

УДК 621.396.96

МОДЕЛЬ РЕГУЛЯРНО-КОРРЕЛИРОВАННОГО РАДИОЛОКАЦИОННОГО ПОРТРЕТА ПРИ НЕИЗВЕСТНОЙ МЕЖЭЛЕМЕНТНОЙ РАЗНОСТИ ФАЗ

АДХАМ САЛИМ АЛЬ-МУАЗ, С.В. ШАЛЯПИН

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 4 июля 2006

Рассматривается функциональное преобразование регулярно-коррелированного радиолокационного портрета с комплексными элементами в коррелированный радиолокационный портрет с действительными элементами путем перехода к многомерной полярной системе координат с последующим усреднением по неизвестной межэлементной разности фаз.

Ключевые слова: радиолокационный портрет, полярная система координат, многомерная плотность вероятности, корреляционная матрица.

Постановка задачи

Пусть на выходе приемного устройства РЛС имеется дискретная выборка принятого комплексного сигнала $\xi_{k0} = (\xi_1^{k0}, \dots, \xi_N^{k0})$, представляющая собой аддитивную смесь сигнала $\xi_k = (\xi_1^k, \dots, \xi_N^k)$, отраженного от цели k -го класса, и фона $\xi_0 = (\xi_1^0, \dots, \xi_N^0)$. Элементы комплексного вектора ξ_{k0} являются элементами регулярно-коррелированного радиолокационного портрета. Таким портретом может быть флуктуационный, частотно-коррелированный или пространственно коррелированный портрет [1-4].

При нормальном распределении ξ_k $2N$ -мерная плотность вероятности $p_k(\xi_k)$ имеет следующий вид [1]:

$$p_k(\xi_1^k, \xi_1^{k*}, \dots, \xi_N^k, \xi_N^{k*}) = \frac{1}{(2\pi)^N \text{Det}(\mathbf{R}_k)} \exp(-\xi_k \mathbf{Q}_k \xi_k^*), \quad (1)$$

где $\mathbf{Q}_k = (\mathbf{R}_k)^{-1}$, $\mathbf{R}_k = \{R_{n,m}^k\}$ — корреляционная матрица дискретной выборки принятого сигнала; $R_{n,m}^{k0} = 2\sigma_k^2 r_{n,m}^{k0} = 2\sigma_k^2 |r_{n,m}^{k0}| \exp(i\Delta\varphi_{n,m}^{k0})$ — n, m -й элемент корреляционной матрицы сигнала; $n = \overline{1, N}$, $m = \overline{1, N}$, σ_k^2 — дисперсия отраженного от цели сигнала; $r_{n,m}^{k0}$ — нормированный коэффициент корреляции ($r_{n,n}^{k0} = 1$), а $\Delta\varphi_{n,m}^{k0}$ — межэлементная разность фаз между n и m -м элементами портрета.

В некоторых практически важных случаях межэлементные разности фаз являются неизвестными случайными величинами [4], что не позволяет провести синтез устройства обработки такого портрета. Одним из выходов из создавшейся ситуации является уменьшение размерности (1) путем перехода к полярной системе координат, описывающей совместное

распределение амплитуд и фаз элементов портрета, и усреднения вновь полученной плотности вероятности по фазе.

Многомерный закон распределения амплитуд радиолокационного портрета

Для дальнейших рассуждений воспользуемся некоторыми свойствами регулярно-коррелированных портретов [1–4] и введем некоторые ограничения.

1. Корреляционная функция флуктуаций комплексной огибающей последовательности дискретных отсчетов отраженного от цели сигнала описывается экспоненциальной зависимостью

$$r_{kc}(\tau_\chi) = 2\sigma_k^2 \exp(-|\Delta\tau_\chi|/R_\chi) \exp(i\omega_k \tau_\chi),$$

где τ_χ — текущая координата, вдоль которой был получен портрет: для флуктуационного портрета — это время; для частотно-коррелированного — несущая частота зондирующего сигнала; для пространственно-коррелированного — расстояние между приемными позициями; $\Delta\tau_\chi$ — интервал дискретизации по координате χ ; R_χ — интервал корреляции цели k -го класса [1] по соответствующей координате; ω_k — частота сигнала по координате χ .

Корреляционная матрица продискретизированного по координате χ сигнала \mathbf{R}_k является теплоцевой матрицей [2, 3], элементы которой описываются выражением

$$R_{n,m}^k = 2\sigma_k^2 r_k^{|n-m|} \exp(i\Delta\varphi_{n,m}^k),$$

где $r_k = \exp(-|\Delta\tau_\chi|/R_\chi)$ — модуль коэффициента междуэлементной корреляции сигнала, отраженного от цели k -го класса.

2. Матрица $\mathbf{Q}_k = \mathbf{R}_k^{-1}$ имеет только три значащие диагонали [5] — главную диагональ и две соседние диагонали, параллельные главной:

$$\mathbf{Q}_k = \frac{1}{2\sigma_k^2(1-r_k^2)} \begin{bmatrix} 1 & -r_k & 0 & \cdots & 0 \\ -r_k & 1+r_k^2 & -r_k & \cdots & 0 \\ 0 & -r_k & 1+r_k^2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Такая структура матрицы \mathbf{Q}_k позволит в дальнейшем существенно упростить процедуру усреднения по фазе.

3. Наличие фона нарушает регулярную корреляцию принятого сигнала из-за появления дополнительного слагаемого в корреляционной функции

$$r_{k0}(\tau_\chi) = 2N_0\delta(\tau_\chi) + r_{kc}(\tau_\chi).$$

При этом в корреляционной матрице принятого сигнала $\mathbf{R}_{k0} = \overline{\xi_{k0}^* \xi_{k0}}$, в отличие от матрицы \mathbf{R}_k , изменяются элементы, расположенные на главной диагонали и характеризующие мощность принятого сигнала

$$R_{n,n}^{k0} = 2\sigma_{k0}^2 = 2\sigma_k^2 + 2\sigma_0^2,$$

где $\sigma_{k0}^2 = \sigma_k^2 + \sigma_0^2$ — мощность принятого сигнала при наличии цели k -го класса; σ_0^2 — мощность фона.

При этом матрица $\mathbf{Q}_{k0} = \mathbf{R}_{k0}^{-1}$ имеет форму, отличную от (2).

Коэффициент межэлементной корреляции принятого сигнала ξ_{k0} с учетом конечного отношения сигнал/фон определяется выражением [5]

$$r_{k0} = \frac{\gamma_k}{1 + \gamma_k} r_k,$$

где $\gamma_k = \sigma_k^2 / \sigma_0^2$ — отношение сигнал/фон.

Преобразуем \mathbf{R}_{k0} в регулярную матрицу, подобную \mathbf{R}_k :

$$\mathbf{R}_{k0} = \{R_{n,m}^{k0}\} = \left\{ 2\sigma_{k0}^2 r_{k0}^{|n-m|} \exp(i\Delta\varphi_{n,m}^k) \right\}.$$

4. Коэффициент корреляции между действительными и мнимыми частями различных элементов портрета равен нулю:

$$\overline{x_n y_m} = 0, \quad n = \overline{1, N}, \quad m = \overline{1, N}. \quad (3)$$

Ограничение (3) справедливо тогда, когда ковариационная матрица \mathbf{R}_{k0} является действительной, а значит, межэлементная разность фаз равна нулю — $\Delta\varphi_{n,m}^k = 0$. Такое ограничение не повлияет на конечный результат, который заключается в получении выражения для многомерной плотности вероятности амплитуд радиолокационного портрета в силу независимости вида искомой плотности от закона распределения фаз.

Прежде чем получить плотность вероятности, описывающей совместное распределение амплитуд и фаз элементов портрета, перейдем к многомерному закону распределения квадратур вектора ξ_{k0} . С учетом преобразований

$$\begin{cases} x_n = (\xi_n^{k0} + \xi_n^{k0*})/2; \\ y_n = (\xi_n^{k0} - \xi_n^{k0*})/2; \end{cases} \quad \begin{cases} \xi_n^{k0} = x_n + i y_n; \\ \xi_n^{k0*} = x_n - i y_n, \end{cases}$$

якобиан которого равен $I = 2^N$, искомое выражение примет вид нормальной плотности вероятности системы $2N$ действительных величин

$$P_{k0}(\boldsymbol{\eta}_{k0}) = \frac{2^N}{(2\pi)^N \text{Det}(\mathbf{R}_{k0})} \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\eta}_{k0} \mathbf{Q}_{k0}^{xy} \boldsymbol{\eta}_{k0}^T}{2}\right), \quad (4)$$

где $\boldsymbol{\eta}_{k0} = \{x_1, y_1, \dots, x_N, y_N\}$ — вектор квадратур портрета; \mathbf{Q}_{k0}^{xy} — матрица, обратная корреляционной матрице \mathbf{R}_{k0}^{xy} ; \mathbf{R}_{k0}^{xy} — корреляционная матрица элементов вектора $\boldsymbol{\eta}_{k0}$.

С учетом приведенных ограничений \mathbf{R}_{k0}^{xy} может быть представлена в виде ленточной матрицы с чередующимися нулевыми побочными диагоналями:

$$\mathbf{R}_{k0}^{xy} \approx \sigma_{k0}^2 \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & x_2 & y_2 & x_3 & y_3 & \dots & \dots & x_N & y_N \\ \left| \begin{array}{cccccccccc} 1 & 0 & r_{k0} & 0 & r_{k0}^2 & 0 & \dots & \dots & r_{k0}^{N-1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & r_{k0} & 0 & r_{k0}^2 & \dots & \dots & 0 & r_{k0}^{N-1} \\ r_{k0} & 0 & 1 & 0 & r_{k0} & 0 & \dots & \dots & r_{k0}^{N-2} & 0 \\ 0 & r_{k0} & 0 & 1 & 0 & r_{k0} & \dots & \dots & 0 & r_{k0}^{N-2} \\ r_{k0}^2 & 0 & r_{k0} & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & r_{k0}^{N-3} & 0 \\ 0 & r_{k0}^2 & 0 & r_{k0} & 0 & 1 & \dots & \dots & 0 & r_{k0}^{N-3} \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ r_{k0}^{N-1} & 0 & r_{k0}^{N-2} & 0 & r_{k0}^{N-3} & 0 & \dots & \dots & 1 & 0 \\ 0 & r_{k0}^{N-1} & 0 & r_{k0}^{N-2} & 0 & r_{k0}^{N-3} & \dots & \dots & 0 & 1 \end{array} \right| \begin{array}{l} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ x_3 \\ y_3 \\ \dots \\ \dots \\ x_N \\ y_N \end{array} \end{pmatrix}.$$

Как нетрудно проверить, матрица $\mathbf{Q}_{k0}^{xy} = (\mathbf{R}_{k0}^{xy})^{-1}$ примет вид

$$\mathbf{Q}_{k0}^{xy} \approx \frac{1}{(1-r_{k0}^2)\sigma_{k0}^2} \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & x_2 & y_2 & \cdots & \cdots & x_{N-1} & y_{N-1} & x_N & y_N \\ 1 & 0 & -r_{k0} & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -r_{k0} & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -r_{k0} & 0 & r_{k0}^2 + 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r_{k0} & 0 & r_{k0}^2 + 1 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & r_{k0}^2 + 1 & 0 & -r_{k0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & r_{k0}^2 + 1 & 0 & -r_{k0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & -r_{k0} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & -r_{k0} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ \cdots \\ \cdots \\ x_{N-1} \\ y_{N-1} \\ x_N \\ y_N \end{pmatrix}. \quad (5)$$

С учетом (5) представим (4) в развернутом виде

$$p_{k0}(x_1, y_1, \dots, x_N, y_N) = \frac{1}{\pi^N \text{Det}(\mathbf{R}_{k0})} \exp \left\{ \frac{1}{2(r_{k0}^2 - 1)\sigma_{k0}^2} [x_1^2 + y_1^2 + x_N^2 + y_N^2] + \frac{r_{k0}^2 + 1}{2(r_{k0}^2 - 1)\sigma_{k0}^2} \sum_{n=2}^{N-1} [x_n^2 + y_n^2] + \frac{r_{k0}}{(1 - r_{k0}^2)\sigma_{k0}^2} \sum_{n=1}^{N-1} [x_n x_{n+1} + y_n y_{n+1}] \right\}.$$

Перейдем к многомерной полярной системе координат в соответствии с прямым и обратным преобразованиями:

$$\begin{cases} \rho_n = \sqrt{x_n^2 + y_n^2}; & \begin{cases} x_n = \rho_n \cos(\varphi_n); \\ y_n = \rho_n \sin(\varphi_n). \end{cases} \end{cases} \quad (6)$$

С учетом того, что якобиан преобразования (6) равен $I = \prod_{n=1}^N \rho_n$, плотность вероятности системы случайных величин $\{\rho_1, \varphi_1, \dots, \rho_N, \varphi_N\}$ может быть представлена выражением

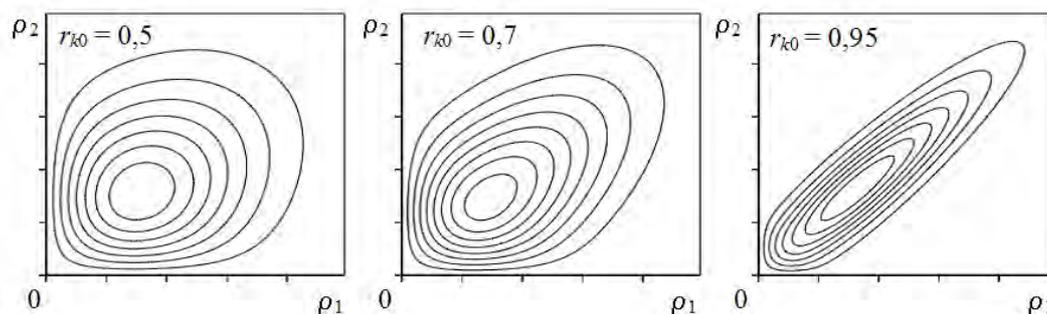
$$p_{k0}(\rho_1, \varphi_1, \dots, \rho_N, \varphi_N) = \frac{\prod_{n=1}^N \rho_n}{\pi^N \text{Det}(\mathbf{R}_{k0})} \exp \left\{ \frac{1}{2(r_{k0}^2 - 1)\sigma_{k0}^2} \left[\rho_1^2 + \rho_N^2 + (r_{k0}^2 + 1) \sum_{n=2}^{N-1} \rho_n^2 \right] \right\} \times \exp \left\{ \frac{r_{k0}}{(1 - r_{k0}^2)\sigma_{k0}^2} \sum_{n=1}^{N-1} [\rho_n \rho_{n+1} \cos(\varphi_n - \varphi_{n+1})] \right\}.$$

При равномерном законе распределения фаз перейдем к искомой многомерной плотности вероятности амплитуд портрета:

$$p_{k0}(\rho_1, \dots, \rho_N) = \int_{-\pi}^{\pi} \cdots \int_{-\pi}^{\pi} p_{k0}(\rho_1, \varphi_1, \dots, \rho_N, \varphi_N) d\varphi_1 \dots d\varphi_N = \frac{2^N \prod_{n=1}^N \rho_n}{\text{Det}(\mathbf{R}_{k0})} \exp \left\{ \frac{1}{2(r_{k0}^2 - 1)\sigma_{k0}^2} \left[\rho_1^2 + \rho_N^2 + (r_{k0}^2 + 1) \sum_{n=2}^{N-1} \rho_n^2 \right] \right\} \prod_{n=1}^{N-1} I_0 \left(\frac{r_{k0}}{(1 - r_{k0}^2)\sigma_{k0}^2} \rho_n \rho_{n+1} \right),$$

где $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

На рисунке в качестве примера приведены сечения плотности вероятности коррелированного двухэлементного амплитудного портрета, рассчитанные для различных значений коэффициента межэлементной корреляции.



Сечения плотностей вероятностей портретов при разных коэффициентах межэлементной корреляции

MODEL OF REGULARLY CORRELATED RADAR PORTRAIT WITH UNKNOWN INTERELEMENT DIFFERENCE OF PHASES

ADHAM MOUAZ SALIM, S.V. SHALIAPIN

Abstract

The functional transform of regularly–correlated portrait with complex elements into amplitude portrait with real elements by using multidimensional polar coordinate system and averaging of unknown phase shift between elements is considered

Литература

1. Курлович В.И., Шаляпин С.В. Основы теории радиосистем. Минск, 2000.
2. Ярмолик С.Н., Шаляпин С.В. // Докл. БГУИР. 2003. Т. 1, №3. С. 24–27.
3. Шаляпин С.В., Ярмолик С.Н. Материалы VIII Междунар. НТК "Радиолокация, навигация, связь", 23–25 апреля 2002 г., Воронеж. Воронеж, 2002. С. 1801–1810.
4. Шаляпин С.В., Ярмолик С.Н., Лаврентьев Е.А. Материалы IX Междунар. НТК "Радиолокация, навигация, связь", 22–24 апреля 2003 г., Воронеж. Воронеж, 2003. С. 1404–1412.
5. Охрименко А.Е. Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба. Часть I. М., 1983.
6. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М., 1991.