

УДК 621.865

**КИНЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ
МАНИПУЛЯТОРОВ КВАЗИОРТОГОНАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ**

А.П. ПАШКЕВИЧ, Р.И. ГОМОЛИЦКИЙ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь**Поступила в редакцию 18 января 2007*

Исследуются кинематические модели параллельных манипуляторов квазиортогональной структуры, а также алгоритмы идентификации их геометрических параметров. Рассматривается метод калибровки, в основе которого лежит оригинальный способ получения измерительной информации, базирующийся на измерении параллельности звеньев манипулятора по отношению к базовым плоскостям для специфических тестовых конфигураций. Проводится анализ чувствительности манипулятора к погрешностям измерений.

Ключевые слова: параллельные манипуляторы, моделирование, калибровка.

Введение

В последние годы параллельные кинематические машины (ПКМ) находят все большее распространение в робототехнике и станках с числовым программным управлением. По сравнению с последовательными манипуляторами, ПКМ характеризуются более высокой точностью [1]. Однако из-за большого количества звеньев и пассивных суставов количество параметров математической модели увеличивается, а точность параллельных структур может значительно уменьшаться [2]. Поэтому требуется разработка новых методов калибровки параллельных кинематических структур с учетом их более сложной математической модели.

Современные методы калибровки параллельных манипуляторов можно разделить на три группы. К первой относятся методы, основанные на использовании дополнительных датчиков в пассивных суставах [3], но такой подход обычно является экономически и технологически невыгодным. Вторая группа методов, называемая автокалибровкой, базируется на использовании информации от дополнительных датчиков, расположенных на исполнительных приводах [2]. Однако таким образом можно определять только часть необходимых параметров. В последнее время стали разрабатываться комбинированные методы, использующие особые геометрические свойства конкретного манипулятора, основывающиеся на выборе тестовых положений манипулятора, в которых можно определить полный набор параметров [4, 5].

В данной работе рассматривается новый метод калибровки параллельных манипуляторов квазиортогональной структуры, основанный на оценке параллельности несущих звеньев по отношению к базовым плоскостям при тестовых движениях. В отличие от известных методов он не требует установки дополнительных датчиков или ограничения рабочего пространства и позволяет с высокой точностью, за короткий промежуток времени провести калибровку манипулятора в условиях производства.

Постановка задачи и построение кинематической модели манипулятора

В настоящей работе задача кинематического моделирования решается применительно к манипуляторам квазиортогональной структуры типа Orthoglide, которые построены на основе трех параллельных кинематических цепей типа PRP_aR , где P и R обозначают поступательное и вращательное звенья, а P_a — параллельное звено на основе кинематического параллелограмма [6]. Манипулятор приводится в движение тремя линейными приводами с взаимно-ортогональными осями. Рабочий орган соединен с приводами с помощью трех идентичных кинематических цепей.

Для манипулятора требуется построить дифференциальную кинематическую модель, описывающую зависимость приращений выходных координат рабочего органа от вариаций параметров модели, а также разработать методику калибровки параметров полученной модели. При моделировании предполагается, что элементы манипулятора являются твердыми телами, соединенными идеальными суставами без зазоров; соединяющие параллелограммы являются идеальными; кинематическая структура звеньев манипулятора одинаковая; оси линейных приводов ортогональны и пересекаются в одной точке; датчики приводов идеальные, но их нулевое положение измеряется с некоторой ошибкой, которая принимается за смещение, оцениваемое в процессе калибровки. Целью настоящей работы будет построение математической модели квазиортогональных манипуляторов несимметричной структуры, а также разработка методов калибровки параметров их математических моделей.

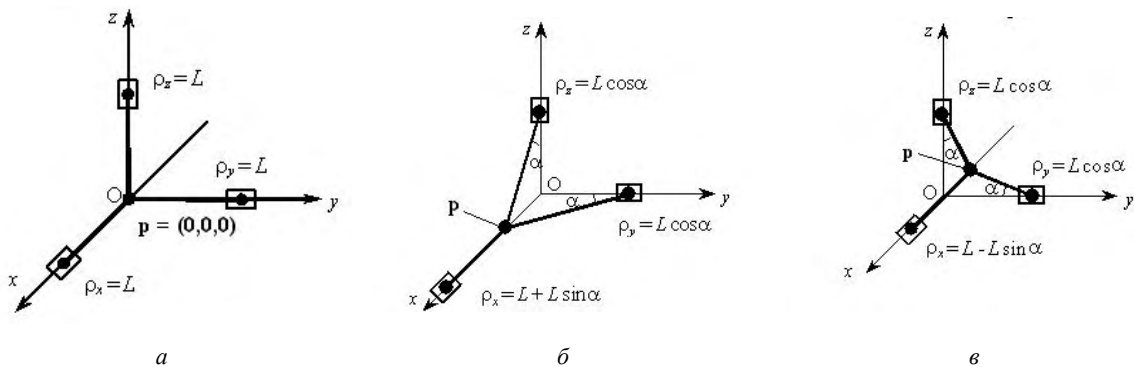
С учетом принятых допущений i -ю кинематическую цепь манипулятора можно представить в виде стержня длины L_i . Тогда манипулятор можно представить как три стержня, соединенные сферическими суставами с одной стороны и крепящиеся к призматическим суставам — с другой. Геометрия манипулятора полностью описывается тремя уравнениями:

$$(p_i - (\rho_i + \Delta\rho_i))^2 + p_j^2 + p_k^2 = L_i^2, \quad (1)$$

где $i, j, k \in \{x, y, z\}, i \neq j \neq k$. В (1) входит ряд параметров таких, как длины звеньев $\mathbf{L}=(L_x, L_y, L_z)$ и смещения датчиков приводов суставов относительно нулевого значения $\Delta\rho=(\Delta\rho_x, \Delta\rho_y, \Delta\rho_z)$. Поскольку при номинальных значениях параметров характерная точка манипулятора и указанные звенья движутся параллельно осям декартовой системы координат, то отклонение значений параметров от номинальных значений приводят к нарушению параллельности звеньев по отношению к соответствующим осям.

Рассмотрим характерные положения манипулятора, используемые при калибровке:

1. Положение "механический нуль" Π^0 (рис. а) при $\rho=(L, L, L)$.
2. Положения "максимального перемещения" Π_i^+ для x, y, z (рис. б) при $\rho_i=\rho_{\max}$.
3. Положения "минимального перемещения" Π_i^- для x, y, z (рис. в) при $\rho_i=\rho_{\max}$.



Тестовые конфигурации манипулятора в номинальном случае

Дифференциальные соотношения, описывающие зависимость приращений выходных координат рабочего органа $\Delta\mathbf{p}$ от изменений каждого из параметров модели $\Delta\rho$ и $\Delta\mathbf{L}$, могут

быть описаны как матрицы размера 3×3 , допускающие аналитическую инверсию. Поэтому после соответствующих преобразований искомый якобиан может быть записан как

$$J = \begin{bmatrix} 1 & \frac{p_y}{p_x - \rho_x} & \frac{p_z}{p_x - \rho_x} & \frac{p_x - \rho_x}{L_x} & \frac{p_y}{L_x} & \frac{p_z}{L_x} \\ \frac{p_x}{p_y - \rho_y} & 1 & \frac{p_z}{p_y - \rho_y} & \frac{p_x}{L_y} & \frac{p_y - \rho_y}{L_y} & \frac{p_z}{L_y} \\ \frac{p_x}{p_z - \rho_z} & \frac{p_y}{p_z - \rho_z} & 1 & \frac{p_x}{L_z} & \frac{p_y}{L_z} & \frac{p_z - \rho_z}{L_z} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Вычислим далее значение якобиана для тестовых конфигураций манипулятора. В положении Π^0 номинальные выходные координаты рабочего органа равны $\mathbf{p}_0 = (0, 0, 0)$, а номинальные переменные суставов $\mathbf{\rho}_0 = (L, L, L)$, где L — номинальная длина звена. Поэтому, подставляя эти значения в (2), получаем дифференциальные выражения $\Delta p_i = \Delta \rho_i - \Delta L_i$, где $i \in \{x, y, z\}$.

Для положения Π_x^+ в номинальном случае декартовы координаты точки P равны $\mathbf{p}_{\max} = (L \sin \alpha, 0, 0)$, а обобщенные координаты суставов $-\mathbf{\rho}_{\max} = (L + L \sin \alpha, L \cos \alpha, L \cos \alpha)$, где α — угол между звеньями y, z и соответствующими декартовыми осями, равный $\alpha = \arcsin(\rho_{\max} / L)$. Подставляя эти значения в (2), получаем дифференциальные соотношения

$$\begin{aligned} \Delta p_x &= \Delta \rho_x - \Delta L_x, \\ \Delta p_y &= T_\alpha \Delta \rho_x + \Delta \rho_y - T_\alpha \Delta L_x - 1/C_\alpha \Delta L_y, \\ \Delta p_z &= T_\alpha \Delta \rho_x + \Delta \rho_z - T_\alpha \Delta L_x - 1/C_\alpha \Delta L_z, \end{aligned} \quad (3)$$

где $T_\alpha = \tan(\alpha)$, а $C_\alpha = \cos(\alpha)$. Для положения Π_x^- искомые соотношения аналогичны выражениям (4) и (5), однако угол α находится как $\alpha = \arcsin(\rho_{\min} / L)$. Для остальных положений также могут быть получены аналогичные уравнения.

Алгоритм калибровки

В качестве исходной информации для калибровки можно использовать углы наклона звеньев в тестовых конфигурациях либо эквивалентные им численные значения — разности показаний неподвижных датчиков, касающихся звеньев в двух конфигурациях (рисунок). Соответствующий процесс измерения осуществляется следующим образом:

1. Манипулятор помещается в положение Π^0 и две измерительных головки располагаются посередине звена X перпендикулярно звену и параллельно осям Y и Z ; после этого регистрируются показания измерительных головок.

2. Манипулятор последовательно помещается в положения Π_x^+ и Π_x^- , регистрируются показания измерительных головок, рассчитываются отклонения $\Delta y_x^+, \Delta z_x^+, \Delta y_x^-, \Delta z_x^-$

3. Пункты 1) и 2) повторяются для звеньев Y и Z , и рассчитываются соответствующие отклонения $\Delta x_y^+, \Delta z_y^+, \Delta x_y^-, \Delta z_y^-$, и $\Delta x_z^+, \Delta y_z^+, \Delta x_z^-, \Delta y_z^-$.

Исходное положение измерительных головок определим с учетом того, что в положении Π^0 они располагаются посередине соответствующего звена $M_{ii} = (L + \Delta L_i) / 2 + \Delta \rho_i$. Рассмотрим далее положение Π_x^+ , которое в номинальном случае описывается векторами $\mathbf{p} = (L \sin \alpha, 0, 0)$ и $\mathbf{\rho} = (L + L \sin \alpha, L \cos \alpha, L \cos \alpha)$. Для реального манипулятора декартовы координаты точки P будут равны $\mathbf{p} = (L_x S_\alpha + \Delta p_x; \Delta p_y; \Delta p_z)$, а с учетом (3) имеют вид

$$\begin{aligned}
p_x &= (L + \Delta L_x) S_\alpha + \Delta \rho_x - \Delta L_x, \\
p_y &= T_\alpha \Delta \rho_x + \Delta \rho_y - T_\alpha \Delta L_x - (1/C_\alpha) \Delta L_y, \\
p_z &= T_\alpha \Delta \rho_x + \Delta \rho_z - T_\alpha \Delta L_x - (1/C_\alpha) \Delta L_z.
\end{aligned} \tag{4}$$

Координата X центра призматического сустава равняется номинальному положению с учетом смещения датчика. Зная координаты двух концов звена, запишем параметрическое уравнение прямой:

$$\begin{aligned}
x &= \mu((L + \Delta L_x) S_\alpha + \Delta \rho_x - \Delta L_x) + (1 - \mu)(L + L S_\alpha + \Delta \rho_x), \\
y &= \mu(T_\alpha \Delta \rho_x + \Delta \rho_y - T_\alpha \Delta L_x - (1/C_\alpha) \Delta L_y), \\
z &= \mu(T_\alpha \Delta \rho_x + \Delta \rho_z - T_\alpha \Delta L_x - (1/C_\alpha) \Delta L_z),
\end{aligned} \tag{5}$$

где μ — скалярный параметр, $\mu \in [0, 1]$. Чтобы найти значение μ , для датчика звена X, в первое из уравнений (4) следует подставить значение M_{xx} . В результате $\mu = 0,5 + S_\alpha - 3\Delta L_x / 2$. Это позволяет вычислить искомые изменения Δy_x^+ , Δz_x^+ в показаниях при переходе из Π_x^+ в Π^0 :

$$\begin{aligned}
\Delta y_x^+ &= (0,5 + S_\alpha) T_\alpha \Delta \rho_x + S_\alpha \Delta \rho_y - (0,5 + S_\alpha) T_\alpha \Delta L_x - ((0,5 + S_\alpha)(1/C_\alpha) - 0,5) \Delta L_y, \\
\Delta z_x^+ &= (0,5 + S_\alpha) T_\alpha \Delta \rho_x + S_\alpha \Delta \rho_z - (0,5 + S_\alpha) T_\alpha \Delta L_x - ((0,5 + S_\alpha)(1/C_\alpha) - 0,5) \Delta L_z.
\end{aligned} \tag{6}$$

Величины Δy_x^- , Δy_z^- находятся из тех же выражений, но при этом угол $\alpha = a \sin(\rho_{\min} / L)$. Аналогичным образом находятся выражения для показаний измерительных головок в положениях Π_y^+ , Π_y^- и Π_z^+ , Π_z^- , а также вычислены соответствующие разности $\Delta x_y^+ \dots \Delta y_z^-$. В результате получаем систему линейных уравнений, связывающих искомые отклонения параметров модели ($\Delta \rho_x$, $\Delta \rho_y$, $\Delta \rho_z$, L_x , L_y , L_z) с результатами измерений:

$$\begin{bmatrix}
a_1 & b_1 & 0 & -c_1 & -b_1 & 0 \\
b_1 & a_1 & 0 & -b_1 & -c_1 & 0 \\
a_2 & b_2 & 0 & -c_2 & -b_2 & 0 \\
b_2 & a_2 & 0 & -b_2 & -c_2 & 0 \\
0 & a_1 & b_1 & 0 & -c_1 & -b_1 \\
0 & b_1 & a_1 & 0 & -b_1 & -c_1 \\
0 & a_2 & b_2 & 0 & -c_2 & -b_2 \\
0 & b_2 & a_2 & 0 & -b_2 & -c_2 \\
a_1 & 0 & b_1 & -c_1 & 0 & -b_1 \\
b_1 & 0 & a_1 & -b_1 & 0 & -c_1 \\
a_2 & 0 & b_2 & -c_2 & 0 & -b_2 \\
b_2 & 0 & a_2 & -b_2 & 0 & -c_2
\end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \rho_x \\ \Delta \rho_y \\ \Delta \rho_z \\ \Delta L_x \\ \Delta L_y \\ \Delta L_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_y^+ \\ \Delta y_x^+ \\ \Delta x_y^- \\ \Delta y_x^- \\ \Delta y_z^+ \\ \Delta y_z^- \\ \Delta z_y^- \\ \Delta x_z^+ \\ \Delta z_x^+ \\ \Delta x_z^- \\ \Delta z_x^- \end{bmatrix}, \tag{7}$$

где $a_i = \sin \alpha_i$, $b_i = (0,5 + \sin \alpha_i) \operatorname{tg} \alpha_i$, $c_i = (0,5 + \sin \alpha_i) / \cos \alpha_i - 0,5$ и $a_1 = a \sin(\rho_{\max} / L) > 0$, $a_2 = a \sin(\rho_{\min} / L) < 0$. Для экспериментального образца манипулятора коэффициенты системы (7) равны: $a_1 \approx 0,19$; $b_1 \approx 0,14$; $c_1 \approx 0,21$; $a_2 \approx -0,32$; $b_2 \approx 0,06$; $c_2 \approx -0,31$, что соответствует матрице с рангом 6 и показателем обусловленности 61,87. Это гарантирует численную устойчивость идентификации параметров методом псевдоинверсии Moore-Penrose.

Результаты эксперимента

Для подтверждения эффективности и работоспособности предлагаемого алгоритма исследовался экспериментальный образец манипулятора типа Orthoglide, имеющий рабочее пространство размером $200 \times 200 \times 200$ мм³, номинальные значения параметров звеньев: $L=310,25$ мм, $d=80$ мм, $r=31$ мм. Измерительная система состоит из измерительных головок с шагом 10 мкм, которые при помощи магнитных стоек последовательно крепятся к основанию манипулятора для получения значений, используемых для идентификации параметров.

В процессе эксперимента манипулятор двигался из положения Π^0 в Π_i^+ и Π_i^- следующим образом: $\Pi^0 \rightarrow \Pi_i^+ \rightarrow \Pi_i^- \rightarrow \Pi^0 \rightarrow \dots$. При этом измерительные головки устанавливались таким образом, чтобы датчики касались звена во всех положениях манипулятора, а в положении Π^0 касание осуществлялось в середине звена. Значения обобщенной координаты ρ_i в положениях Π_i^+ и Π_i^- равны $\rho_{\min}=-100$ мм и $\rho_{\max}=60$ мм. Полученные усредненные результаты использовались для идентификации параметров модели. Следует заметить, что результаты измерений характеризуются высокой повторяемостью (отличия не превышают 0,02 мм). Результаты расчетов для моделей с шестью и тремя калибруемыми параметрами $\Delta\rho$ и ΔL приведены в табл. 1 и 2.

Анализ результатов идентификации эксперимента 1 (см. табл. 1) показывает, что параметры $\Delta\rho$ и ΔL влияют на измеряемые величины Δi_j^+ , Δi_j^- примерно одинаково. Так, использование шести параметров позволяет уменьшить погрешность модели с 0,32 до 0,12 мм, а использование трех параметров $\Delta\rho$ или ΔL — до 0,14 мм. Это показывает, что при калибровке достаточно использовать редуцированное множество параметров $\Delta\rho$. Поэтому в программном обеспечении были скорректированы только значения смещений $\Delta\rho_x$, $\Delta\rho_y$, $\Delta\rho_z$.

Результаты эксперимента 2 (см. табл. 1) для скорректированных параметров хорошо согласуются с ожидаемыми значениями. При этом средняя невязка между экспериментальными и модельными данными составила 0,15 мм, что хорошо согласуется с ожидаемым значением 0,14 мм. С другой стороны, дальнейшая калибровка в рамках рассматриваемой модели не приводит к существенному повышению точности. Таким образом, даже калибровка параметров $\Delta\rho_x$, $\Delta\rho_y$, $\Delta\rho_z$ дает повышение точности манипулятора более, чем в два раза, дальнейшее же ее повышение возможно при модификации модели манипулятора, в которую можно внести дополнительные кинематические параметры.

Таблица 1. Результаты эксперимента для звеньев X, Y, Z

Данные	Δx_y^+ мм	Δy_x^+ мм	Δx_y^- мм	Δy_x^- мм	Δx_z^+ мм	Δz_x^+ мм	Δx_z^- мм	Δz_x^- мм	Δy_z^+ мм	Δz_y^+ мм	Δy_z^- мм	Δz_y^- мм	Средняя невязка, мм
<i>Перед калибровкой</i>													
Эксперимент 1	-0,19	0,08	0,22	-0,34	-0,29	-0,52	0,08	0,62	0,02	-0,24	0,20	0,45	0,32
Модель $\Delta\rho, \Delta L$	-0,09	0,12	0,09	-0,10	-0,41	-0,45	0,23	0,55	-0,04	-0,29	-0,03	0,48	0,12
Модель $\Delta\rho$	-0,03	0,03	0,13	-0,13	-0,32	-0,39	0,26	0,57	-0,13	-0,26	-0,06	0,51	0,14
Модель ΔL	-0,03	0,04	0,12	-0,13	-0,33	0,42	0,26	0,56	-0,12	-0,27	-0,06	0,50	0,14
<i>После калибровки</i>													
Эксперимент 2	-0,07	0,02	0,10	-0,24	0,01	0,11	-0,19	-0,03	0,07	-0,21	0,17	0,27	0,15
Модель $\Delta\rho, \Delta L$	0,02	0,04	-0,07	0,01	-0,02	-0,02	-0,05	0,10	-0,03	-0,05	0,04	0,11	0,13
Модель $\Delta\rho$	0,04	0,02	-0,06	0,00	-0,01	-0,03	-0,04	0,09	-0,05	-0,07	0,03	0,10	0,14
Модель ΔL	0,04	0,02	-0,06	0,00	0,00	0,04	-0,04	0,09	-0,05	-0,07	0,03	0,10	0,14

Таблица 2. Результаты калибровки для параметров $\Delta\rho$ и ΔL

Тип уравнений	$\Delta\rho_x$	$\Delta\rho_y$	$\Delta\rho_z$	ΔL_x	ΔL_y	ΔL_z	Невязка
Уравнения для $\Delta\rho, \Delta L$	4,66	-5,36	1,46	5,20	-5,96	3,16	0,12
Уравнения для $\Delta\rho$	-0,48	0,49	-1,67	—	—	—	0,14
Уравнения для ΔL	—	—	—	0,50	-0,52	1,69	0,14

Выводы

В работе предложен новый метод калибровки параллельных квазиортогональных манипуляторов, в основе которого лежит оригинальный способ получения измерительной информации, базирующийся на измерении параллельности звеньев манипулятора по отношению к базовым плоскостям для специфических тестовых конфигураций. Калибровка проводилась для манипулятора типа Orthoglide, для которого была построена геометрическая модель, получены дифференциальные соотношения, связывающие приращения выходных координат рабочего органа и изменения параметров модели. На их основе были выведены калибровочные уравнения, связывающие изменения в показаниях измерительных приборов с искомыми параметрами модели. Эффективность метода подтверждается экспериментальными исследованиями, в процессе которых удалось увеличить точность манипулятора более чем в два раза. Дальнейшее повышение точности возможно только при модификации кинематической модели, в которую необходимо внести дополнительные параметры.

KINEMATIC MODELING OF THE QUASIORTHOGONAL PARALLEL MANIPULATORS

A.P. PASHKEVICH, R.I. GOMOLITSKY

Abstract

The paper focuses on the kinematic modelling of the quasiorthogonal parallel manipulators. The solutions of forward and inverse kinematics and the parameter identification algorithms are proposed. A novel calibration method based on observations of the manipulator leg parallelism during motions between the prespecified test postures is developed. The sensitivity of the identification methods are also studied.

Литература

1. *Merlet J.-P.* Parallel Robots. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000.
2. *Yiu Y.K., Meng J., Li Z.X.* // Proceedings of the 2003 IEEE, International Conference on Robotics & Automation. Taipei, Taiwan. September 14–19, 2003. P. 3660–3665.
3. *Zhuang H., Liu L.* // Proc. IEEE Int. Conf. on Rob. and Aut. Minneapolis, Minnesota, 1996. P. 994–999.
4. *Renaud P., Andre N., Marquet F., Martinet P.* // Proceedings of the 2003 IEEE, International Conference on Robotics & Automation. Taipei, Taiwan. September 14–19, 2003. P. 1191–1196.
5. *Pashkevich A., Chablat D., Wenger P.* // Proceedings of the 12th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing INCOM'06. St Etienne, France. May 2006. P. 151–156.
6. *Wenger P., Chablat D.* // Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators. October 3–4, 2002. Quebec City, Quebec. Canada.