

**ЭЛЕКТРОНИКА**

УДК 621.396.96

**СОПОСТАВЛЕНИЕ МЕТОДОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОДНОЗНАЧНОЙ ЧАСТОТЫ ДОПЛЕРА В ИМПУЛЬСНО-ДОПЛЕРОВСКИХ РЛС ОБЗОРА**

С.А. ГОРШКОВ, В.Н. ЗАВИЖЕНЕЦ

*Военная академия Республики Беларусь  
Минск 220057, Беларусь**Поступила в редакцию 22 марта 2006*

Рассмотрены различные методы восстановления однозначных оценок частоты Доплера объекта в импульсно-доплеровских РЛС обзора. Путем математического моделирования работы устройств получены характеристики методов и проведено их сопоставление.

*Ключевые слова:* восстановление однозначности, оценка частоты Доплера.

**Введение**

Когерентная или частично когерентная обработка принятого сигнала с извлечением информации о частоте Доплера повышает качество решения большинства задач радиолокационного наблюдения [1, 2]. Вместе с тем в современных импульсно-доплеровских РЛС обзора средней и большой дальности данная информация после решения с тем или иным качеством задач селекции в дальнейшем не используется [3]. Это обусловлено существующими проблемами решения задачи устранения неоднозначности по частоте в реальном масштабе времени по большому числу объектов на фоне помех. Известные и широко использующиеся в РЛС сопровождения методы, такие как нониусный или основанные на китайской теореме об остатках, оказываются неэффективными при невысоком качестве разового оценивания или не позволяют организовать обработку в реальном масштабе времени [1, 4, 5].

Целью статьи является разработка новых методов восстановления однозначной частоты Доплера в импульсно-доплеровских РЛС обзора и их сопоставительный анализ.

Ниже рассмотрены: метод размножения неоднозначных оценок (разд. 1), модифицированный нониусный метод (разд. 2). В разд. 3 проведен анализ характеристик и сопоставление разработанных методов. В заключении результаты проведенных исследований обобщаются.

**Метод размножения неоднозначных оценок**

В основе этого метода лежит идея корреляционного способа восстановления истинной дальности по совокупности неоднозначных оценок [5]. Метод заключается в определении полигауссовской результирующей плотности распределения частоты Доплера  $p(F_\delta | \mathbf{F}_{\text{дн}})$  и оценки этой частоты ( $\hat{F}_\delta$ ):

$$\hat{F}_\delta = \arg \max_{F_\delta} p(F_\delta | \mathbf{F}_{\text{дн}}), \quad (1)$$

где  $\mathbf{F}_{\text{дн}} = \left\| \hat{F}_{\text{дн}1} \hat{F}_{\text{дн}2} \dots \hat{F}_{\text{дн}N} \right\|^m$  — вектор неоднозначных оценок;  $N$  — число оценок на различных частотах повторения.

Полигауссовскую плотность  $p(F_{\text{д}} | \mathbf{F}_{\text{дн}})$  можно представить в виде произведения не обязательно нормированных полигауссовских функций правдоподобия возможных частот Доплера  $p(F_{\text{дн}i} | F_{\text{д}})$ , определенных для  $i$ -х ( $i = \overline{1, N}$ ) частот повторения  $F_{\text{д}i}$ :

$$p(F_{\text{д}} | \mathbf{F}_{\text{дн}}) = \frac{1}{K_{\text{норм}}} \prod_{i=1}^N p(F_{\text{дн}i} | F_{\text{д}}), \quad (2)$$

где  $K_{\text{норм}} = \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^N p(F_{\text{дн}i} | F_{\text{д}}) dF_{\text{д}}$  — нормирующий коэффициент.

Полигауссовская функция правдоподобия  $p(F_{\text{дн}i} | F_{\text{д}})$  для оценки возможной частоты Доплера на  $i$ -й частоте повторения представляет собой сумму  $2k_{\text{макс}i}$  гауссовских плотностей вероятности с математическими ожиданиями  $(F_{\text{дн}i} + F_{\text{д}i}k)$ ,  $k = -k_{\text{макс}i}, \dots, (k_{\text{макс}i} - 1)$  и дисперсиями равными дисперсии ошибок разовых оценок неоднозначной частоты  $\sigma_{\text{дн}i}^2$ :

$$p(F_{\text{дн}i} | F_{\text{д}}) = \frac{1}{2k_{\text{макс}i}} \sum_{k=-k_{\text{макс}i}}^{k_{\text{макс}i}-1} \frac{1}{\sigma_{\text{дн}i} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[F_{\text{д}} - (F_{\text{дн}i} + F_{\text{д}i}k)]^2}{2\sigma_{\text{дн}i}^2}\right). \quad (3)$$

Здесь под  $k_{\text{макс}i}$  понимается максимальное целое число вложений частоты повторения  $F_{\text{д}i}$  на интервале от нуля до максимально возможного значения частоты Доплера аэродинамического объекта  $F_{\text{дмакс}}$ . Определить  $k_{\text{макс}i}$  можно по выражению

$$k_{\text{макс}i} = \text{int}\{F_{\text{дмакс}} / F_{\text{д}i}\}, \quad (4)$$

где  $\text{int}\{\bullet\}$  обозначает операцию взятия целой части от числа.

Пояснить суть метода размножения неоднозначных оценок можно при помощи рис. 1.

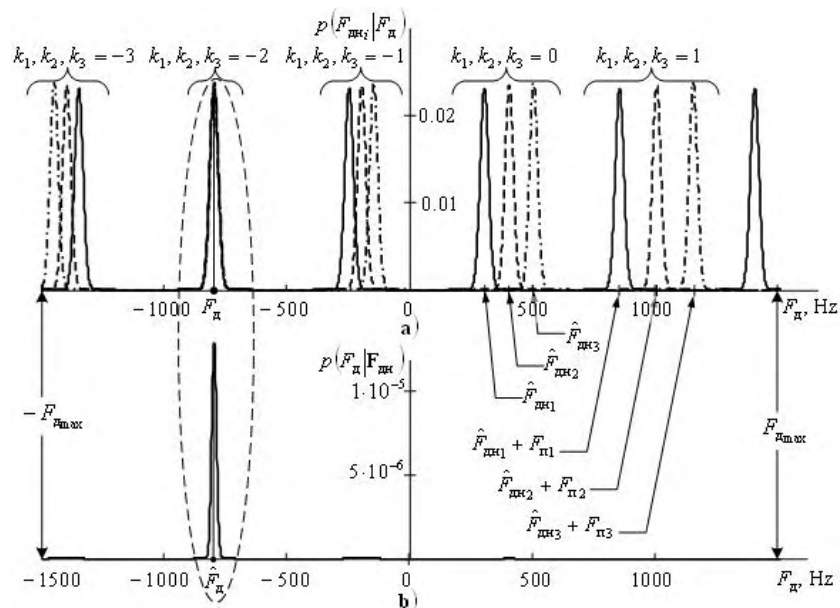


Рис. 1. Восстановление частоты Доплера методом размножения неоднозначных оценок

На рис. 1,а представлены полигауссовские функции правдоподобия возможных частот Доплера, сформированные по неоднозначным оценкам для трех частот повторения (550 Гц — сплошная линия, 600 Гц — штриховая линия, 650 Гц — штрихпунктирная линия) при истинном значении частоты Доплера  $F_d$ , равном 789 Гц. Коэффициенты  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  показывают величину возможного смещения гауссовских оценок на  $k_1 F_{\Pi_1}$ ,  $k_2 F_{\Pi_2}$ ,  $k_3 F_{\Pi_3}$  соответственно. При  $k_1 = k_2 = k_3 = 0$  математические ожидания распределения соответствуют исходным неоднозначным оценкам. Дисперсии оценок неоднозначной частоты определяются отношением сигнал шум  $\mu$  на импульс, числом когерентно накопленных импульсов (числом точек ДПФ) и значением частоты повторения. На рис. 1,б изображена результирующая плотность  $p(F_\delta | \mathbf{F}_{\text{дн}})$  вида (2), каждая точка которой является результатом произведения полигауссовских функций правдоподобия возможных частот Доплера  $p(F_{\text{дн}1} | F_d)$ ,  $p(F_{\text{дн}2} | F_d)$  и  $p(F_{\text{дн}3} | F_d)$ . Поскольку частота Доплера в равной степени может быть как положительной, так и отрицательной, то поиск максимума проводится в полосе от  $-F_{\text{дн} \max}$  до  $F_{\text{дн} \max}$ , где  $F_{\text{дн} \max} = 1500$  Гц. Результирующая оценка вида (1) соответствует максимуму плотности (2) и равна 800 Гц.

### Модифицированный нониусный метод

Названный метод представляет собой сочетание рассмотренного выше и известного нониусного [5, 6] методов. Оценка однозначной частоты Доплера реализуется аналогично методу размножения неоднозначных оценок в соответствии с выражением (1). Полигауссовская результирующая плотность однозначной частоты Доплера  $p(F_\delta | \mathbf{F}_{\text{дн}})$  равна

$$p(F_\delta | \mathbf{F}_{\text{дн}}) = \frac{1}{K_{\text{норм}}} \prod_{n=1}^{N-1} \prod_{m=n+1}^N p(F_{\text{дн}n}, F_{\text{дн}m} | F_\delta), \quad (5)$$

где  $K_{\text{норм}}$  — нормирующий коэффициент;  $p(F_{\text{дн}n}, F_{\text{дн}m} | F_d)$  — функция правдоподобия возможной частоты Доплера, определенная нониусным методом для пары частот  $n$  и  $m$ , а затем размноженная. Общее число функций правдоподобия равно числу пар ( $N_{\text{пар}}$ ), которые можно составить из  $N$  оценок, и определяется числом сочетаний из  $N$  по 2:  $N_{\text{пар}} = N(N-1)/2$ .

Функция  $p(F_{\text{дн}n}, F_{\text{дн}m} | F_d)$  для пары частот повторения ( $F_{\Pi_n}$ ,  $F_{\Pi_m}$ ) представляет собой сумму гауссовских плотностей вероятности:

$$p(F_{\text{дн}n}, F_{\text{дн}m} | F_d) = \frac{1}{2\Delta k_{n/m \max} + 1} \sum_{l=-\Delta k_{n/m \max}}^{\Delta k_{n/m \max}} \frac{1}{\sigma_{\text{дв}n/m}^2 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[F_d - F_{\text{дв}n/m}^{(l)}]^2}{2\sigma_{\text{дв}n/m}^2}\right), \quad (6)$$

где  $\Delta k_{n/m \max}$  максимально возможное значение разности целого числа вложений, равно:

$$\Delta k_{n/m \max} = \begin{cases} k_{n \max} - \text{int}\{k_{n \max} F_{\Pi_n} / F_{\Pi_m}\}, & \text{если } k_{n \max} > k_{m \max}, \\ \text{int}\{k_{m \max} F_{\Pi_m} / F_{\Pi_n}\} - k_{m \max}, & \text{если } k_{n \max} < k_{m \max}. \end{cases} \quad (7)$$

Значения  $k_{n \max}$  и  $k_{m \max}$  рассчитываются в соответствии с выражением (4) для частот повторения  $F_{\text{дн}n}$  и  $F_{\text{дн}m}$ . Математическими ожиданиями плотностей (6) являются значения возможных частот Доплера  $F_{\text{дв}n/m}^{(l)}$ :

$$F_{\text{дв}n/m}^{(l)} = \frac{-F_{\Pi_m} l - (F_{\text{дн}n} - F_{\text{дн}m})}{F_{\Pi_n} - F_{\Pi_m}} F_{\Pi_n} + F_{\text{дн}n}, \quad (8)$$

зависящие от текущего значения разности коэффициентов кратности  $l = -\Delta k_{n/m_{\max}}, \dots, \Delta k_{n/m_{\max}}$ .

Можно показать, что дисперсия  $\sigma_{\text{дв}_{n/m}}^2$  возможной частоты Доплера рассчитывается в соответствии с выражением:

$$\sigma_{\text{дв}_{n/m}}^2 = \left( F_{\pi_m} \sigma_{\text{дн}_n} / (F_{\pi_n} - F_{\pi_m}) \right)^2 + \left( F_{\pi_n} \sigma_{\text{дн}_m} / (F_{\pi_n} - F_{\pi_m}) \right)^2, \quad (9)$$

где  $\sigma_{\text{дн}_n}^2$ ,  $\sigma_{\text{дн}_m}^2$  — дисперсии ошибок оценивания неоднозначной частоты.

Из выражения (8) при  $l = 0$  следует соотношение для нониусного метода [6]:

$$F_{\text{дв}_{n/m}}^{(0)} = F_{\text{дн}_n} + F_{\pi_n} (F_{\text{дн}_m} - F_{\text{дн}_n}) / (F_{\pi_n} - F_{\pi_m}). \quad (10)$$

Работа рассмотренного метода поясняется рис. 2. На рис. 2,а показана совокупность функций правдоподобия возможной частоты Доплера, рассчитанная в соответствии с (5) для варианта получения оценок на трех частотах повторения (550, 600, 650 Гц). Следует отметить, что большей разности  $F_{\pi_n} - F_{\pi_m}$  соответствует меньший интервал между возможными решениями (он равняется однозначной частоте для нониусного метода [6]) и меньшее значение  $\sigma_{\text{дв}_{n/m}}^2$  (см. (9)). В сравнении с предыдущим методом (размножения неоднозначных оценок), в данном варианте предлагается значительно меньшее число возможных частот Доплера, но с увеличенной дисперсией (как это следует из анализа (9)). Результирующая оценка определяется в соответствии с (1) как математическое ожидание максимального пика плотности (5), как это показано на рис. 2,б.

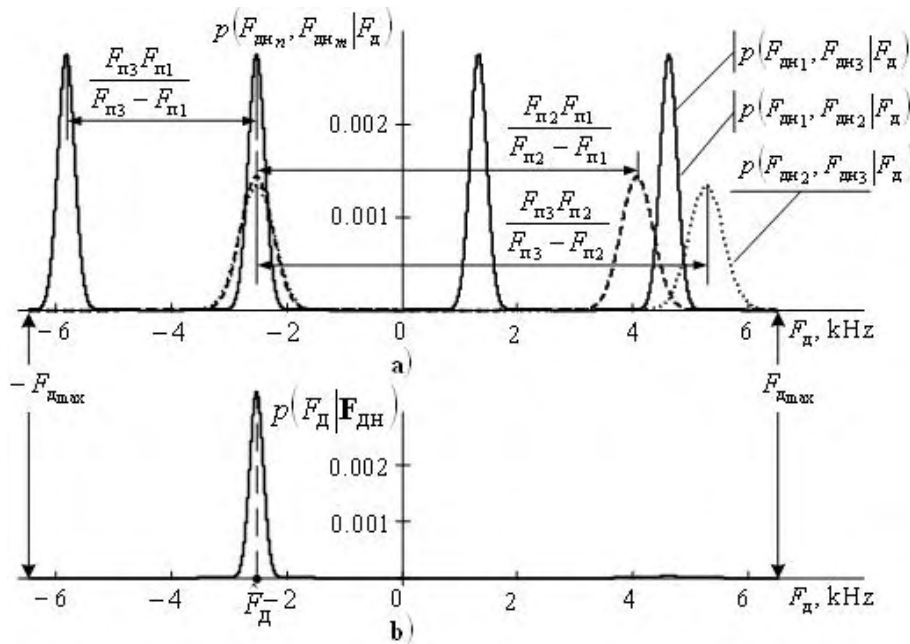


Рис. 2. Восстановление частоты Доплера модифицированным нониусным методом

### Анализ характеристик и сопоставление методов

Сопоставление рассмотренных методов восстановления истинной частоты Доплера проводилось методом математического моделирования.

**Исходные данные и условия моделирования.** Для оценки эффективности предложенных методов восстановления частоты исследовались следующие показатели:

- дисперсия (СКО) ошибки восстановления;
- вероятности правильного обнаружения-восстановления.

В качестве входного воздействия использовался результат ДПФ на каждой из частот повторения при отношениях сигнал шум по мощности ( $\mu$ ) от 0,25 до 10,25 с шагом 0,5. Восстановление однозначного значения производилось при условии выполнения критерия обнаружения отраженного сигнала от объекта на  $k$  частотах повторения из  $n$ , где  $n=4$ ,  $k=1,5\sqrt{n}=3$ . Вероятность ложной тревоги на выходе критерийного обнаружителя была принята не хуже  $F=10^{-6}$ . При этом в алгоритмах использовались только результаты накопления на тех частотах повторения, для которых наблюдалось превышение порога хотя бы в одном из фильтров. При неизменном числе импульсов число точек ДПФ изменялось в  $K_{\text{дпф}}$  раз ( $K_{\text{дпф}}=1,2,3$ ). Недостающие элементы заполнялись нулями. Объем анализируемой выборки составлял 5000 случайных реализаций частоты Доплера, равномерно распределенных в диапазоне от  $-24$  до  $24$  кГц. В качестве информации, необходимой для анализа сохранялись ошибки восстановления  $\hat{F}_d - F_d$  для каждого из методов.

**Результаты моделирования.** С целью оценки результатов восстановления были рассмотрены гистограммы ошибок восстановления. Выявлено, что для  $K_{\text{дпф}}=1$  ошибки не являются гауссовскими, а наблюдаемая гистограмма ближе к равномерному закону распределения. Гистограммы плотностей распределения ошибок для  $K_{\text{дпф}} \geq 2$  близки к гауссовским с уровнем значимости 0,05 [7].

На рис. 3,а представлена зависимость СКО ошибок оценивания от отношения сигнал шум для метода размножения неоднозначных оценок при различных значениях  $K_{\text{дпф}}$ . Увеличение числа точек ДПФ в два раза по отношению к числу импульсов улучшает точность восстановления примерно в пять раз. Это связано с тем, что неоднозначная оценка может быть уточнена методом параболической аппроксимации [8], в окрестности частоты, соответствующей фильтру с максимальным выходным сигналом. При  $K_{\text{дпф}}=1$  взаимная расстройка фильтров составляет 50 Гц и полезный сигнал в лучшем случае присутствует в двух фильтрах из трех анализируемых. Увеличение числа точек вдвое ( $K_{\text{дпф}}=2$ ) снижает величину расстройки до 25 Гц. При этом все три анализируемых фильтра содержат сигнал. Дальнейшее увеличение  $K_{\text{дпф}}$  приводит лишь к незначительному снижению ошибок. На рис. 3,б изображены зависимости СКО ошибок восстановления исследуемых методов для  $K_{\text{дпф}}=2$  (1 — метод размножения неоднозначных оценок; 2 — модифицированный нониусный метод).

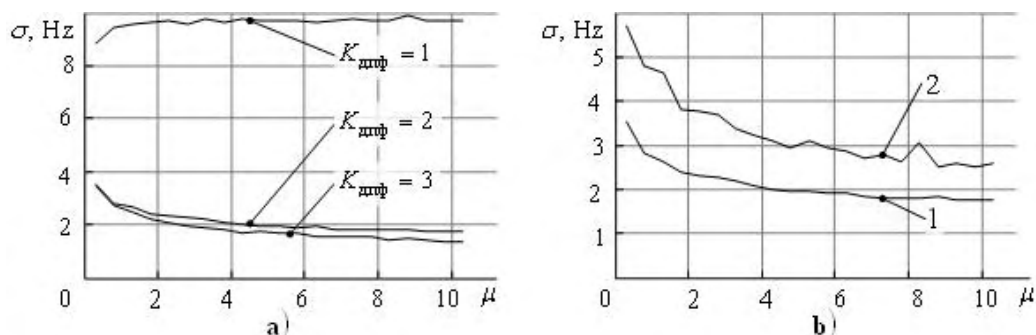


Рис. 3. Зависимости СКО ошибок восстановления от отношения сигнал-шум

Правильное обнаружение-восстановление является совместным событием обнаружения сигнала и правильного восстановления однозначной частоты.

На рис. 4,а показаны зависимости вероятности обнаружения  $P_{\text{обн}}$  для различных вариантов накопления сигнала в фильтрах ДПФ от отношения сигнал-шум ( $\mu$ ) на выходе устройства внутрипериодной обработки. Дополнение "нулями" несколько улучшает вероятность правильного обнаружения вследствие снижения потерь дискретизации.

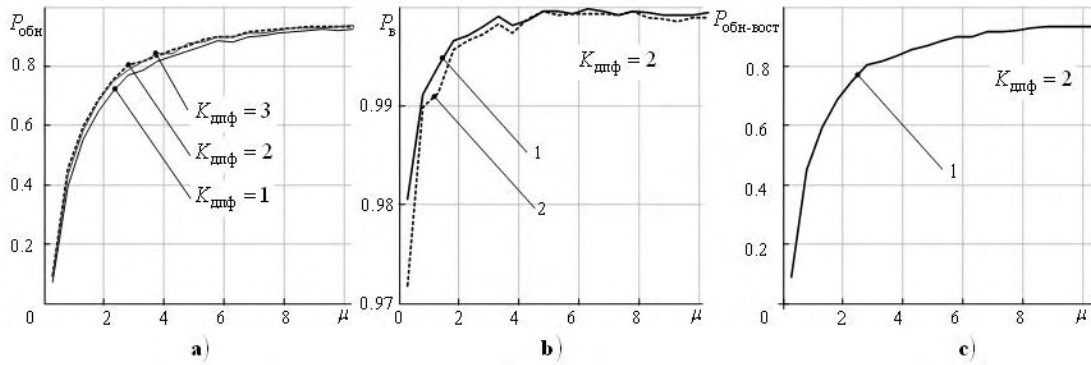


Рис. 4. Зависимости от отношения сигнал-шум вероятностей обнаружения, восстановления и обнаружения-восстановления

Вероятность правильного восстановления поясняется выражением:  $P_e = N_{обн} / N_e$ , где  $N_{обн}$  — число обнаружений;  $N_e$  — число восстановлений, при которых модуль ошибки не превысил заданного значения:  $|\hat{F}_д - F_д| \leq 1,5\delta F$  ( $\delta F = 50$  Гц).

На рис. 4,б показаны зависимости вероятности восстановления от отношения сигнал шум на импульс, проведенные для двух методов при  $K_{шпф} = 2$ . Анализ приведенных выше зависимостей позволяет сделать вывод о том, что при малых отношениях сигнал-шум наиболее эффективным является метод размножения неоднозначных оценок.

Зависимость от отношения сигнал-шум результирующей вероятности, вероятность обнаружения-восстановления, представлена на рис. 4,с применительно к методу размножения неоднозначных оценок при  $K_{шпф} = 2$ . Каждая точка зависимости представляет собой произведение вероятности обнаружения на вероятность восстановления. Поскольку вероятность восстановления близка к единице, вероятность обнаружения-восстановления (рис. 4,с) практически не отличается от вероятности обнаружения (рис. 4,а).

## Выводы

Рассмотрены два новых метода восстановления однозначной частоты Доплера в импульсно-доплеровских РЛС, позволяющих организовать работу в реальном масштабе времени: метод размножения неоднозначных оценок и модифицированный нониусный метод. Во всех случаях зондирование ведется с попятной перестройкой частоты повторения, а задача обнаружения воздушного объекта решается до начала измерения по критерию "k из n". Предварительно формируются частные оценки частоты Доплера на каждой из частот повторения.

Суть первого из методов сводится формированию оценки максимума полигауссовской апостериорной плотности, образованной произведением полигауссовских же функций правдоподобия. Последние представляют собой размноженные вплоть до максимально допустимого значения частные оценки с шагом, равным частоте повторения.

Отличие второго из предложенных методов заключается в том, что полигауссовские функции правдоподобия формируются путем размножения т.н. возможных оценок с шагом, равным малому интервалу неоднозначности нониусного метода, работающего на основании частных оценок.

Рассмотрены следующие характеристики методов восстановления: СКО результирующей оценки от ее истинного значения, вероятность совместного обнаружения – восстановления и условная вероятность восстановления, полученные в зависимости от отношения сигнал – шум при фиксированной вероятности ложного обнаружения.

Дополнительные исследования влияния взаимной расстройки между узкополосными фильтрами на результаты восстановления показали следующее: при взаимной расстройке фильтров, соответствующей их полосе получаемые оценки являются существенно негауссовскими с увеличенной дисперсией; уменьшение взаимной расстройки в два раза восстанавливает

гауссовость оценок и значительно снижает их СКО, потери на обнаружение, а также повышает вероятность правильного восстановления, дальнейшее уменьшение взаимной расстройки фильтров приводит лишь к незначительному улучшению рассмотренных характеристик.

## COMPARISON OF METHODS OF RESTORATION OF UNEQUIVOCAL DOPPLER FREQUENCY IN PULSE-DOPLER RADAR

S.A. GORSHKOV, V.N. ZAVIZHENETS

### Abstract

Various methods of the true Doppler frequency recovery in pulse-Doppler Radar are considered. The performance of various methods and devices to be ensuing and comparisons.

### Литература

1. *Охрименко А.Е.* Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба. М., 1983.
2. *Ширман Я.Д., Манжос В.Н.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М., 1981.
3. *Жирнов В.В., Дохов А.И., Бурковский С.И.* // Прикладная радиоэлектроника. 2004. Т.3. №2. С. 29-34.
4. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория. Справочник/Под ред. Я.Д. Ширмана. М., 1998.
5. Оценивание дальности и скорости в радиолокационных системах. Ч.1. / Под ред. А.И. Канащенкова и В.И. Меркулова. М., 2004.
6. *Курлович В.И., Шаляпин С.В.* Основы теории радиосистем. Мн., 1999.
7. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. М., 1982.
8. *Алмазов В.Б., Манжос В.Н.* Получение и обработка радиолокационной информации. Харьков, 1985.