422 – 6

© А.Е. Курочкин, 2009  
© УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», 2009

## СОДЕРЖАНИЕ

1 Математические основы диаграммы Вольперта-Смита.....	4
2 Расчёт коэффициента отражения по известному комплексному сопротивлению .....	11
3 Расчёт коэффициента отражения и сопротивления линии в произвольном сечении.....	13
4 Расчёт расстояния от нагрузки до произвольного сечения с заданным значением коэффициента отражения .....	13
5 Расчёт коэффициента стоячей волны и коэффициента бегущей волны.....	16
6 Определение проводимости по заданному сопротивлению .....	17
7 Согласование импедансов с помощью круговой диаграммы .....	18
8 Анализ устойчивости по круговой диаграмме.....	24
9 Окружности равного усиления .....	29
10 Окружности равного коэффициента шума .....	33
11 Окружности равных значений коэффициента рассогласования.....	35
Литература .....	40

## 1 Математические основы диаграммы Вольперта – Смита

С целью облегчения труда радиоинженера при разработке усилителей радиочастоты в 1937 г. сотрудник компании Bell Lab Ф. Смит (P.H. Smith) разработал мощный графический инструмент. Математическую основу разработанной им диаграммы составляло билинейное преобразование бесконечной комплексной прямоугольной плоскости в круг, полученное сотрудниками компании E. V. Ferrell и J. W. McRae. Материалы, посвященные диаграмме, впервые были опубликованы в 1939 г. Диаграмма Смита остается одним из наиболее полезных графических инструментов для разработки высокочастотных усилительных каскадов.

В нашей стране аналогичная диаграмма известна как круговая номограмма А. Р. Вольперта, который в 1939 г. независимо от Смита разработал и применил ее для пересчета проводимостей и сопротивлений в отрезках линий передачи.

С математической точки зрения диаграмма Смита – это просто представление всех возможных комплексных импедансов относительно координат, определенных коэффициентом отражения. Область определения коэффициента отражения представляет собой круг единичного радиуса на комплексной плоскости. Это и есть область диаграммы Смита (рисунок 1).

Рассмотрим основные соотношения для построения диаграммы сопротивлений или Z-диаграммы.

Связь заданного характеристического сопротивления линии передачи  $\rho$ , комплексного полного сопротивления (импеданса – impedance) нагрузки линии  $Z$  и коэффициента отражения  $\Gamma$  определяется соотношением

$$Z = \frac{U}{I} = \rho \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}, \quad (1.1)$$

где

$$\Gamma = \text{Re}(\Gamma) + j \text{Im}(\Gamma) \quad (1.2)$$

представляет собой комплексную величину.

Чтобы получить универсальное решение необходимо нормировать сопротивление следующим образом:

$$\tilde{z} = \frac{Z}{\rho} = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}. \quad (1.3)$$

Нормированное полное сопротивление также является комплексной величиной:

$$\tilde{z} = \text{Re}(\tilde{z}) + j \text{Im}(\tilde{z}) = \hat{r} + j\hat{x}, \quad (1.4)$$

где  $\hat{r}$  – нормированное активное сопротивление (резистанс – resistance),

$\hat{x}$  – нормированное реактивное сопротивление (реактанс – reactance).

После подстановки (1.2) в (1.1) получаем

$$\hat{\Gamma} = \frac{1 + \operatorname{Re}(\Gamma) + j \operatorname{Im}(\Gamma)}{1 - \operatorname{Re}(\Gamma) - j \operatorname{Im}(\Gamma)}. \quad (1.5)$$

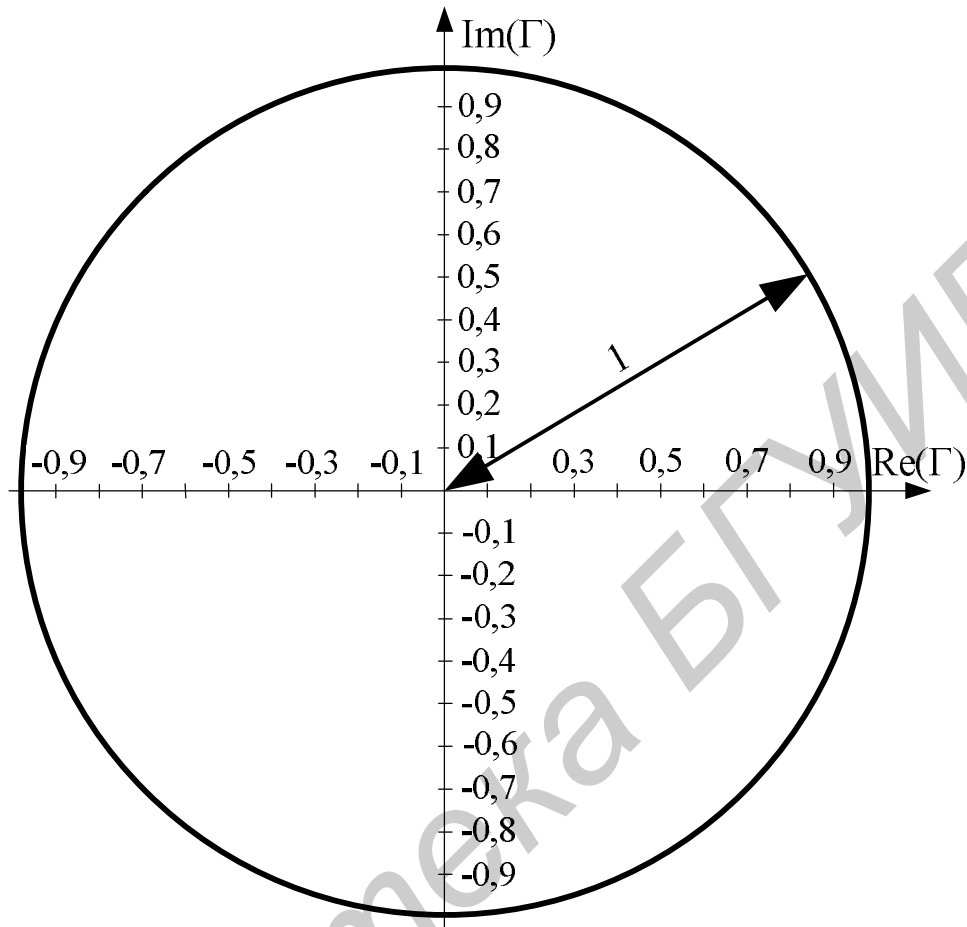


Рисунок 1

После умножения дроби на комплексно-сопряжённый знаменатель и разделения действительной и мнимой частей можно записать

$$\hat{\Gamma} = \frac{1 - \operatorname{Re}^2(\Gamma) - \operatorname{Im}^2(\Gamma)}{[1 - \operatorname{Re}(\Gamma)]^2 + \operatorname{Im}^2(\Gamma)} + j2 \frac{\operatorname{Im}(\Gamma)}{[1 - \operatorname{Re}(\Gamma)]^2 + \operatorname{Im}^2(\Gamma)}. \quad (1.6)$$

Таким образом, нормированное активное сопротивление будет равно

$$\hat{r} = \frac{1 - \operatorname{Re}^2(\Gamma) - \operatorname{Im}^2(\Gamma)}{[1 - \operatorname{Re}(\Gamma)]^2 + \operatorname{Im}^2(\Gamma)}, \quad (1.7)$$

а нормированное реактивное сопротивление

$$\hat{x} = \frac{2 \operatorname{Im}(\Gamma)}{[1 - \operatorname{Re}(\Gamma)]^2 + \operatorname{Im}^2(\Gamma)}. \quad (1.8)$$

Вначале преобразуем выражение для нормированного активного сопротивления следующим образом:

$$\hat{r}[1 - 2 \operatorname{Re}(\Gamma) + \operatorname{Re}^2(\Gamma)] + \operatorname{Re}^2(\Gamma) + (1 + \hat{r}) \operatorname{Im}^2(\Gamma) = 1;$$

$$\begin{aligned}
(1 + \hat{r})\text{Re}^2(\Gamma) - 2\hat{r}\text{Re}(\Gamma) + \hat{r} - 1 + (1 + \hat{r})\text{Im}^2(\Gamma) &= 0; \\
\left[ \text{Re}^2(\Gamma) - \frac{2\hat{r}}{1 + \hat{r}}\text{Re}(\Gamma) + \frac{\hat{r} - 1}{1 + \hat{r}} \right] + \text{Im}^2(\Gamma) &= 0; \\
\left[ \text{Re}^2(\Gamma) - \frac{2\hat{r}}{1 + \hat{r}}\text{Re}(\Gamma) + \frac{\hat{r} - 1}{1 + \hat{r}} + \left( \frac{\hat{r}}{1 + \hat{r}} \right)^2 - \left( \frac{\hat{r}}{1 + \hat{r}} \right)^2 \right] + \text{Im}^2(\Gamma) &= 0; \\
\left[ \text{Re}(\Gamma) - \frac{\hat{r}}{1 + \hat{r}} \right]^2 + \text{Im}^2(\Gamma) &= \left( \frac{\hat{r}}{1 + \hat{r}} \right)^2 - \frac{\hat{r} - 1}{1 + \hat{r}} = \left( \frac{1}{1 + \hat{r}} \right)^2. \quad (1.9)
\end{aligned}$$

Выражение (1.9) представляет собой уравнение окружности на комплексной плоскости для коэффициента отражения. Таким образом, на комплексной плоскости коэффициента отражения все возможные активные сопротивления с нормированным значением  $\hat{r}$  находятся на окружности радиусом  $[1/(1 + \hat{r})]$  и центром в точке с координатами  $[\hat{r}/(1 + \hat{r}), 0]$ . Поскольку нормированное сопротивление  $\hat{r}$  изменяется от нуля до бесконечности, то получаем семейство окружностей, содержащихся внутри области для коэффициента отражения  $|\Gamma| < 1$  (рисунок 2).

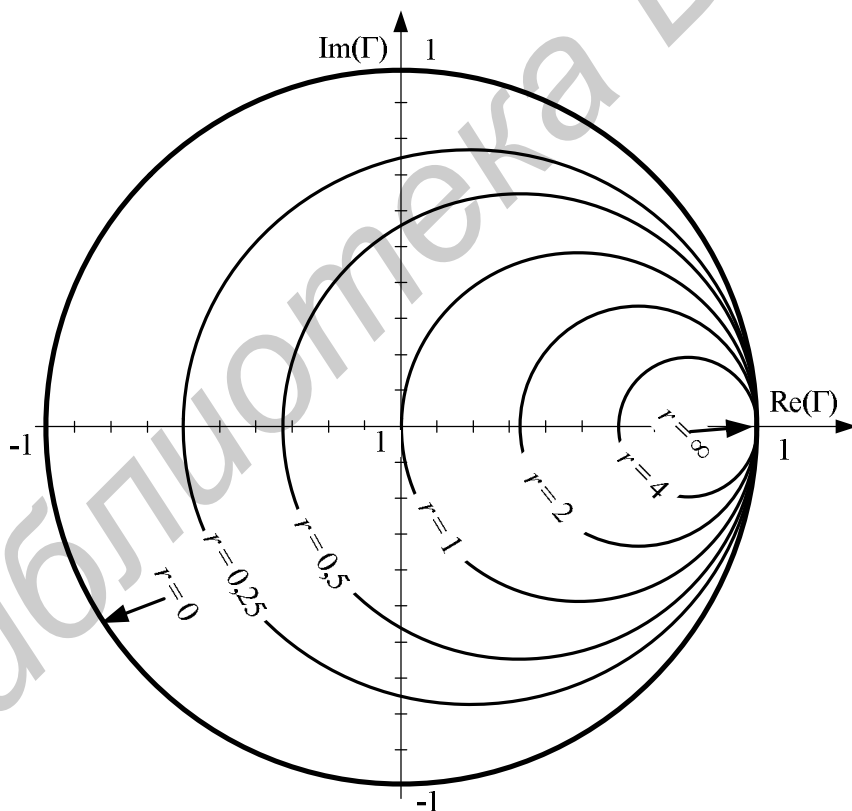


Рисунок 2

Аналогичные преобразования можно сделать и для нормированной реактивной составляющей сопротивления:

$$\hat{x}^2 [1 - \text{Re}(\Gamma)]^2 + \hat{x}^2 \text{Im}^2(\Gamma) - 2\hat{x} \text{Im}(\Gamma) = 0;$$

$$[1 - \operatorname{Re}(\Gamma)]^2 + \operatorname{Im}^2(\Gamma) - \frac{2}{\hat{x}} \operatorname{Im}(\Gamma) - \frac{1}{\hat{x}^2} + \frac{1}{\hat{x}^2} = 0;$$

$$[\operatorname{Re}(\Gamma) - 1]^2 + \left[ \operatorname{Im}(\Gamma) - \frac{1}{\hat{x}} \right]^2 = \frac{1}{\hat{x}^2}. \quad (1.10)$$

Выражение (1.10) также представляет собой уравнение окружности на комплексной плоскости для коэффициента отражения. Таким образом, на комплексной плоскости коэффициента отражения все возможные реактивности с нормированным значением  $\hat{x}$  находятся на окружности радиусом  $[1/\hat{x}]$  и центром в точке с координатами  $[1, 1/\hat{x}]$ .

Нормированная реактивность  $\hat{x}$  изменяется от минус бесконечности до плюс бесконечности, поэтому получаем семейство дуг, содержащихся внутри области для коэффициента отражения  $|\Gamma| < 1$  (рисунок 3). Положительные значения характеризуют индуктивное сопротивление, а отрицательные – емкостное сопротивление.

Перемещение вдоль окружности равного активного сопротивления по часовой стрелке означает увеличение положительного реактивного сопротивления, т.е. введение индуктивности. А перемещение вдоль окружности равного активного сопротивления против часовой стрелки означает уменьшение положительного реактивного сопротивления, т.е. введение емкости (рисунок 4).

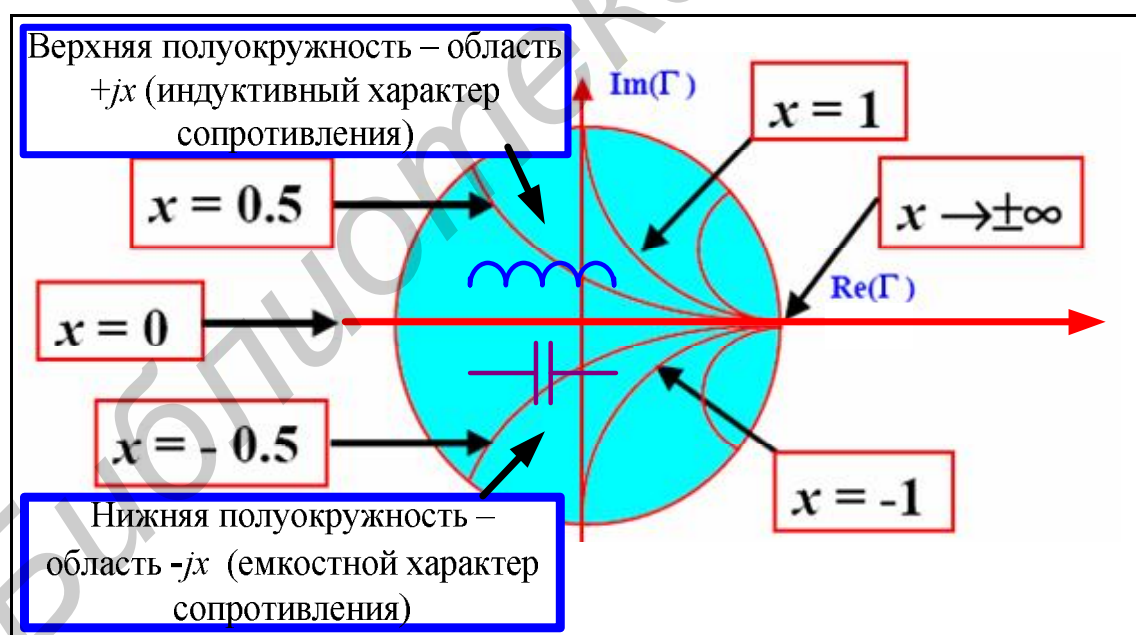


Рисунок 3

Перемещение вдоль окружности равного реактивного сопротивления против часовой стрелки в верхней полуплоскости и по часовой стрелке в нижней полуплоскости означает увеличение активного сопротивления.

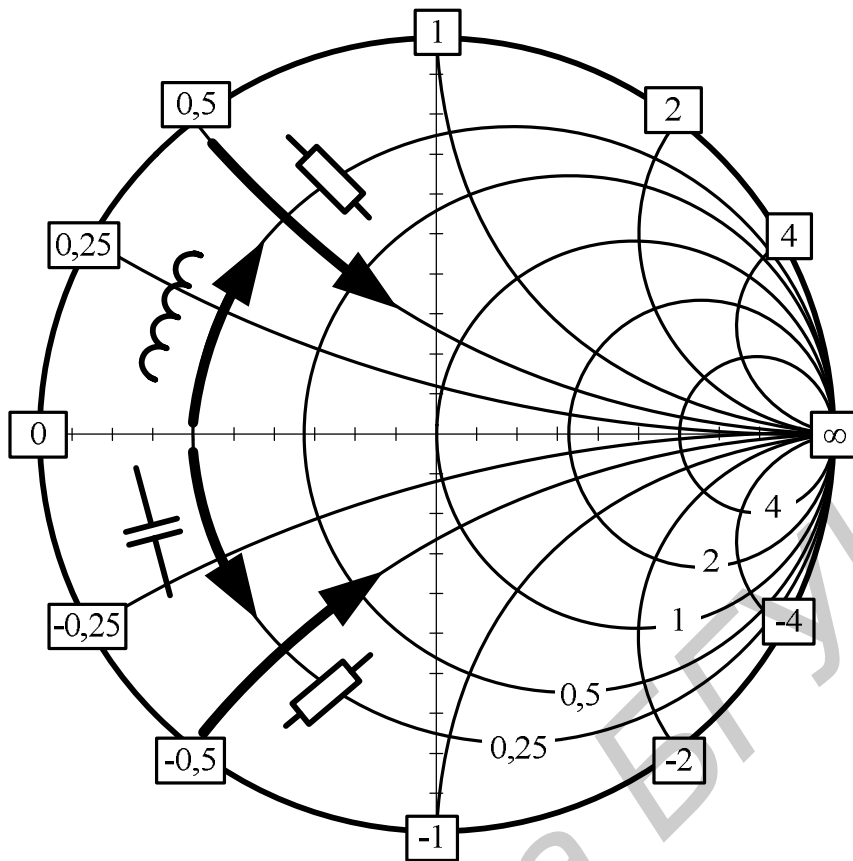


Рисунок 4

Принципы построения диаграммы проводимостей или  $Y$  – диаграммы аналогичны рассмотренным выше для диаграммы сопротивлений ( $Z$  – диаграммы).

Комплексная полная проводимость (или адмиттанс – admittance) нагрузки линии равна

$$Y = \frac{I}{U} = \frac{1}{Z} = \frac{1 - \Gamma}{\rho(1 + \Gamma)}. \quad (1.11)$$

Нормированная полная проводимость равна

$$\tilde{Y} = Y_p = g + jb, \quad (1.12)$$

где  $g$  – нормированная активная часть полной проводимости (conductance):

$$g = \frac{1 - \text{Re}^2(\Gamma) - \text{Im}^2(\Gamma)}{[1 + \text{Re}(\Gamma)]^2 + \text{Im}^2(\Gamma)}, \quad (1.13)$$

$b$  – нормированная реактивная часть полной проводимости (susceptance):

$$b = \frac{-2 \text{Im}(\Gamma)}{[1 + \text{Re}(\Gamma)]^2 + \text{Im}^2(\Gamma)}. \quad (1.14)$$

Преобразуя выражение (1.13), получаем

$$g[1 + 2\text{Re}(\Gamma) + \text{Re}^2(\Gamma)] + \text{Re}^2(\Gamma) + (1 + g)\text{Im}^2(\Gamma) = 1;$$

$$(1 + g)\text{Re}^2(\Gamma) + 2g\text{Re}(\Gamma) + g - 1 + (1 + g)\text{Im}^2(\Gamma) = 0;$$



$$\begin{aligned} & \left[ \operatorname{Re}^2(\Gamma) + \frac{2g}{1+g} \operatorname{Re}(\Gamma) + \frac{g-1}{1+g} \right] + \operatorname{Im}^2(\Gamma) = 0; \\ & \left[ \operatorname{Re}^2(\Gamma) + \frac{2g}{1+g} \operatorname{Re}(\Gamma) + \frac{g-1}{1+g} + \left( \frac{g}{1+g} \right)^2 - \left( \frac{g}{1+g} \right)^2 \right] + \operatorname{Im}^2(\Gamma) = 0; \\ & \left[ \operatorname{Re}(\Gamma) + \frac{g}{1+g} \right]^2 + \operatorname{Im}^2(\Gamma) = \left( \frac{g}{1+g} \right)^2 - \frac{g-1}{1+g} = \left( \frac{1}{1+g} \right)^2. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Выражение (1.15) представляет собой уравнение окружности на комплексной плоскости для коэффициента отражения, т.е. на комплексной плоскости все возможные активные проводимости с нормированным значением  $g$  находятся на окружности радиусом  $[1/(1+g)]$  и центром в точке с координатами  $[-g/(1+g), 0]$ . Нормированная проводимость  $g$  также изменяется от нуля до бесконечности, образуя семейство окружностей, содержащихся внутри области для коэффициента отражения  $|\Gamma| < 1$  (рисунок 5).

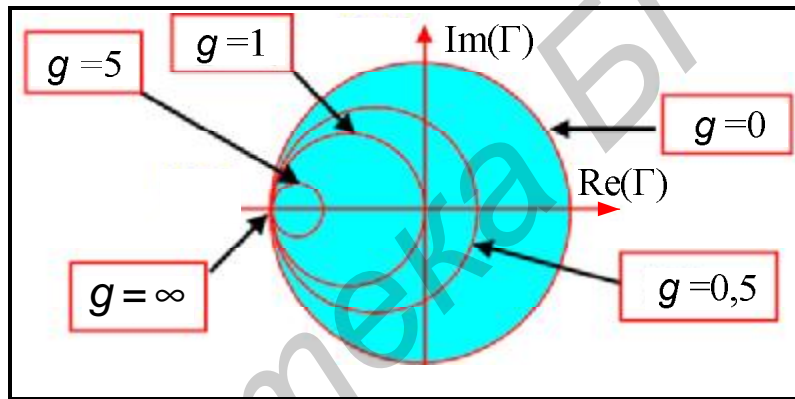


Рисунок 5

Аналогичные преобразования можно сделать и для нормированной реактивной составляющей полной проводимости:

$$\begin{aligned} & b^2[1 + \operatorname{Re}(\Gamma)]^2 + b^2 \operatorname{Im}^2(\Gamma) + 2b \operatorname{Im}(\Gamma) = 0; \\ & [1 + \operatorname{Re}(\Gamma)]^2 + \operatorname{Im}^2(\Gamma) + \frac{2}{b} \operatorname{Im}(\Gamma) - \frac{1}{b^2} + \frac{1}{b^2} = 0; \\ & [\operatorname{Re}(\Gamma) + 1]^2 + \left[ \operatorname{Im}(\Gamma) + \frac{1}{b} \right]^2 = \frac{1}{b^2}. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Выражение (1.16) также представляет собой уравнение окружности на комплексной плоскости для коэффициента отражения, т.е. на комплексной плоскости все возможные реактивности с нормированным значением  $b$  находятся на окружности с радиусом  $[1/b]$  и центром в точке с координатами  $[-1, -1/b]$  (рисунок 6).

Нормированная реактивность  $b$  изменяется от минус бесконечности до плюс бесконечности, поэтому получаем семейство дуг, содержащихся внутри области для коэффициента отражения  $|\Gamma| < 1$  (рисунок 6). Положительные

значения характеризуют емкостную проводимость, а отрицательные – индуктивную.

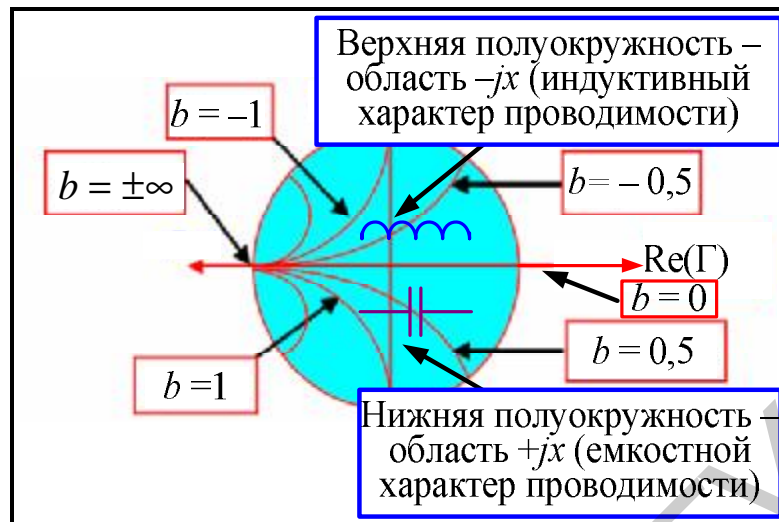


Рисунок 6

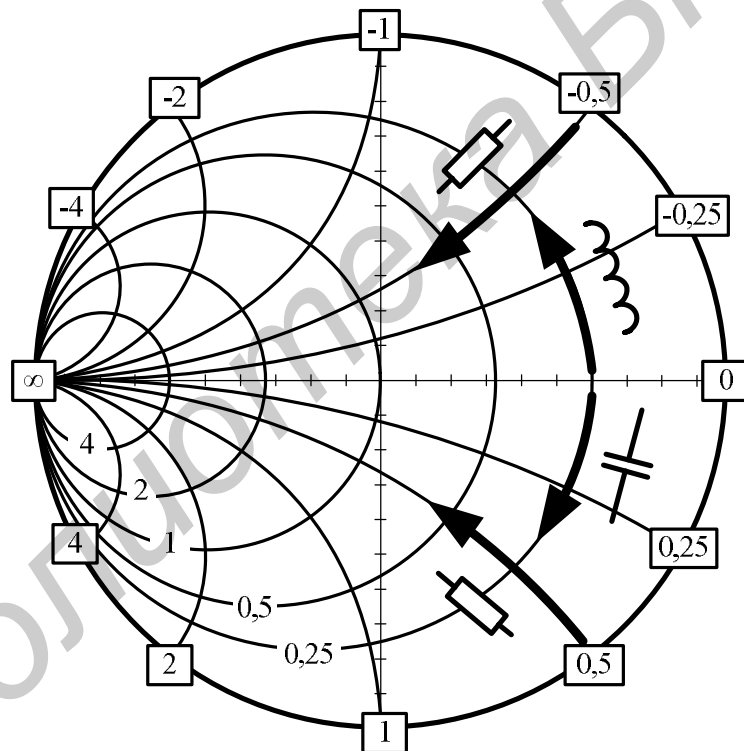
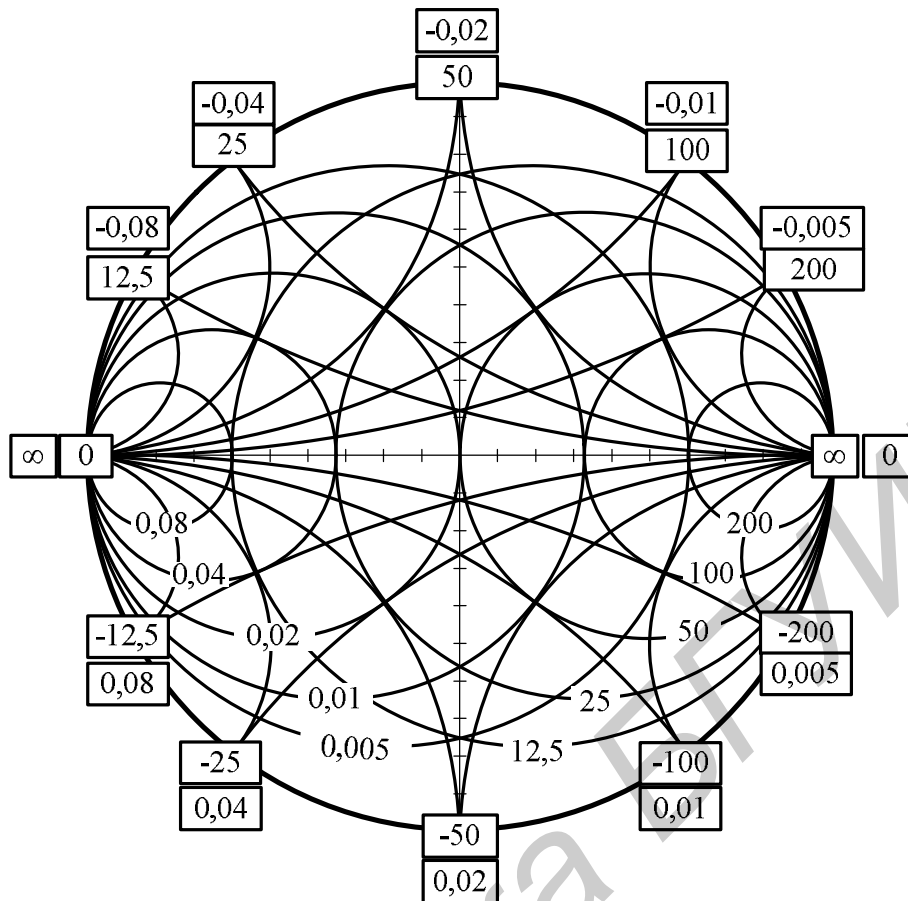


Рисунок 7

Перемещение вдоль окружности равной активной проводимости по часовой стрелке означает увеличение положительной реактивной проводимости, т.е. введение ёмкости. А перемещение вдоль окружности равной активной проводимости против часовой стрелки означает уменьшение положительной реактивной проводимости, т.е. введение индуктивности (рисунок 7).



2 Находим окружность для нормированного активного сопротивления  $\hat{r}$ .

3 Находим дугу окружности для нормированного реактивного сопротивления  $\hat{x}$ .

**Пример 1.** Найти коэффициент отражения для  $Z = 25 + j100$  Ом. Характеристическое сопротивление линии передачи равно 50 Ом. Решение представлено на рисунке 9.

В обратном порядке решается задача определения комплексного сопротивления по известному комплексному коэффициенту отражения:

1 Находим на диаграмме точку, соответствующую заданному значению коэффициента отражения.

2 Эта точка находится на пересечении некоторой окружности для нормированного активного сопротивления  $\hat{r}$  и некоторой дуги окружности для нормированного реактивного сопротивления  $\hat{x}$ . Необходимо прочесть по диаграмме соответствующие значения.

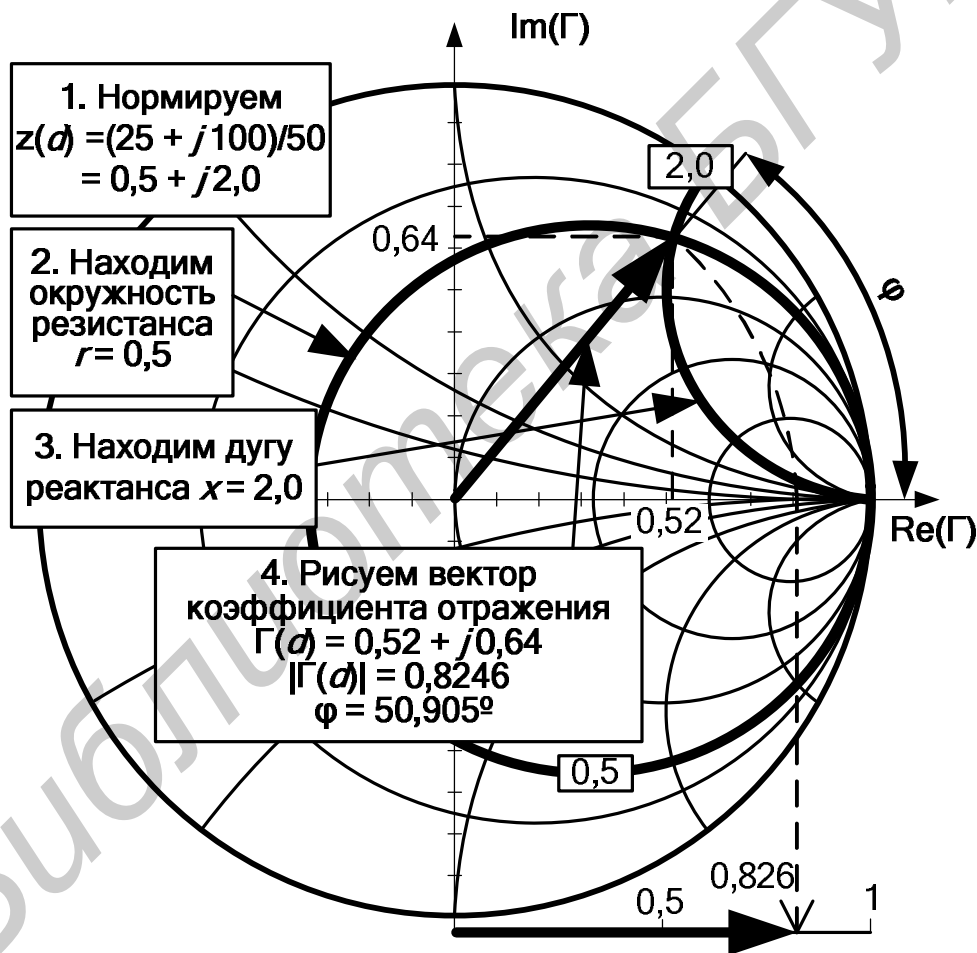


Рисунок 9

3 Точка пересечения найденных кривых будет отображать величину коэффициента отражения на комплексной плоскости. По диаграмме также непосредственно считывается значение модуля и фазового угла коэффициента отражения.

4 По нормированным значениям действительной и мнимой частей импеданса определяем истинное значение полного сопротивления  $Z$ :

$$Z = \hat{r}\rho + j\hat{x}\rho.$$

### 3 Расчёт коэффициента отражения и сопротивления линии в произвольном сечении

Значение коэффициента отражения вдоль линии без потерь изменяется в соответствии с выражением

$$\Gamma_d = \Gamma_H e^{j2\beta d},$$

где  $d$  – расстояние до анализируемого сечения,

$\Gamma_H$  – исходное значение коэффициента отражения, например от нагрузки.

Так как линия постоянного значения модуля коэффициента отражения на диаграмме представляет собой окружность, то можно определить сопротивление линии на произвольном расстоянии от нагрузки.

Последовательность действий при этом такова.

1 Определяем точку для коэффициента отражения (или для сопротивления нагрузки) на диаграмме.

2 Рисуем окружность постоянного значения коэффициента отражения.

3 От нагрузочной точки по часовой стрелке вдоль окружности смещаемся на угол, равный

$$\theta = 2\beta d = 2 \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot d.$$

4 Полученная таким образом точка соответствует смещению вдоль линии передачи на расстояние  $d$ . В этой точке по диаграмме считываем новые значения коэффициента отражения и сопротивления линии.

**Пример 2.** При  $Z_H = 25 + j100$  Ом найти коэффициент отражения и внутреннее сопротивление линии на расстоянии  $d = 0,18\lambda$ . Характеристическое сопротивление линии передачи равно 50 Ом. Решение представлено на рисунке 10.

### 4 Расчёт расстояния от нагрузки до произвольного сечения с заданным значением коэффициента отражения

**Пример 3** Рассчитать расстояния  $d_{max}$  и  $d_{min}$  вдоль линии передачи до сечений, где наблюдаются максимальное и минимальное значения волны напряжения.

Вычисления производим по следующему алгоритму.

1 Определяем на диаграмме место расположения нормированного сопротивления нагрузки.

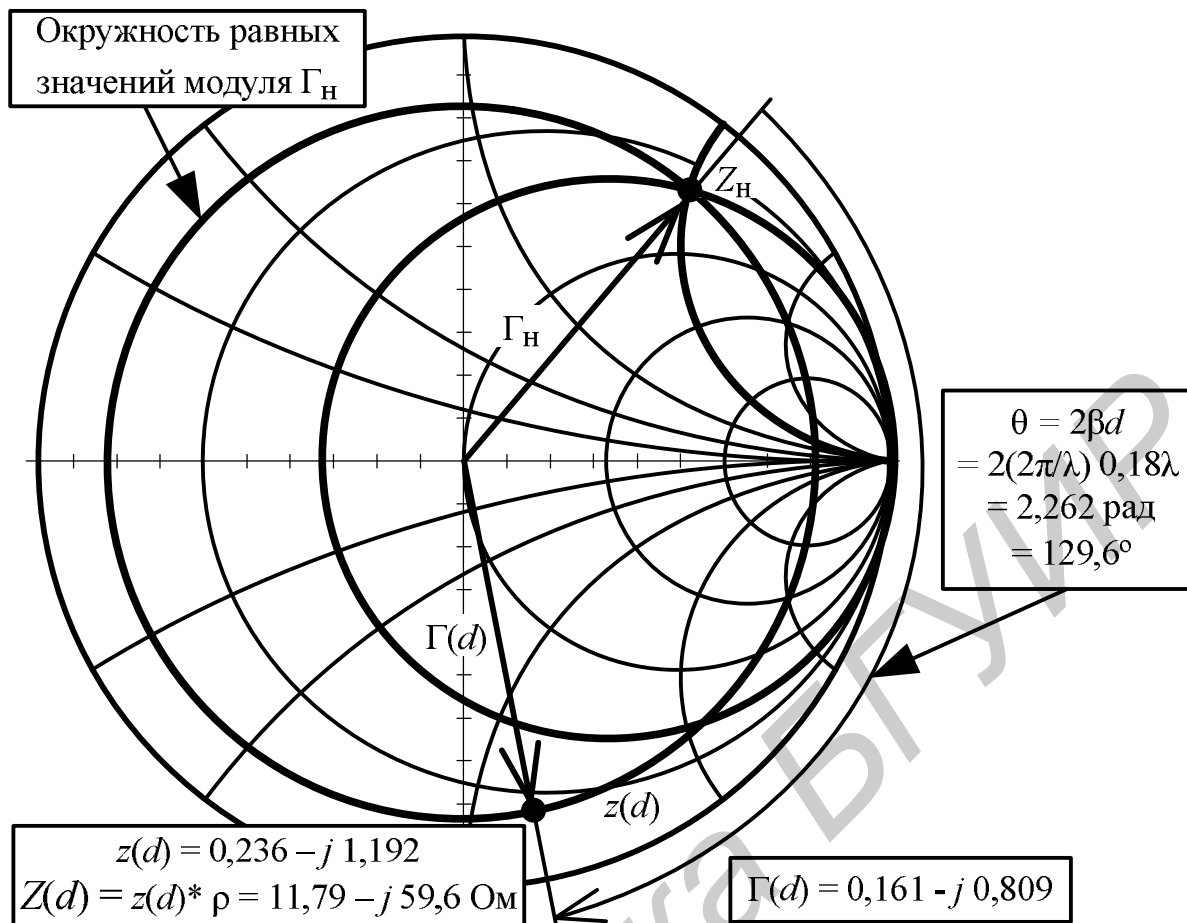


Рисунок 10

2. Рисуем окружность постоянных значений коэффициента отражения.

3 Определяем места пересечения окружности и действительной оси коэффициента отражения. Пересечение наблюдается в двух точках: где коэффициент отражения действительный и положительный (здесь располагается максимум волны напряжения) и где коэффициент отражения действительный и отрицательный (здесь располагается минимум волны напряжения).

4 Определяем величину угла между вектором коэффициента отражения  $\Gamma_H$  и положительной полуосью для  $d_{max}$  и между вектором коэффициента отражения  $\Gamma_H$  и отрицательной полуосью для  $d_{min}$ .

5 Рассчитываем расстояние по формуле:

$$d = \frac{\lambda \theta}{4\pi}.$$

Решение для  $\text{Im}(Z_H) > 0$  представлено на рисунке 11, для  $\text{Im}(Z_H) < 0$  – на рисунке 12.

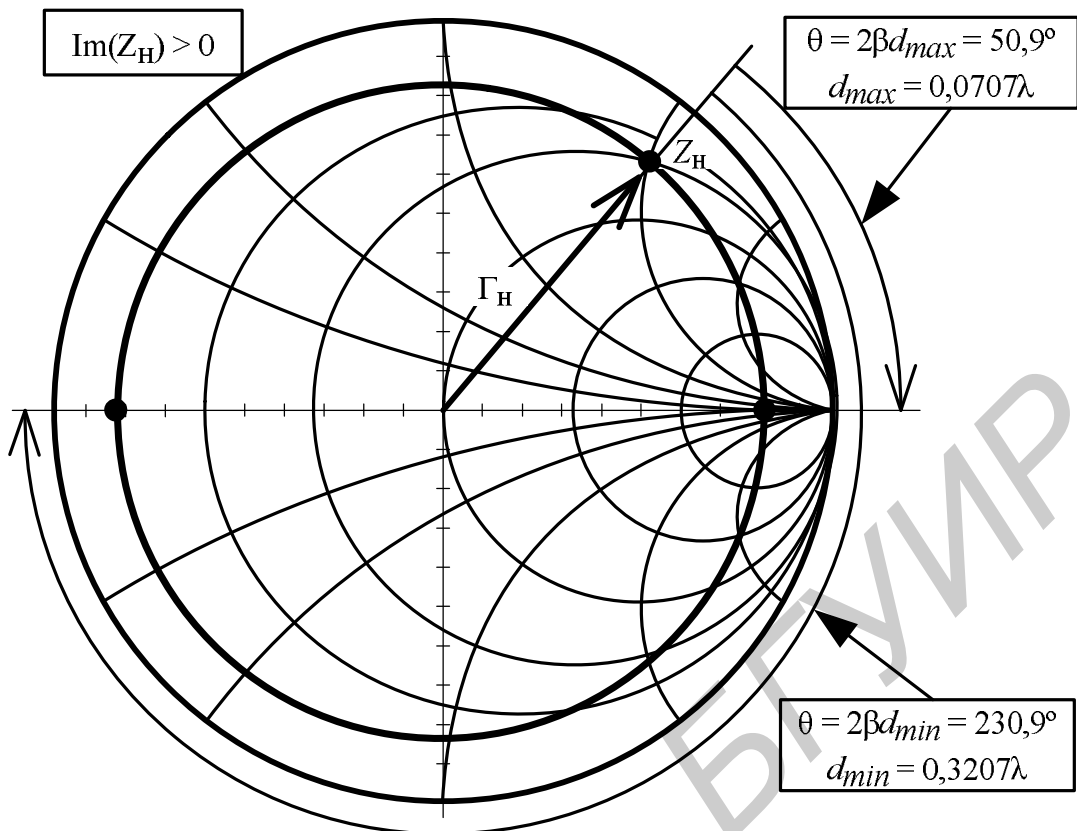


Рисунок 11

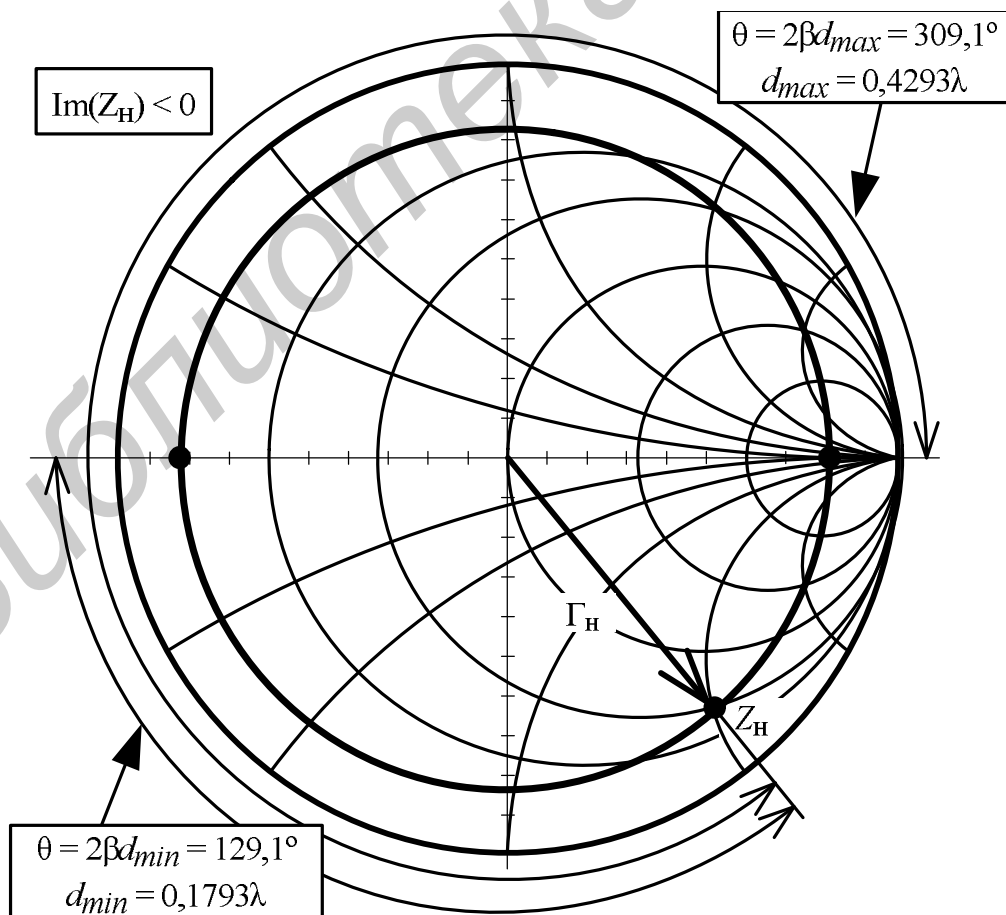


Рисунок 12

## 5 Расчёт коэффициента стоячей волны и коэффициента бегущей волны

Коэффициент стоячей волны напряжения (КСВН) определяется в соответствии с выражением

$$\text{КСВН} = \frac{U_{max}}{U_{min}} = \frac{1+|\Gamma_H|}{1-|\Gamma_H|} \quad (5.1)$$

и в соответствии с (1.3) равняется нормированному значению активного сопротивления линии на расстоянии  $d_{max}$

$$z(d_{max}) = \frac{1 + \Gamma(d_{max})}{1 - \Gamma(d_{max})} = \frac{1 + |\Gamma_H|}{1 - |\Gamma_H|}.$$

На расстоянии  $d_{max}$  от нагрузки располагается максимум волны напряжения, а коэффициент отражения является действительной и положительной величиной.

На диаграмме значению КСВН соответствует точка соприкосновения окружности равного коэффициента отражения и окружности нормированного значения активного сопротивления на положительной действительной полуоси. Коэффициент бегущей волны напряжения (КБВН) определяется в соответствии с выражением

$$\text{КБВН} = \frac{U_{min}}{U_{max}} = \frac{1}{\text{КСВН}} = \frac{1 - |\Gamma_H|}{1 + |\Gamma_H|}. \quad (5.2)$$

На расстоянии  $d_{min}$  от нагрузки располагается минимум волны напряжения, а коэффициент отражения в этом месте является действительной и отрицательной величиной  $\Gamma_H = -|\Gamma_H|$ , поэтому

$$z(d_{min}) = \frac{1 + \Gamma(d_{min})}{1 - \Gamma(d_{min})} = \frac{1 - |\Gamma_H|}{1 + |\Gamma_H|}$$

и КБВН равняется нормированному значению активного сопротивления линии на расстоянии  $d_{min}$ .

Таким образом, на диаграмме значению КБВН соответствует точка соприкосновения окружности равного коэффициента отражения и окружности нормированного значения активного сопротивления на отрицательной действительной полуоси.

**Пример 4.** Определить КСВН для двух значений нагрузки  $Z_{H1} = 25 + j100$  Ом и  $Z_{H2} = 25 - j100$  Ом для  $\rho = 50$  Ом.

Решение представлено на рисунке 13. Заметим, что в данном случае сопротивления являются комплексно-сопряжёнными величинами.



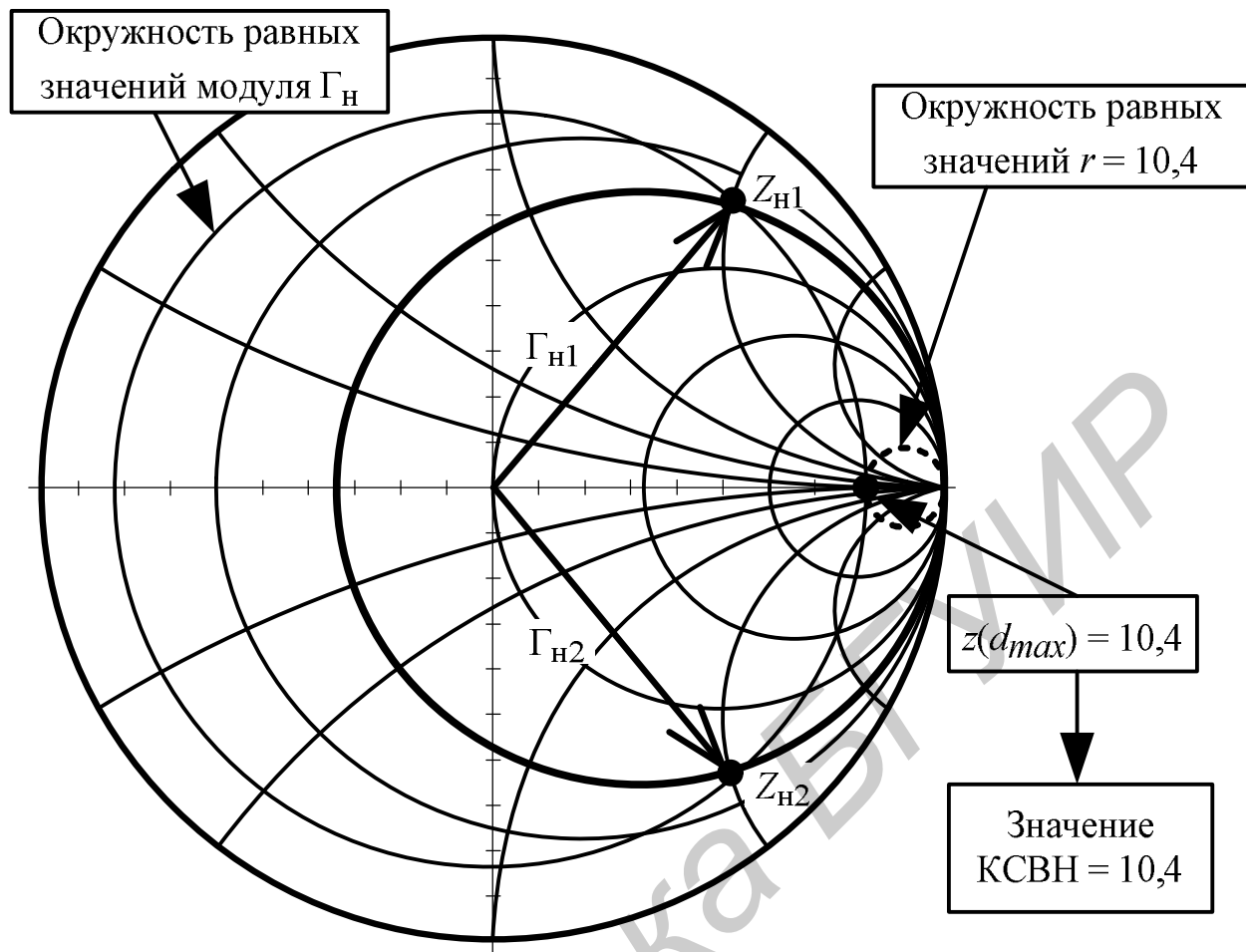


Рисунок 13

## 6 Определение проводимости по заданному сопротивлению

Изменение длины линии на величину  $\lambda/4$  вызывает изменение фазы коэффициента отражения  $180^\circ$ , т.к.

$$2\beta\left(d + \frac{\lambda}{4}\right) = 2\frac{2\pi}{\lambda}\left(d + \frac{\lambda}{4}\right) = 2\beta d + \pi.$$

Это означает, что для нормированных значений

$$z\left(d + \frac{\lambda}{4}\right) = \frac{1 + \Gamma\left(d + \frac{\lambda}{4}\right)}{1 - \Gamma\left(d + \frac{\lambda}{4}\right)} = \frac{1 - \Gamma(d)}{1 + \Gamma(d)} = y(d).$$

Для истинных значений

$$Z\left(d + \frac{\lambda}{4}\right) = \rho \cdot z\left(d + \frac{\lambda}{4}\right),$$

$$Y(d) = g_0 \cdot y(d) = \frac{y(d)}{\rho},$$

где  $g_0 = 1/\rho$  - характеристическая проводимость линии.

Вычисления производим по следующему алгоритму.

- 1 Определяем нормированное сопротивление на диаграмме.
- 2 Рисуем окружность равных значений коэффициента отражения.

3 Нормированная проводимость находится на диаметрально противоположной стороне окружности.

**Пример 5.** Найти  $Y_H$  для  $Z_H = 25 + j100$  Ом и  $\rho = 50$  Ом. Решение представлено на рисунке 14.

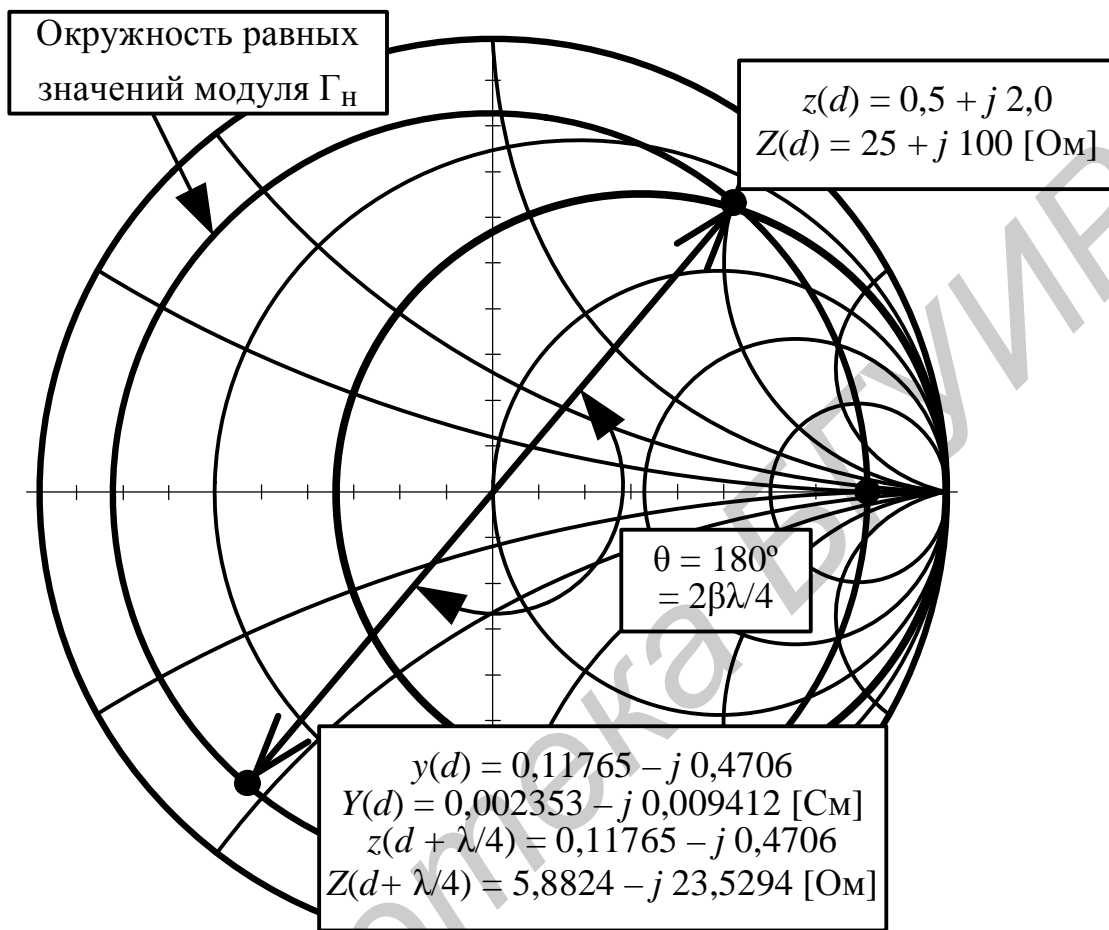


Рисунок 14

### 7 Согласование импедансов с помощью круговой диаграммы

Рассмотрим примеры согласования с помощью программы Smith-Chart V.2.03 [4].

**Пример 6.** Требуется согласовать на частоте 500 МГц комплексное сопротивление нагрузки  $Z_H = R_H + jX_H$ , представленное на диаграмме (рисунок 15) точкой 1, с источником сигнала, имеющим внутреннее сопротивление 50 Ом.

Условие согласования выглядит так:  $R_\Gamma = R_H$ . Равенство будет выполняться в точке 3 диаграммы, где коэффициент отражения равен нулю.

Диаграмма в программе построена с учётом денормирования в соответствии с (1.3), т.е. все окружности и дуги на диаграмме отображают истинные значения сопротивлений и проводимостей.



Программа производит расчёт автоматически.

3 Для получения чисто активного сопротивления последовательно с нагрузочной цепью подключаем индуктивность, величина которой равна и противоположна по знаку реактивности в точке 2. **Подключение производится последовательно**, поэтому дальнейшее перемещение в точку 3 осуществляется **по окружности активного сопротивления 50 Ом** по часовой стрелке. В точке 2 сопротивление равно  $Z_2 = 50 - j61,237$  Ом. Расчёт величины индуктивности производится по формуле

$$L = \frac{X''' - X''}{2\pi f} = \frac{0 - (-61,237)}{2 \cdot 3,14159 \cdot 500 \cdot 10^6} = 19,5 \text{ нГн};$$

где  $X'''$  и  $X''$  – значения реактивного сопротивления в точках 3 и 2, соответственно, которые рассчитываются непосредственно по дугам реактивных сопротивлений диаграммы.

**Пример 7.** В качестве варианта решения примера 6 покажем, как можно иным способом попасть из точки 1 в точку 3, расположенную на окружности активного сопротивления 50 Ом. Для этого можно проделать следующие манипуляции. Решение представлено на рисунке 16.

1 Параллельно нагрузке подключаем индуктивность. Параллельное подключение означает введение проводимости, поэтому дальнейшее перемещение будет осуществляться по окружности активной проводимости 0,008 См, проходящей через точку 1, но против часовой стрелки.

2 Величину индуктивности выбираем такой, чтобы попасть в точку 2 на окружности активного сопротивления 50 Ом. Это будет соответствовать равенству активной составляющей полученной комплексной нагрузки и внутреннего сопротивления источника сигнала. Величину индуктивности рассчитаем следующим образом:

$$L = -\frac{1}{2\pi f (B' - B'')} = \frac{1}{2 \cdot 3,14159 \cdot 500 \cdot 10^6 [(-0,004) - (-0,0098)]} = 54,9 \text{ нГн};$$

где  $B''$  и  $B'$  – значения реактивной проводимости в точках 2 и 1 соответственно, которые рассчитываются непосредственно по дугам реактивных проводимостей диаграммы.

3 Для получения чисто активного сопротивления последовательно с нагрузочной цепью подключаем конденсатор, величина емкости которого равна и противоположна по знаку реактивности в точке 2.

Подключение производится последовательно, поэтому дальнейшее перемещение в точку 3 осуществляется по окружности активного сопротивления 50 Ом, против часовой стрелки. В точке 2 сопротивление равно  $Z_2 = 50 + j61,237$  Ом.

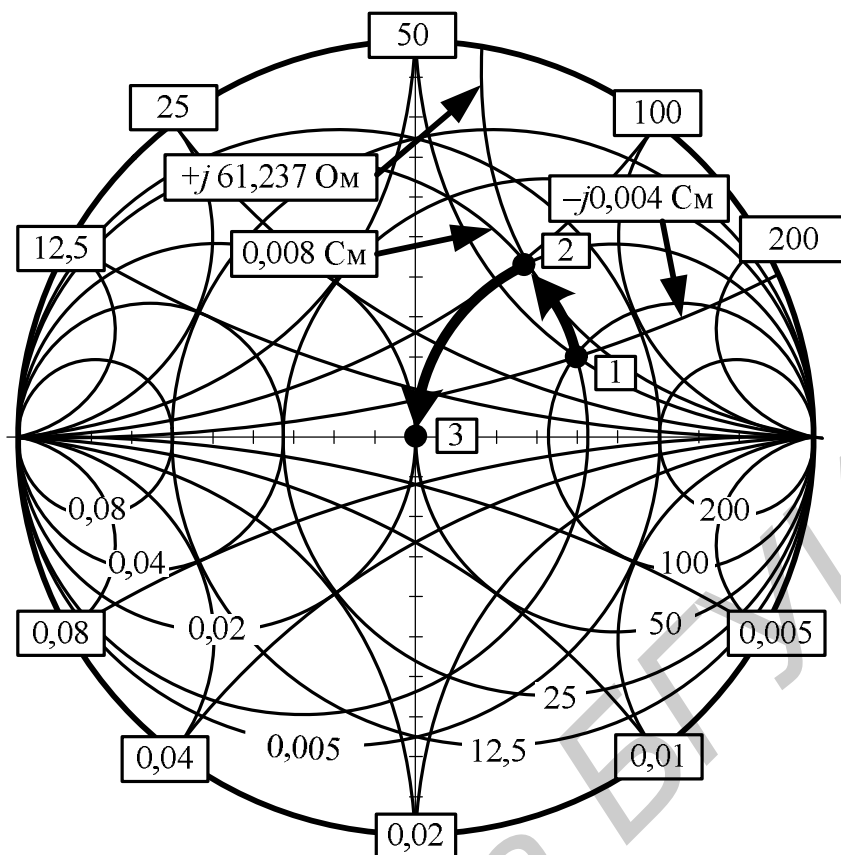


Рисунок 16

Расчёт величины ёмкости производим по формуле

$$C = \frac{1}{2\pi f (X'' - X''')} = \frac{1}{2 \cdot 3,14159 \cdot 500 \cdot 10^6 \cdot (61,237 - 0)} = 5,2 \text{ пФ};$$

где  $X'''$  и  $X''$  – значения реактивного сопротивления в точках 3 и 2, соответственно, которые считаются непосредственно по дугам реактивных сопротивлений диаграммы.

**Пример 8.** Согласовать указанную в задании примера 6 нагрузку с помощью параллельного разомкнутого шлейфа на основе отрезка линии и четвертьволнового трансформатора. Решение представлено на рисунке 17.

Выполним следующую последовательность действий.

1 Вводим параллельно нагрузке разомкнутый шлейф на основе отрезка линии. Внутреннее сопротивление отрезка линии должно иметь емкостной характер. Параллельное подключение означает введение проводимости, поэтому дальнейшее перемещение будет осуществляться по окружности активной проводимости 0,008 См, проходящей через точку 1, по часовой стрелке.

2 Длину отрезка линии подбираем такой, чтобы попасть в точку 2 на действительной оси. Это будет соответствовать чисто активной составляющей внутреннего сопротивления полученной нагрузки величиной 125 Ом.

3 Последовательно в цепь включаем четвертьволновый трансформатор с волновым сопротивлением  $\rho_T = \sqrt{50 \cdot 125} = 79,057 \text{ Ом}$ .

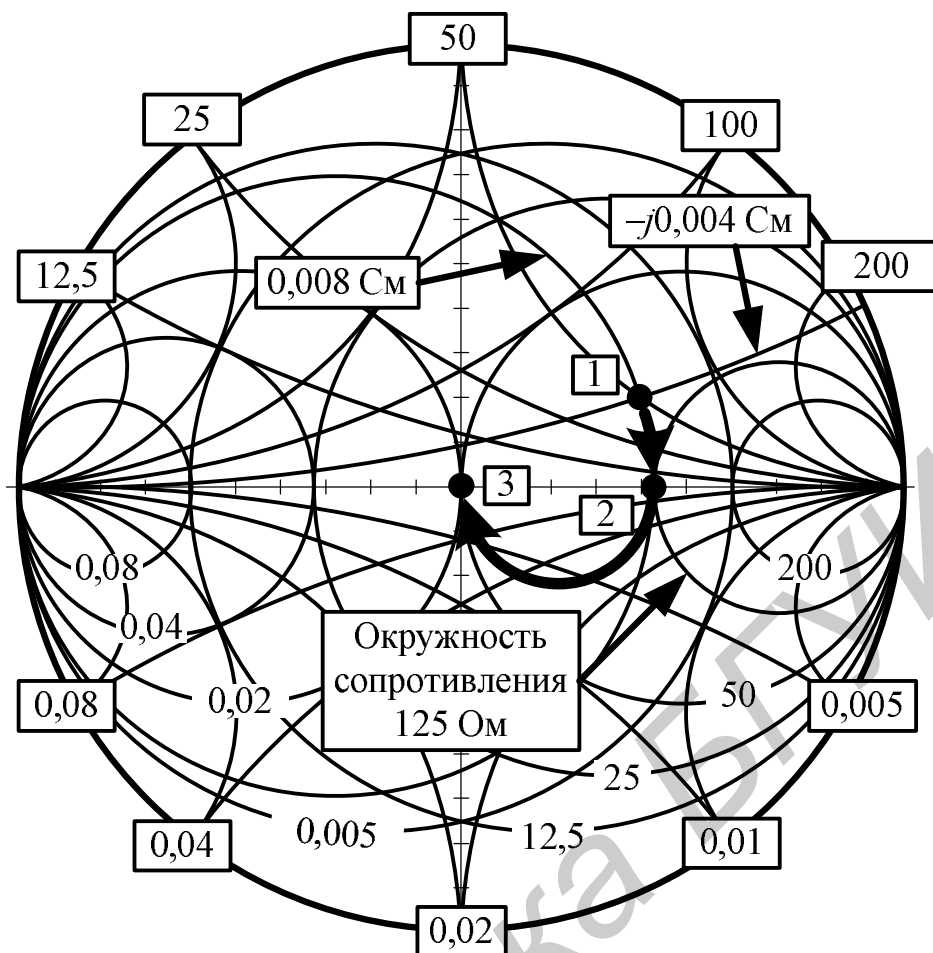


Рисунок 17

**На заметку.** В данном случае указанную нагрузку можно согласовать введением только одного отрезка линии, путём подбора длины отрезка и волнового сопротивления, как показано на рисунке 18.

Рассмотренные выше варианты согласования представляли процесс преобразования комплексного сопротивления нагрузки в активное сопротивление источника сигнала. Возможен альтернативный способ, при котором активное сопротивление источника сигнала (или нагрузки) преобразуется в комплексно-сопряжённое сопротивление нагрузки (или источника).

В этом случае исходной является точка, соответствующая центру диаграммы, а все перемещения направлены в сторону расположения точки, характеризующей комплексно-сопряжённое сопротивление или проводимость согласуемого сечения.

**Пример 9.** Согласовать сопротивление 50 Ом и комплексное сопротивление  $100 + j50$  Ом или комплексной проводимости  $0,008 - j0,004$  См.

Решение представлено на рисунке 19.

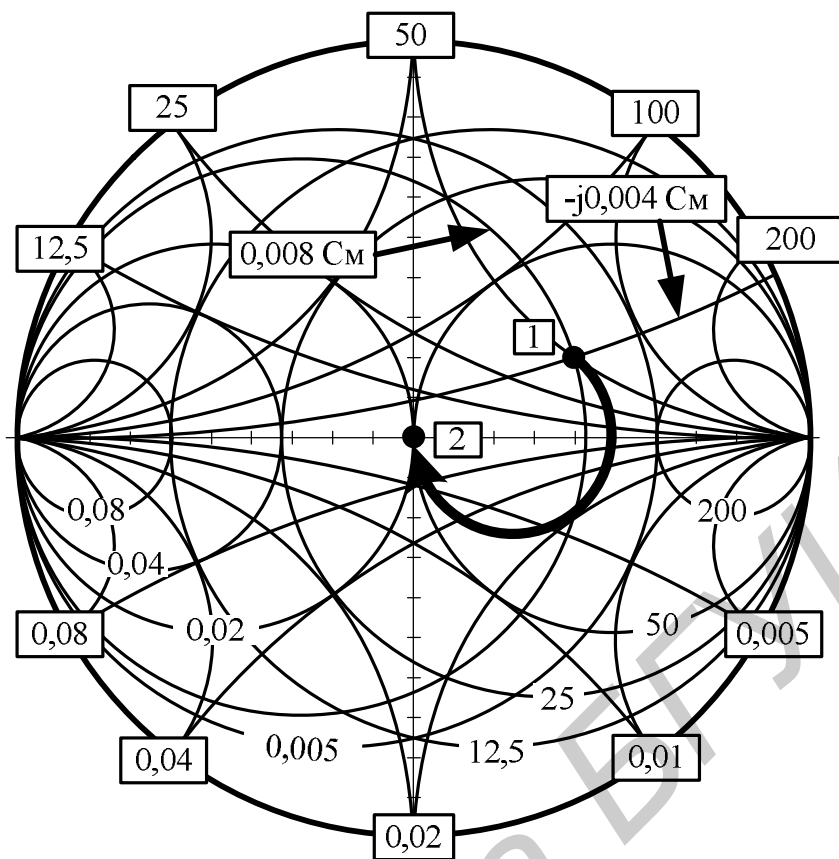


Рисунок 18

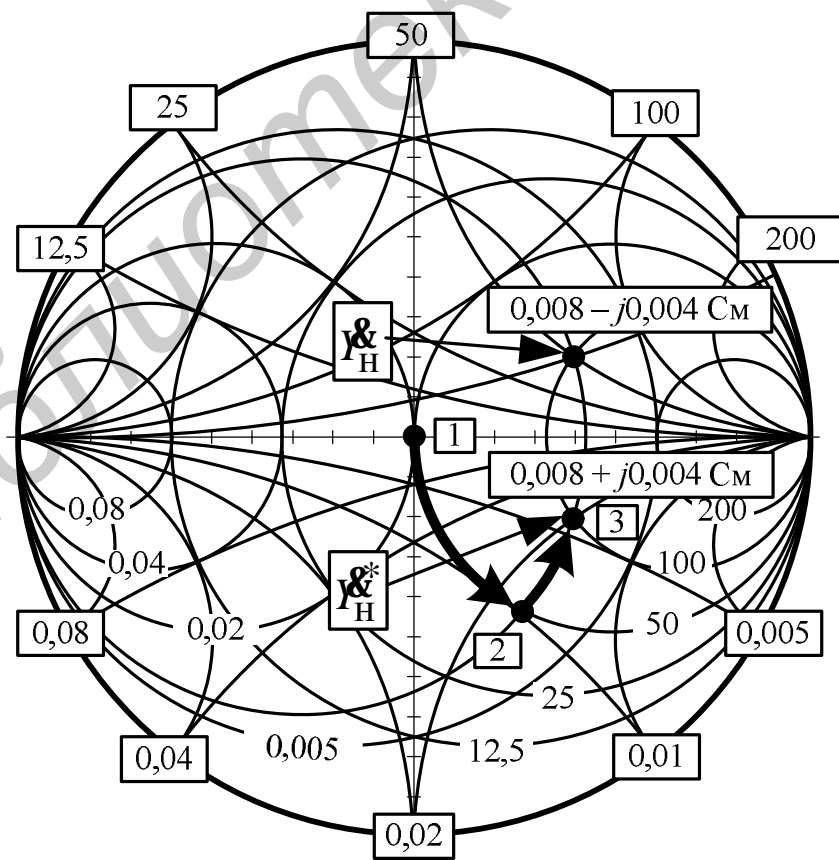


Рисунок 19

Решение производим по следующему алгоритму.

1 Отмечаем на диаграмме начальную точку 1 с сопротивлением  $50 + j0$  Ом (или проводимостью  $0,02 + j0$ ) и подключаем последовательно конденсатор.

2 Ёмкость конденсатора подбираем достаточной для перемещения против часовой стрелки по окружности активного сопротивления  $50$  Ом в точку 2 до пересечения с окружностью активной проводимости  $0,008$ .

3 Параллельно подключаем индуктивность.

4 Величину индуктивности подбираем достаточной для перемещения по окружности активной проводимости  $0,008$  в точку 3, характеризующую комплексно-сопряжённое согласуемое сопротивление.

## 8 Анализ устойчивости по круговой диаграмме

Для устойчивой работы усилительного каскада необходимо, чтобы для входного и выходного коэффициентов отражения выполнялись условия:  $\Gamma_1 < 1$  и  $\Gamma_2 < 1$ .

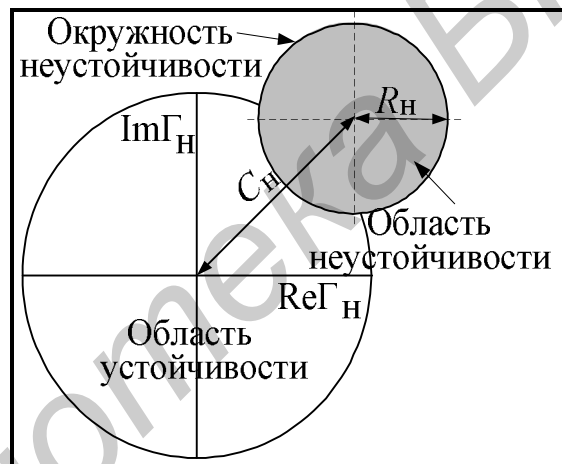


Рисунок 20

Граничному значению входного коэффициента отражения соответствует выражение:

$$|\Gamma_1| = \left| S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_H}{1 - S_{22}\Gamma_H} \right| = \left| \frac{S_{11} - \Delta_s \Gamma_H}{1 - S_{22}\Gamma_H} \right| = 1, \quad (8.1)$$

которое может быть преобразовано в уравнение окружности на плоскости  $\Gamma_H$ :

$$\left( \Gamma_H + \frac{\Delta_s^* S_{11} - S_{22}^*}{|S_{22}^*|^2 - |\Delta_s|^2} \right) \left( \Gamma_H^* + \frac{\Delta_s S_{11}^* - S_{22}}{|S_{22}^*|^2 - |\Delta_s|^2} \right) = \frac{|S_{12}|^2 |S_{21}|^2}{(|S_{22}^*|^2 - |\Delta_s|^2)^2}.$$

Координаты центра окружности равны (рисунок 20):

$$C_H = \frac{\Delta_s^* S_{11} - S_{22}^*}{|S_{22}^*|^2 - |\Delta_s|^2}. \quad (8.2)$$



Радиус окружности равен

$$R_H = \frac{|S_{12}| |S_{21}|}{|S_{22}^*|^2 - |\Delta_s|^2}. \quad (8.3)$$

Аналогичные соотношения могут быть получены и для выходного коэффициента отражения  $\Gamma_2$  на комплексной плоскости коэффициента отражения  $\Gamma_c$ :

$$\left( \Gamma_c + \frac{\Delta_s^* S_{22} - S_{11}^*}{|S_{11}^*|^2 - |\Delta_s|^2} \right) \left( \Gamma_c^* + \frac{\Delta_s S_{22}^* - S_{11}}{|S_{11}^*|^2 - |\Delta_s|^2} \right) = \frac{|S_{12}|^2 |S_{21}|^2}{(|S_{11}^*|^2 - |\Delta_s|^2)^2},$$

$$C_c = \frac{\Delta_s^* S_{22} - S_{11}^*}{|S_{11}^*|^2 - |\Delta_s|^2}, \quad R_c = \frac{|S_{12}| |S_{21}|}{|S_{11}^*|^2 - |\Delta_s|^2}. \quad (8.4)$$

Для устойчивой работы надо, чтобы  $\Gamma_1 < 1$  и  $\Gamma_2 < 1$ , поэтому:

$$1 - |\Gamma_1|^2 = \frac{(|S_{22}|^2 - |\Delta_s|^2) (|\Gamma_H - C_H|^2 - R_H^2)}{|1 - S_{22} \Gamma_H|^2} \geq 0.$$

Аналогичное выражение получается и для выходного коэффициента отражения:

$$1 - |\Gamma_2|^2 = \frac{(|S_{11}|^2 - |\Delta_s|^2) (|\Gamma_c - C_c|^2 - R_c^2)}{|1 - S_{11} \Gamma_c|^2} \geq 0.$$

Условия выполняются, если положительны числители дробей, а это может быть в двух случаях.

**1 Первый случай:**  $(|S_{11}|^2 - |\Delta_s|^2) > 0$  и  $(|S_{22}|^2 - |\Delta_s|^2) > 0$ . Тогда

$$|\Gamma_c - C_c| - R_c > 0 \text{ и } |\Gamma_c - C_c| > R_c \text{ или для граничного значения } \Gamma_c = 1: |C_c| - R_c > 1,$$

$$|\Gamma_H - C_H| - R_H > 0 \text{ и } |\Gamma_H - C_H| > R_H \text{ или } |C_H| - R_H > 1.$$

*Если разность расстояния до центра окружности и её радиуса больше единицы, то имеет место безусловная устойчивость (рисунки 21).*

**2 Второй случай:**  $(|S_{11}|^2 - |\Delta_s|^2) < 0$  и  $(|S_{22}|^2 - |\Delta_s|^2) < 0$ .

Тогда необходимо, чтобы был отрицателен и второй множитель, т.е.

$$|\Gamma_c - C_c| - R_c < 0 \text{ и } |\Gamma_c - C_c| < R_c \text{ или для граничного значения } \Gamma_c = 1: R_c - |C_c| > 1,$$

$$|\Gamma_H - C_H| - R_H < 0 \text{ и } |\Gamma_H - C_H| < R_H \text{ или } R_H - |C_H| > 1.$$

*Если разность радиуса окружности и расстояния до центра больше единицы, то также имеет место безусловная устойчивость. При этом*

окружностью должен быть охвачен центр диаграммы, т.е. нулевой коэффициент отражения (рисунок 22).

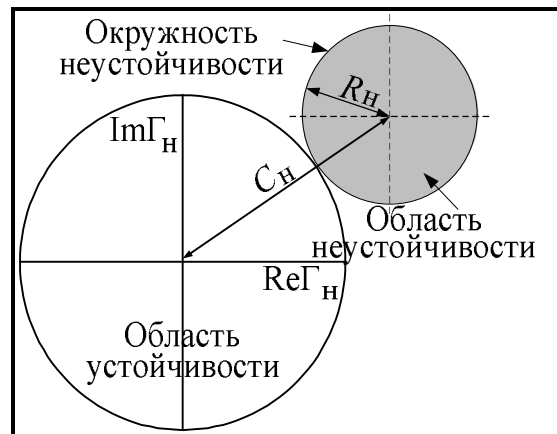


Рисунок 21

Если рассмотренные выше условия не выполняются, то имеет место *условная устойчивость* (рисунок 20 и рисунок 23).

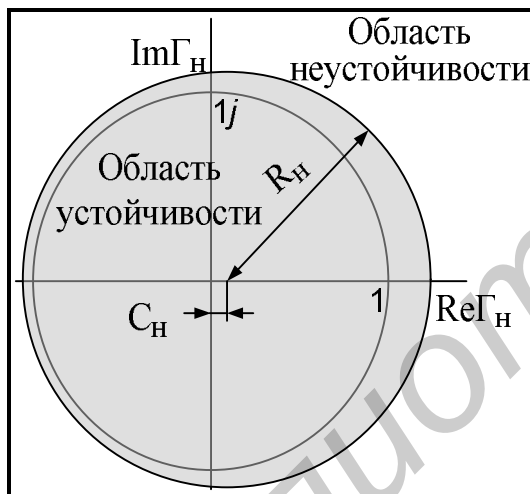


Рисунок 22

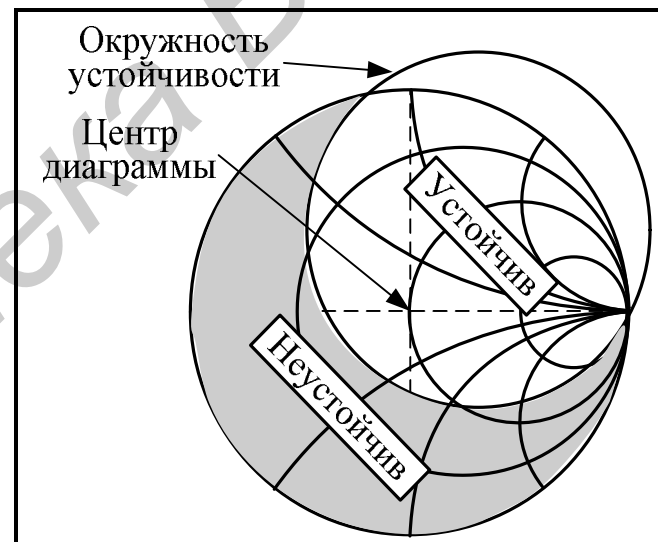


Рисунок 23

**Пример 10.** Рассчитать координаты центра нагрузочной окружности неустойчивости для транзистора с волновыми параметрами, определёнными на частоте 1,2 ГГц матрицей рассеяния:

$$S_{11} = 0,45 + j0,7794; S_{12} = 0,03 + j0,052; S_{21} = -1,5 + j2,5981; S_{22} = 0,7101 - j0,41; \Delta_s = -0,8191 + j0,369.$$

В соответствии с (8.2) координаты центра нагрузочной окружности неустойчивости равны

$$C_H = \frac{(-0,8191 - j0,369)(0,45 + j0,7794) - 0,7101 + j0,41}{|0,7101 + j0,41|^2 - |-0,8191 + j0,369|^2} = -0,4003 + j0,4631$$

Радиус окружности в соответствии с (8.3) равен

$$R_H = \frac{|0,03+j0,052| \cdot |-1,5+j2,5981|}{|0,7101+j0,41|^2 - |-0,8191+j0,369|^2} = 1,336.$$

Из рисунка 24 видно, что усилительный каскад является потенциально неустойчивым. Расчёт фактора Роллетта по формуле:

$$k_y = \frac{1 + |\Delta_s|^2 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2}{2|S_{12}S_{21}|}, \quad (8.5)$$

подтверждает это и даёт значение  $k_y = 0,9$ . Для абсолютно устойчивого каскада должно выполняться условие  $k_y > 1$ .

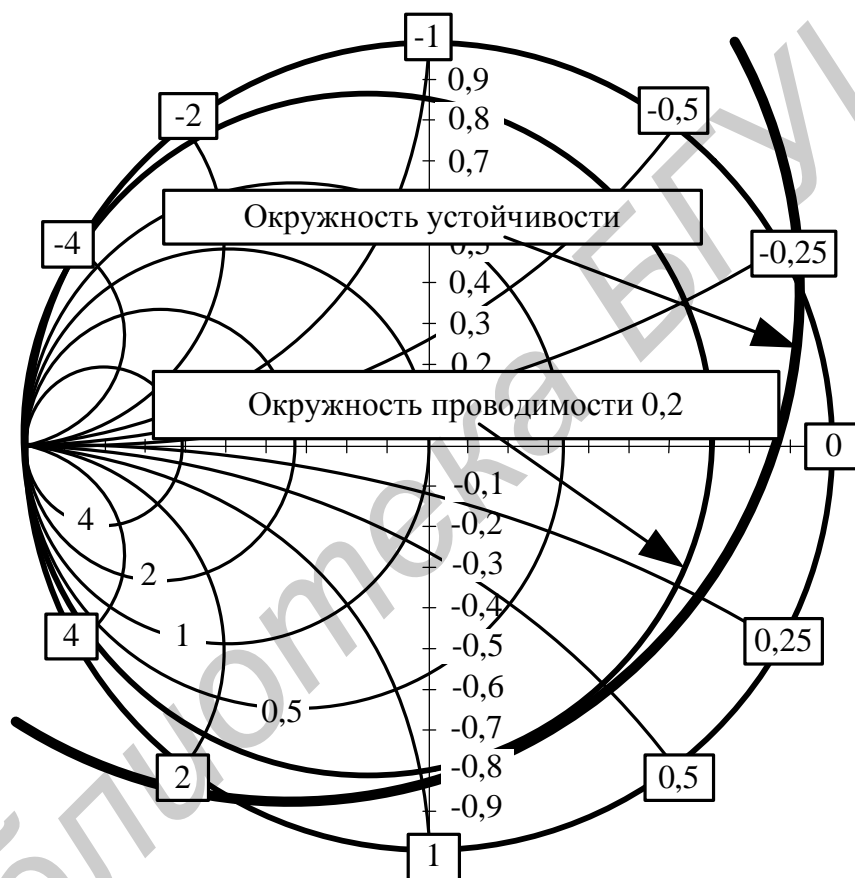


Рисунок 24

Если область неустойчивости касается некоторой окружности активных сопротивлений (например,  $R = 10$  Ом, как показано на рисунке 25), то, включая дополнительный резистор последовательно с комплексным сопротивлением нагрузкой, можно ограничить возможные значения сопротивлений нагрузки только устойчивой областью на круговой диаграмме.

Если область неустойчивости касается некоторой окружности активных проводимостей (например  $G = 0,002$  См, как показано на рисунке 26), то включая дополнительный резистор параллельно с комплексной нагрузкой, можно также ограничить возможные значения проводимостей нагрузки только устойчивой областью на круговой диаграмме. Так можно поступить в

примере 10 для устранения нежелательного перехода в область неустойчивости, ограничив устойчивую область значениями нормированной активной проводимости 0,2 См (на рисунке 24 показана жирной линией).

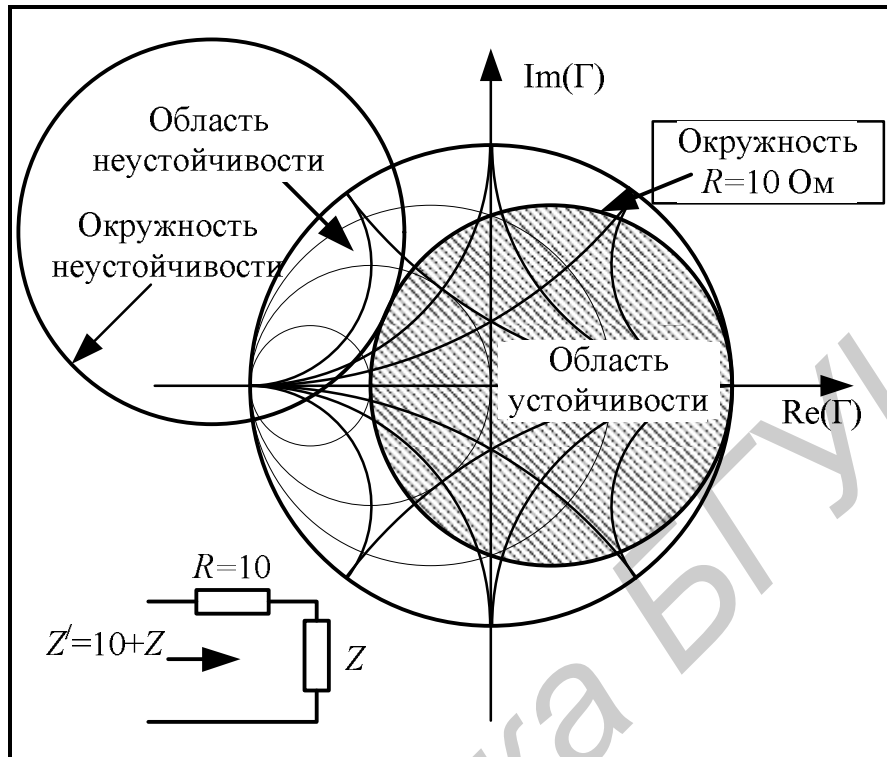


Рисунок 25

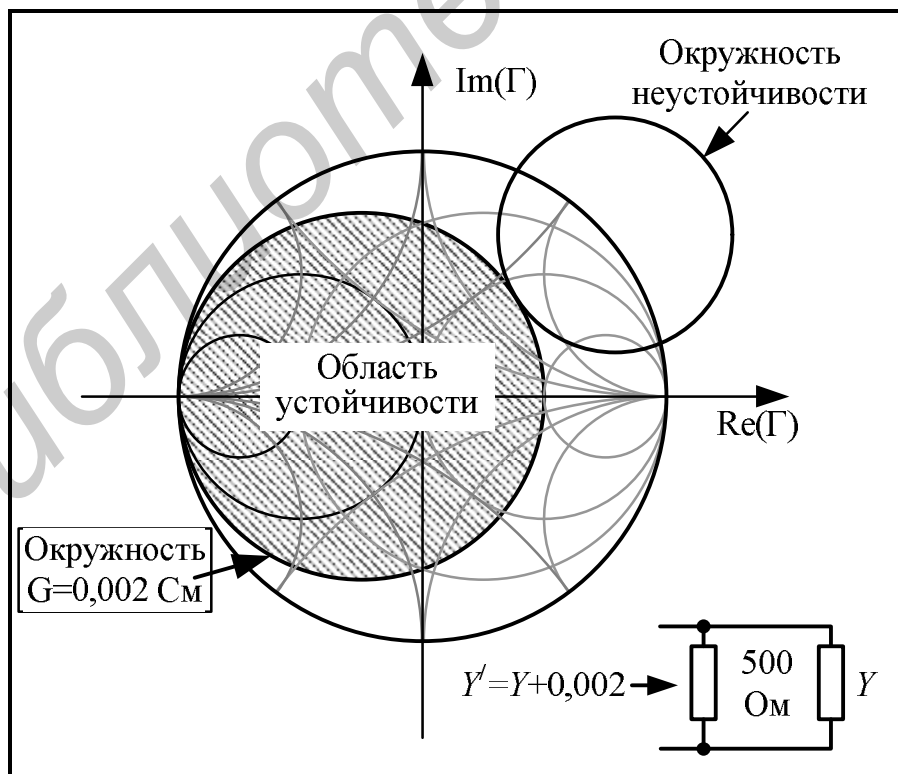


Рисунок 26

## 9 Окружности равного усиления

Номинальный коэффициент передачи по мощности при согласовании на входе ( $\Gamma_1 = \Gamma_c^*$ ) равен:

$$K_{p.c} = \frac{(1 - |\Gamma_H|^2)}{|1 - S_{22}\Gamma_H|^2 (1 - |\Gamma_1|^2)} \cdot |S_{21}|^2 = g_2 |S_{21}|^2, \quad (9.1)$$

где

$$g_2 = \frac{K_{p.c}}{|S_{21}|^2} = \frac{(1 - |\Gamma_H|^2)}{|1 - S_{22}\Gamma_H|^2 (1 - |\Gamma_1|^2)} = \frac{(1 - |\Gamma_H|^2)}{|1 - S_{22}\Gamma_H|^2 - |S_{11} - \Delta_s \Gamma_H|^2}$$

некоторое нормированное усиление.

Последнее выражение для нормированного усиления легко приводится к выражению для окружности равного усиления на нагрузочной комплексной плоскости для коэффициента отражения  $\Gamma_H$  (рисунок 27):

$$|\Gamma_H - c_{y.H}|^2 = r_{y.H}^2,$$

где  $c_{y.H}$  – координаты центра окружности:

$$c_{y.H} = \frac{g_2 C_2^*}{1 + g_2 D_2}, \quad (9.2)$$

$r_{y.H}$  – радиус окружности равного усиления:

$$r_{y.H} = \frac{\sqrt{g_2^2 |S_{12} S_{21}|^2 - 2g_2 k_y |S_{12} S_{21}| + 1}}{|1 + g_2 D_2|}, \quad (9.3)$$

$$C_2 = S_{22} - \Delta_s S_{11}^*; \quad D_2 = |S_{22}|^2 - |\Delta_s|^2. \quad (9.4)$$

Номинальный коэффициент передачи при согласовании на выходе ( $\Gamma_2 = \Gamma_H$ ) равен:

$$K_{p.H} = \frac{(1 - |\Gamma_c|^2)}{|1 - S_{11}\Gamma_c|^2 (1 - |\Gamma_2|^2)} \cdot |S_{21}|^2 = g_1 |S_{21}|^2, \quad (9.5)$$

где

$$g_1 = \frac{(1 - |\Gamma_c|^2)}{|1 - S_{11}\Gamma_c|^2 (1 - |\Gamma_2|^2)} = \frac{(1 - |\Gamma_c|^2)}{|1 - S_{11}\Gamma_c|^2 - |S_{22} - \Delta_s \Gamma_c|^2}$$

некоторое нормированное усиление.

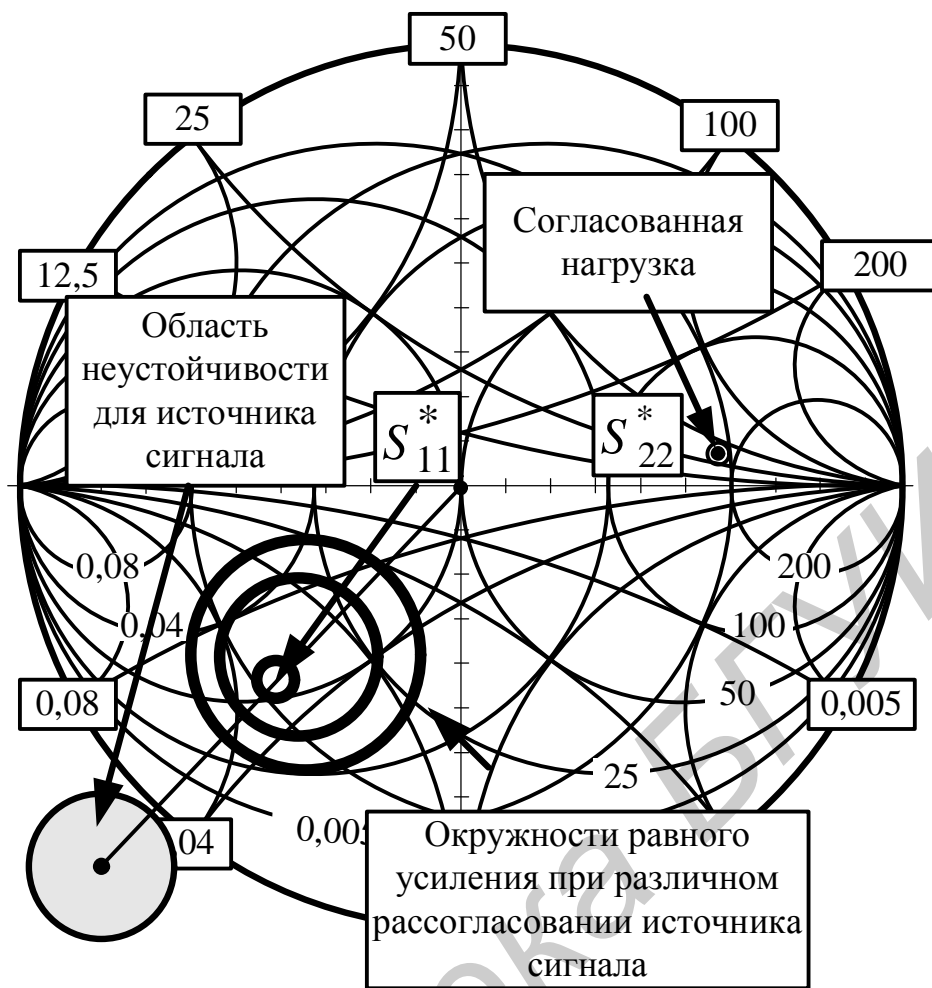


Рисунок 27

Последнее выражение для нормированного усиления приводится к выражению для окружности равного усиления на комплексной плоскости для коэффициента отражения  $\Gamma_c$ : (рисунок 28)

$$|\Gamma_c - c_{y.c}|^2 = r_{y.c}^2,$$

где  $c_{y.c}$  – координаты центра окружности:

$$c_{y.c} = \frac{g_1 C_1^*}{1 + g_1 D_1}, \quad (9.5)$$

$r_{y.c}$  – радиус окружности равного усиления:

$$r_{y.c} = \frac{\sqrt{g_1^2 |S_{12} S_{21}|^2 - 2 g_1 k_y |S_{12} S_{21}| + 1}}{|1 + g_1 D_1|}; \quad (9.6)$$

$$C_1 = S_{11} - \Delta_s S_{22}^*; \quad D_1 = |S_{11}|^2 - |\Delta_s|^2.$$

Центры окружностей равного усиления располагаются на луче, соединяющем центры соответствующей окружности неустойчивости и круговой диаграммы.

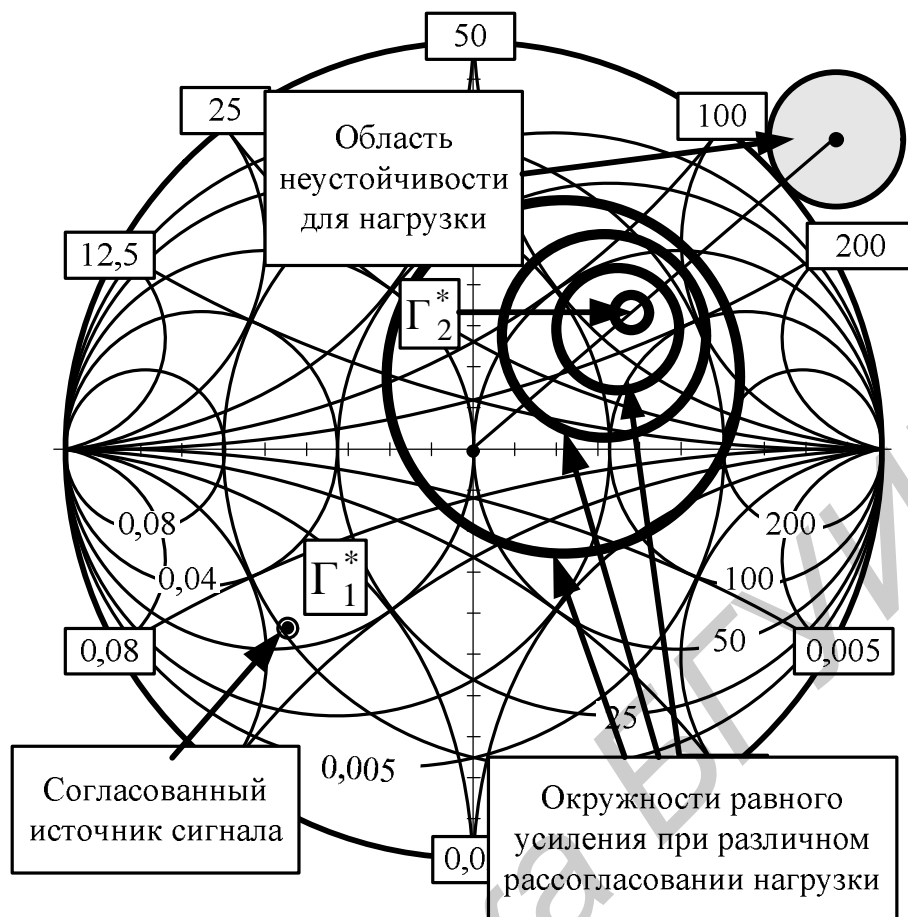


Рисунок 28

Окружности вырождаются в точку для случая одновременному согласованию по входу и выходу. Усиление при этом максимально и определяется фактором устойчивости Роллетта:

$$K_{p \max} = \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right| (k_y - \sqrt{k_y^2 - 1}). \quad (9.7)$$

**Пример 11.** По условию примера 10 построить окружность равного усиления для  $K_{p,c} = 45$ .

В соответствии с (8.5), (9.2)–(9.4) получаем:

а) фактор Роллетта равен

$$k_y = \frac{1 + |-0,8191 + j0,369|^2 - |0,45 + j0,7794|^2 - |0,7101 - j0,41|^2}{2|(0,03 + j0,052) \cdot (-1,5 + j2,5981)|} = 0,902;$$

б) дополнительный параметр

$$C_2 = (0,7101 - j0,41) - (-0,8191 + j0,369) \cdot (0,45 - j0,7794) = 0,0539 + j0,0624;$$

в) нормированное усиление

$$g_2 = \frac{45}{|-1,5 + j2,5981|^2} = 5;$$

г) координаты центра окружности равного усиления равны

$$c_{y.H} = \frac{5 \cdot (0,0539 - j0,0624)}{1 + 5 \cdot (|0,7101 - j0,41|^2 - |-0,8191 + j0,369|^2)} = 0,8262 - j0,956;$$

д) радиус окружности равного усиления

$$r_{y.H} = \frac{\sqrt{5^2 |(0,03 + j0,052) \cdot (-1,5 + j2,5981)|^2 - 2 \cdot 5 \cdot 0,902 |(0,03 + j0,052) \cdot (-1,5 + j2,5981)| + 1}}{|1 + 5 \cdot (|0,7101 - j0,41|^2 - |-0,8191 + j0,369|^2)|} = 1,3228.$$

Результат построения окружности представлен на рисунке 29.

Нагрузка, удовлетворяющая максимальной удалённости от области неустойчивости равна (коэффициент отражения рассчитан непосредственно по диаграмме):

$$\Gamma_H = -0,05 + j0,05; Z_H = 45,023 + j4,525.$$

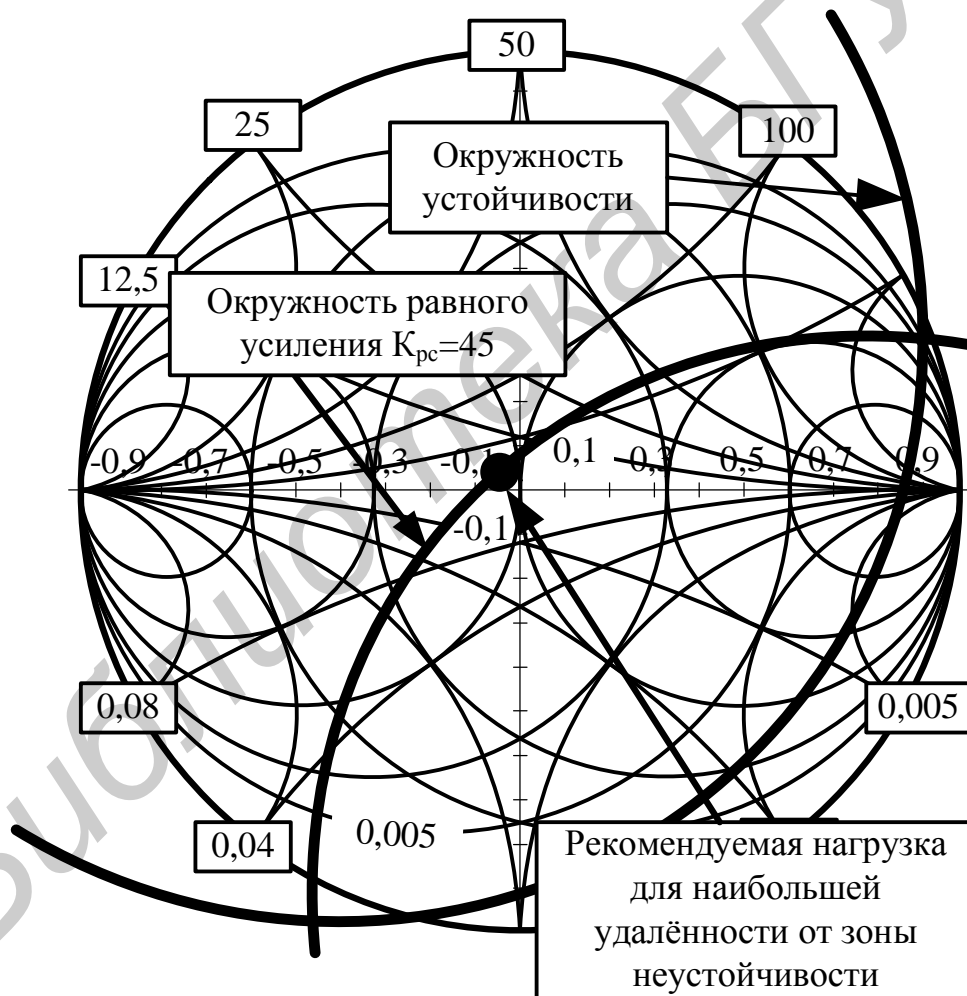


Рисунок 29



## 10 Окружности равного коэффициента шума

Минимальный коэффициент шума усилительного каскада равен:

$$K_{ш \text{ min}} = 1 + 2R_{ш} g_{с.опт}.$$

Коэффициент шума каскада при рассогласовании равен:

$$K_{ш} = K_{ш \text{ min}} + \frac{R_{ш}}{g_c} |Y_c - Y_{с.опт}|^2.$$

После перехода от проводимостей к коэффициентам отражения получим:

$$K_{ш} = K_{ш \text{ min}} + \frac{4r_{ш} |\Gamma_{с.опт} - \Gamma_c|^2}{|1 + \Gamma_{с.опт}|^2 (1 - |\Gamma_c|^2)}, \quad (10.1)$$

где  $r_{ш}$  – нормированное по отношению к сопротивлению линии передачи шумовое сопротивление:

$$r_{ш} = \frac{R_{ш}}{\rho}.$$

Если обозначить

$$N = \frac{|1 + \Gamma_{с.опт}|^2 (K_{ш} - K_{ш \text{ min}})}{4r_{ш}}, \quad (10.2)$$

то

$$\frac{|\Gamma_{с.опт} - \Gamma_c|^2}{1 - |\Gamma_c|^2} = N,$$

и после простейших преобразований получаем уравнение окружности для равных значений коэффициента шума в следующем виде (рисунок 30):

$$\left| \Gamma_c - \frac{\Gamma_{с.опт}}{N+1} \right|^2 = \frac{N^2 + N(1 - |\Gamma_{с.опт}|^2)}{(N+1)^2},$$

где координаты центра окружности определяются выражением

$$c_{с.ш} = \frac{\Gamma_{с.опт}}{N+1}, \quad (10.3)$$

а ее радиус равен

$$r_{с.ш} = \frac{\sqrt{N^2 + N(1 - |\Gamma_{с.опт}|^2)}}{N+1}. \quad (10.4)$$

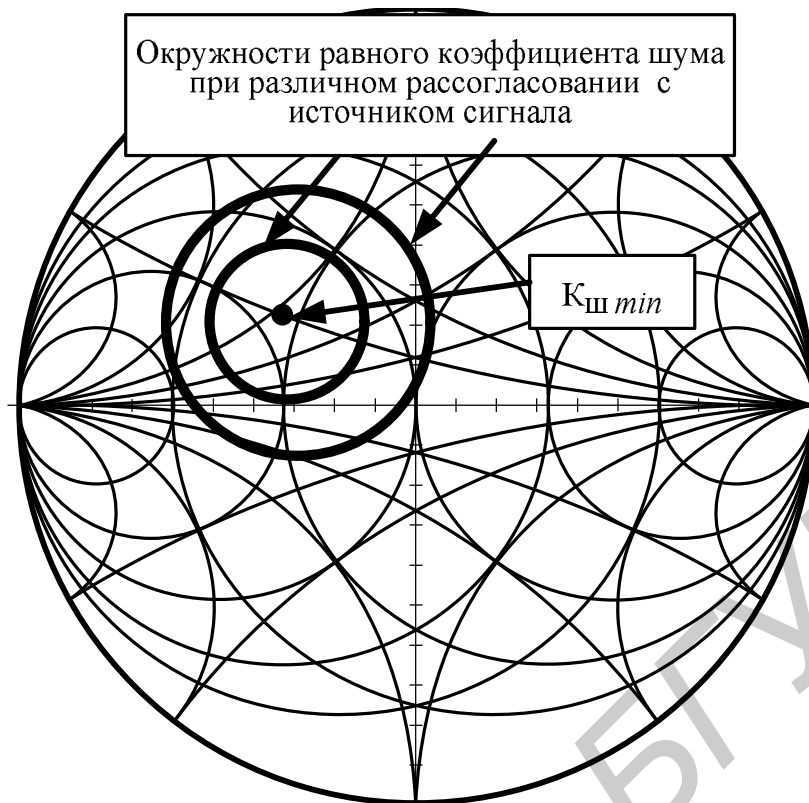


Рисунок 30

**Пример 12.** Рассчитать окружность равного коэффициента шума величиной 3,8 дБ (2,399 единиц). Транзистор характеризуется следующими параметрами на частоте 4 ГГц:  $S_{11} = -0,305 + j0,191$ ;  $S_{12} = 0,082 + j0,074$ ;  $S_{21} = 1,399 + j0,713$ ;  $S_{22} = 0,294 - j0,602$ ;  $R_{ш} = 20$  Ом;  $K_{ш.min} = 1,905 = 2,8$  дБ при  $\Gamma_{с.опт} = -0,3386 - j0,1725$ .

На основании (10.2) – (10.4) получаем:

а) дополнительный параметр равен

$$N = \frac{50 \cdot |1 + (-0,3386 - j0,1725)|^2 (2,399 - 1,905)}{4 \cdot 20} = 0,14425;$$

б) координаты центра окружности равного коэффициента шума равны

$$c_{с.ш} = \frac{-0,3386 - j0,1725}{0,14425 + 1} = -0,296 - j0,151;$$

в) радиус окружности равного коэффициента шума равен

$$r_{с.ш} = \frac{\sqrt{0,14425^2 + 0,14425(1 - |-0,3386 - j0,1725|^2)}}{0,14425 + 1} = 0,332 .$$

Результат построения окружности равного коэффициента шума представлен на рисунке 31.

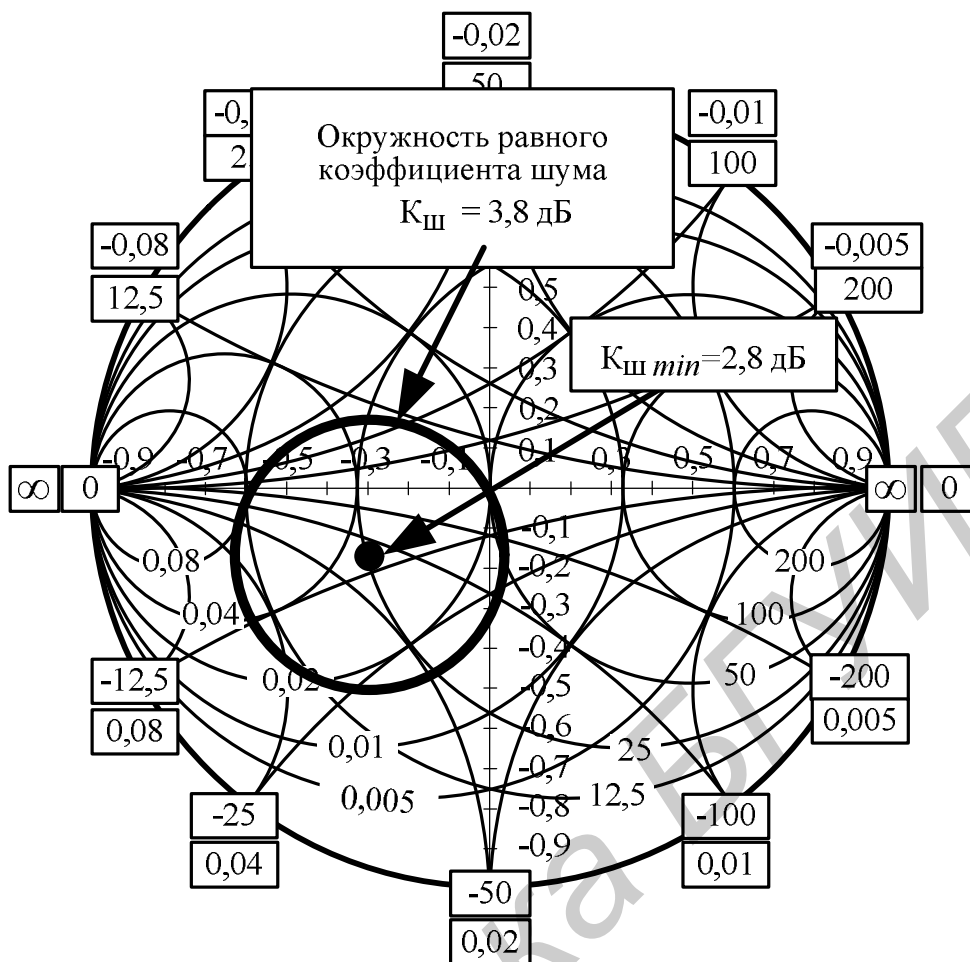


Рисунок 31

## 11 Окружности равных значений коэффициента рассогласования

Рассогласование по входу усилительного каскада характеризуется коэффициентом рассогласования  $M_{\text{вх}}$ :

$$M_{\text{вх}} = \frac{(1 - |\Gamma_c|^2)(1 - |\Gamma_1|^2)}{|1 - \Gamma_c \Gamma_1|^2}. \quad (11.1)$$

Причём номинальный коэффициент передачи по мощности равен

$$K_p = K_{p.c} M_{\text{вх}}, \quad (11.2)$$

где  $K_{p.c}$  - коэффициент передачи при согласовании на входе  $\Gamma_1 = \Gamma_c^*$ .

Входной коэффициент рассогласования связан с КСВН на входе соотношением

$$M_{\text{вх}} = 1 - \left( \frac{\text{КСВН}_{\text{вх}} - 1}{\text{КСВН}_{\text{вх}} + 1} \right)^2 \quad (11.3)$$

или

$$КСВН_{ВХ} = \frac{1 + \sqrt{1 - M_{ВХ}}}{1 - \sqrt{1 - M_{ВХ}}}$$

Координаты центра окружности равных значений входного коэффициента рассогласования (или КСВН) определяются в соответствии с выражением

$$c_{ВХ} = \frac{M_{ВХ} \Gamma_1^*}{1 - (1 - M_{ВХ}) |\Gamma_1|^2} \quad (11.4)$$

Радиус окружности равен

$$r_{ВХ} = \frac{\sqrt{1 - M_{ВХ}} \left( (1 - |\Gamma_1|^2) \right)}{1 - (1 - M_{ВХ}) |\Gamma_1|^2} \quad (11.5)$$

**Пример 13.** Проанализировать окружности равного усиления, устойчивости и рассогласования для полевого транзистора, который характеризуется следующими параметрами на частоте 1,5 ГГц:  $S_{11} = 0,8e^{-j140}$ ;  $S_{12} = 0,2e^{j30}$ ;  $S_{21} = 2,8e^{j60}$ ;  $S_{22} = 0,2e^{j150}$ . Рассчитать сопротивления источника сигнала и нагрузки. Ожидаемое усиление по мощности 10,79 дБ (12 единиц). Допустимое значение входного КСВН=1,6.

В результате расчёта получаем следующие результаты:

а) фактор Роллетта из (8.5) равен

$$k_y = \frac{1 + \left| 0,8e^{-j140} \cdot 0,2e^{j150} - 0,2e^{j30} \cdot 2,8e^{j60} \right|^2 - 0,8^2 - 0,2^2}{2|0,2 \cdot 0,8|} = 0,561;$$

следовательно, усилитель является потенциально неустойчивым;

б) максимальное устойчивое усиление по формуле (9.7) при  $k_y=1$  равно

$$K_{p \max} = \left| \frac{2,8}{0,2} \right| (1 - \sqrt{1^2 - 1}) = 14 \text{ или } 11,46 \text{ дБ};$$

в) на плоскости для коэффициента отражения  $\Gamma_H$  (рисунок 32), исходя из окружностей устойчивости и равного усиления (расчёт окружностей выполнен по методике, рассмотренной в примерах 10 и 11, и в данном примере не приводится), выбираем подходящее значение коэффициента отражения  $\Gamma_H = 0,54e^{-j84,8}$ ;

г) по (8.1) рассчитываем входной коэффициент отражения

$$\Gamma_1 = 0,8e^{-j140} + \frac{0,2e^{j30} \cdot 2,8e^{j60} \cdot 0,54e^{-j84,8}}{1 - 0,2e^{j150} \cdot 0,54e^{-j84,8}} = 0,54e^{+j84,8} = -0,304 - j0,454;$$

г) коэффициент рассогласования равен (11.3)

$$M_{ВХ} = 1 - \left( \frac{1,6 - 1}{1,6 + 1} \right)^2 = 0,947;$$

д) координаты центра окружности равного рассогласования (11.4)

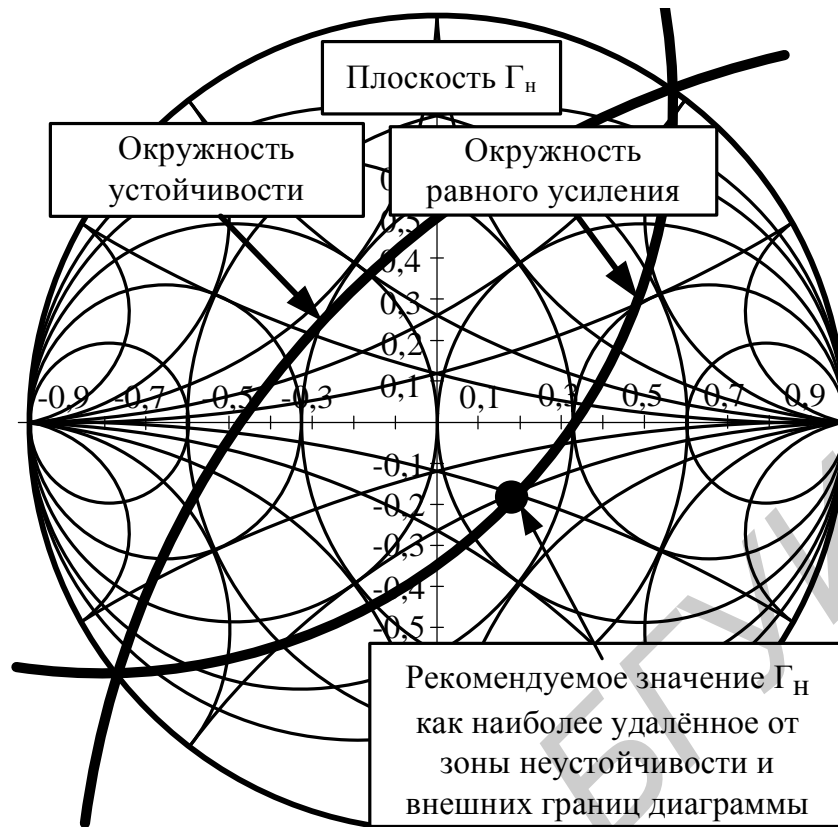


Рисунок 32

$$c_{\text{ВХ}} = \frac{0,947 \cdot (-0,304 + j0,454)}{1 - (1 - 0,947) |-0,304 - j0,454|^2} = -0,475 + j0,401;$$

е) радиус окружности равного рассогласования из (11.5) равен

$$r_{\text{ВХ}} = \frac{\sqrt{1 - 0,947} \left( (1 - |-0,304 - j0,454|^2) \right)}{1 - (1 - 0,947) |-0,304 - j0,454|^2} = 0,139;$$

ж) на плоскости для коэффициента отражения  $\Gamma_c$  (рисунок 33), исходя из окружности устойчивости (расчёт окружности выполнен по методике, рассмотренной в примере 10, и в данном примере не приводится) и окружности равного рассогласования, выбираем подходящее значение коэффициента отражения  $\Gamma_c = 0,48e^{-j142,1}$ , рассчитываем  $Z_c = 19,24 + j14,81$  и  $Z_H = 61,71 - j30,79$ ;

з) из (11.2) определяем, что в наихудшем случае усиление составит

$$K_p = 12 \cdot 0,947 = 11,364.$$

**Пример 14.** Исходя из условий одновременного согласования по входу и выходу, окружностей равного рассогласования и коэффициента шума определить оптимальные значения сопротивлений источника сигнала и нагрузки. Биполярный транзистор характеризуется следующими параметрами на частоте 2,4 ГГц:  $S_{11} = 0,3e^{j30} = 0,26 + j0,15$ ;  $S_{12} = 0,2e^{-j60} = 0,1 - j0,173$ ;  $S_{21} = 2,5e^{-j80} = 0,434 - j2,462$ ;  $S_{22} = 0,2e^{-j15} = 0,193 - j0,052$ ;  $\Delta_s = 0,4405 + j0,3367$ .

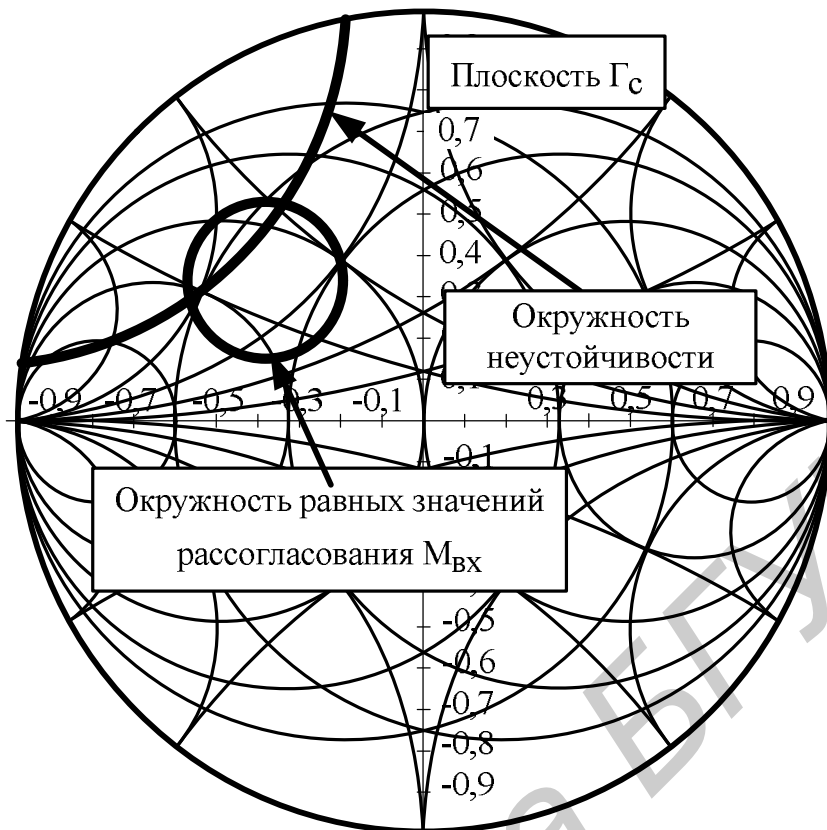


Рисунок 33

Минимальный коэффициент шума –  $K_{ш \min} = 1,7$  дБ; шумовое сопротивление –  $R_{ш} = 4$  Ом;  $\Gamma_{с, \text{опт}} = 0,5e^{j45}$ . Ожидаемое усиление по мощности – 8 дБ, допустимое значение входного КСВН – 2,0; допустимое значение коэффициента шума – 2 дБ.

В результате расчёта получаем следующие результаты:

а) фактор Роллетта из (8.5) равен

$$k_y = \frac{1 + |0,4405 + j0,3367|^2 - 0,3^2 - 0,2^2}{2 \cdot 0,2 \cdot 2,5} = 1,178;$$

б) максимальное устойчивое усиление при одновременном согласовании по входу и выходу из (9.7) равно

$$K_{уст \max} = \left| \frac{2,5}{0,2} \right| (1,178 - \sqrt{1,178^2 - 1}) = 6,942 \text{ или } (8,42 \text{ дБ});$$

в) оптимальный коэффициент отражения по входу [5] равен

$$\Gamma_c = \frac{\&_1^*}{2|\&_1|^2} \left[ \&_1 \pm \sqrt{\&_1^2 - 4|\&_1|^2} \right],$$

где  $\&_1 = 1 - |S_{22}|^2 + |S_{11}|^2 - |\Delta_s|^2$ ;

$$\&_1 = S_{11} - S_{22}^* \Delta_s.$$

Рассчитываем дополнительные параметры:

$$\mathcal{R}_1 = 1 - |0,193 - j0,052|^2 + |0,1 - j0,173|^2 - |0,4405 + j0,3367|^2 = 0,742;$$

$$\mathcal{R}_1 = (0,26 + j0,15) - (0,193 + j0,052) \cdot (0,4405 + j0,3367) = 0,1925 + j0,0621.$$

В результате получаем:

$$\Gamma_c = \frac{0,1925 - j0,0621}{2 \cdot |0,1925 + j0,0621|^2} \left[ 0,742 \pm \sqrt{0,742^2 - 4 \cdot |0,1925 + j0,0621|^2} \right] = 0,2823 - j0,0911,$$

а входной коэффициент отражения равен

$$\Gamma_1 = \Gamma_c^* = 0,2823 + j0,0911.$$

г) оптимальный коэффициент отражения по выходу

$$\Gamma_H = \frac{\mathcal{R}_2^*}{2|\mathcal{R}_2|^2} \left[ \mathcal{R}_2 \pm \sqrt{\mathcal{R}_2 - 4|\mathcal{R}_2|^2} \right],$$

где  $\mathcal{R}_2 = 1 - |S_{11}|^2 + |S_{22}|^2 - |\Delta_s|^2$ ;

$$\mathcal{R}_2 = S_{22} - S_{11}^* \Delta_s.$$

Рассчитываем дополнительные параметры:

$$\mathcal{R}_2 = 1 - |0,1 - j0,173|^2 + |0,193 - j0,052|^2 - |0,4405 + j0,3367|^2 = 0,6926;$$

$$\mathcal{R}_2 = (0,193 - j0,052) - (0,26 - j0,15) \cdot (0,4405 + j0,3367) = 0,0280 - j0,0735.$$

В результате получаем:

$$\Gamma_H = \frac{0,0280 + j0,0735}{2 \cdot |0,0280 - j0,0735|^2} \left[ 0,6926 \pm \sqrt{0,6926^2 - 4 \cdot |0,0280 - j0,0735|^2} \right] = 0,0410 + j0,1075.$$

д) рассчитываем параметры источника сигнала и нагрузки по формулам

$$Z_\Gamma = Z_0 \frac{1 + \Gamma_c}{1 - \Gamma_c}; \quad Z_H = Z_0 \frac{1 + \Gamma_H}{1 - \Gamma_H}.$$

При 50-Омной линии передачи ( $Z_0 = 50$  Ом) расчёт даёт следующие значения:

$$Z_\Gamma = 87,1246 - j17,4057; \quad Z_H = 52,9813 + j11,5438;$$

е) рассчитываем окружность равного рассогласования (см. рисунок 34):  
для КСВН = 2,0

$$r_{\text{ВХ}} = 0,3071; \quad c_{\text{ВХ}} = 0,253 - j0,082.$$

Для КСВН = 1,8

$$r_{\text{ВХ}} = 0,262; \quad c_{\text{ВХ}} = 0,26 - j0,084;$$

ж) рассчитываем окружность равного коэффициента шума:

$$\text{для } K_{\text{ш}} = 1,8 \text{ дБ}; \quad r_{\text{с.ш}} = 0,248; \quad c_{\text{с.ш}} = 0,325 + j0,325;$$

$$\text{для } K_{\text{ш}} = 2,0 \text{ дБ}; \quad r_{\text{с.ш}} = 0,408; \quad c_{\text{с.ш}} = 0,28 + j0,28.$$

Из рисунка 34 видно, что рассчитанное значение  $\Gamma_c$  удовлетворяет требованиям КСВН < 2,0 и допустимому значению коэффициента шума менее

2 дБ. Окончательно получаем, что  $K_p = 6,942$  (8,42 дБ);  $K_{СВН} = 1$  и  $K_{Ш} = 1,2523$  (1,95 дБ).

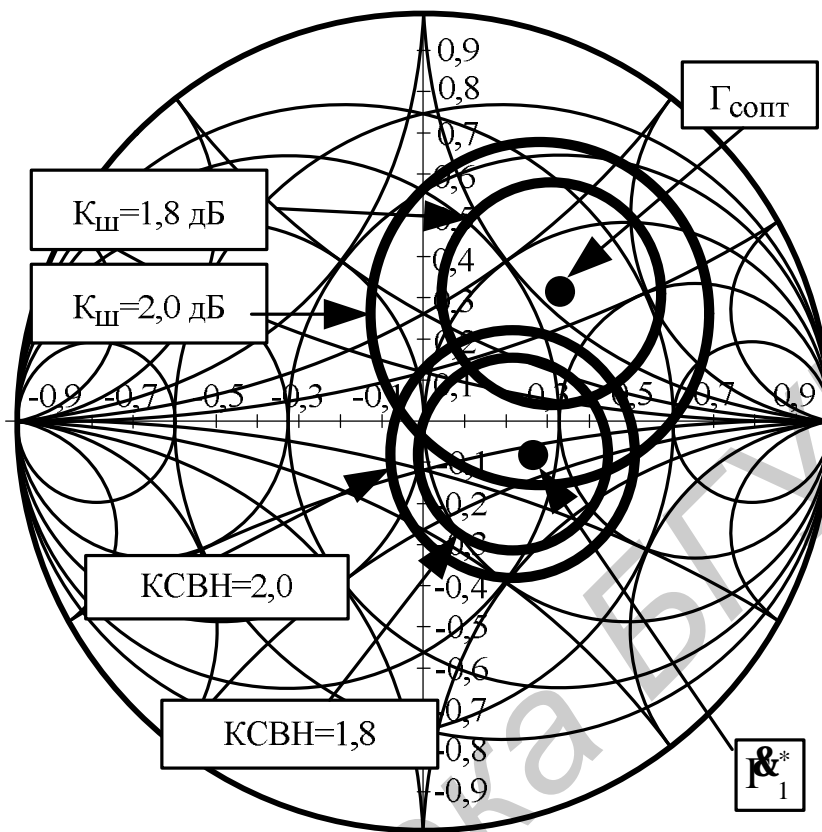


Рисунок 34

### Литература

1. Introduction to the Smith Chart [Электронный ресурс]. Режим доступа: [Http://www.amanogawa.com/archive/docs/G-tutorial.pdf](http://www.amanogawa.com/archive/docs/G-tutorial.pdf)
2. Fabian Kung Wai Lee. Small-Signal Amplifier Gain and Stability. – Multimedia University, Faculty of Engineering, Jalan Multimedia, 63100 Cyberjaya, Selangor, Malaysia [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [Http://pesona.mmu.edu.my/~wlkung/ADS/rf/lesson7.pdf](http://pesona.mmu.edu.my/~wlkung/ADS/rf/lesson7.pdf)
3. Шипков, Г.А. Задачник по антенно-фидерным устройствам. М.: Высшая школа. – 1966.
4. Smith-Chart and S-Plot software tools V.2.03 / F. Dellsperger, J. Tschirren, R. Wetzel, M. Aebersold, M. Baud. – Berne University of Applied Sciences. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [Http://www.fritz.dellsperger.net/Downloads/Setup\\_smith.exe](http://www.fritz.dellsperger.net/Downloads/Setup_smith.exe).
5. Курочкин, А.Е. Электронный учебно-методический комплекс по дисциплине Радиоприёмные устройства [Электронный ресурс]. – Минск, 2006. – Режим доступа: [http://abitur.bsuir.unibel.by/m/12\\_116608\\_1\\_50347.pdf](http://abitur.bsuir.unibel.by/m/12_116608_1_50347.pdf).



Учебное издание

**Курочкин Александр Евдокимович**

**ДИАГРАММА ВОЛЬПЕРТА–СМИТА. АНАЛИЗ И РАСЧЁТ  
ХАРАКТЕРИСТИК УСИЛИТЕЛЕЙ РАДИОСИГНАЛОВ**

Методическое пособие

по дисциплине «Радиоприемные устройства»  
для студентов специальностей «Радиотехника», «Радиоэлектронные системы»,  
«Радиоинформатика», «Радиоэлектронная защита информации»  
дневной формы обучения

Редактор Н. В. Гриневич

---

Подписано в печать 00.00.2000.  
Гарнитура «Таймс».  
Уч.-изд. л. 2,2.

Формат 60×84 1/16.  
Печать ризографическая.  
Тираж 150 экз.

Бумага офсетная  
Усл. печ. л. 2,5  
Заказ 23.

---

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»  
ЛИ №02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП №02330/0131666 от 30.04.2004  
220013, Минск, П. Бровки, 6