

УДК 621.865

**КИНЕМАТИКА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МАНИПУЛЯТОРОВ
КВАЗИОРТОГОНАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ**

А.П. ПАШКЕВИЧ, Р.И. ГОМОЛИЦКИЙ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь**Поступила в редакцию 28 мая 2007*

Для параллельных манипуляторов квазиортогональной структуры предлагается геометрическая модель, учитывающая не строгую ортогональность осей их приводов. Для данной модели получены решения прямой и обратной задач кинематики, а также дифференциальные соотношения, описывающие зависимость приращений выходных координат рабочего органа от изменений параметров модели.

Ключевые слова: параллельные манипуляторы, кинематика, моделирование.

Введение

В последнее время на практике все шире применяются манипуляторы параллельной структуры. Они отличаются от последовательных манипуляторов лучшими динамическими свойствами [1, 2] и более высокой точностью и повторяемостью [3]. Среди машин параллельного типа выделяют класс манипуляторов квазиортогональной архитектуры, кинематические характеристики которых в пределах рабочей области близки к характеристикам классического XYZ-механизма [5, 6]. Однако с появлением нового класса параллельных машин возникают новые задачи моделирования, которые позволили бы учесть основные параметры, влияющие на кинематические характеристики манипуляторов [4, 9].

В ряде работ [7, 8, 11] отмечается, что точность позиционирования манипулятора можно значительно улучшить путем повышения адекватности кинематических моделей, используемых в системе управления. В известных работах [6, 7, 10] при построении кинематических моделей квазиортогональных манипуляторов предполагается строгая ортогональность осей приводов манипуляторов. В настоящей работе строится уточненная кинематическая модель параллельных манипуляторов квазиортогональной структуры, которая учитывает не строгую ортогональность осей исполнительных приводов.

Постановка задачи

Рассмотрим параллельный манипулятор квазиортогональной структуры типа Orthoglide, который состоит из трех параллельных кинематических цепей типа PRP_aR , где P и R обозначают поступательное и вращательное звенья, а P_a — параллельное звено на основе кинематического параллелограмма [9]. Манипулятор приводится в движение тремя линейными приводами с взаимно-ортогональными осями. Рабочий орган соединен с приводами с помощью трех идентичных кинематических цепей, показанных на рис. 1.

Для данного манипулятора требуется построить математическую модель, связывающую декартовы выходные координаты рабочего органа с входными обобщенными координатами

исполнительных приводов, и получить дифференциальные соотношения, описывающие зависимость приращений выходных координат от вариаций параметров модели.

В настоящей работе предполагается, что элементы манипулятора являются твердыми телами, соединенными идеальными суставами без зазоров; соединяющие параллелограммы являются идеальными, то есть их стороны остаются попарно параллельными при любом движении (однако имеют различную длину); кинематическая структура звеньев манипулятора одинаковая; однако оси линейных приводов располагаются не строго ортогонально (существует наклон и смещение осей относительно их номинального положения).

Следует заметить, что некоторые аспекты этой задачи, в частности, построение математической модели манипулятора с различными длинами звеньев, рассматривались в работе [9]. Однако авторами был подробно исследован лишь случай строго ортогональных осей. В данной работе будет построена более общая математическая модель параллельных манипуляторов квазиортогональной структуры, а также получены решения прямой и обратной задач кинематики.

Кинематическая модель манипулятора

Кинематическая схема манипулятора типа Orthoglide приведена на рис. 1. Получим для нее соотношения выходных координат рабочего органа манипулятора $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$ со значениями обобщенных координат $\mathbf{p} = (\rho_x, \rho_y, \rho_z)$, описывающих текущее состояние исполнительных приводов. Для этого введем следующие обозначения: L_i — длины соответствующих параллелограммов манипулятора; ρ_i — расстояния между точками A_i и B_i ; $e_i = e$ — расстояния между точками C_i и P ; β_i угол поворота звена относительно оси i ; θ_i — угол поворота звена относительно оси i , причем $i \in \{x, y, z\}$

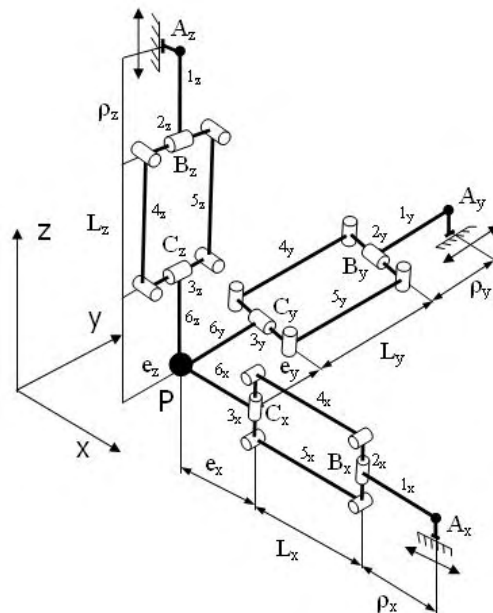


Рис. 1. Кинематическая схема манипулятора типа Orthoglide

Рассмотрим сначала кинематическую цепь, параллельную оси X манипулятора. Для этой цепи расстояние вдоль оси до проекции \mathbf{p} на ось p_x будет определяться суммой трех составляющих: переменной сустава ρ_x , проекцией на данную ось длины соответствующего параллелограмма и расстоянием от конца параллелограмма до рабочего органа e . Ориентация параллелограмма в пространстве определяется направляющими косинусами углов θ_x и β_x , поэтому проекции параллелограмма равны $(L_x \cos \theta_x \cos \beta_x, L_x \sin \theta_x \cos \beta_x, -L_x \sin \beta_x)$. Для других осей получаем аналогичные результаты. Тогда вектор положения точки P , описывающий расположение инструмента в декартовой системе координат, можно описать

три выражения, соответствующими различным кинематическим цепям, связывающим исполнительные приводы с рабочей платформой:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \rho_x + \cos \theta_x \cos \beta_x L_x + e \\ \sin \theta_x \cos \beta_x L_x \\ -\sin \beta_x L_x \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p} = \begin{bmatrix} -\sin \beta_y L_y \\ \rho_y + \cos \theta_y \cos \beta_y L_y + e \\ \sin \theta_y \cos \beta_y L_y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p} = \begin{bmatrix} \sin \theta_z \cos \beta_z L_z \\ -\sin \beta_z L_z \\ \rho_z + \cos \theta_z \cos \beta_z L_z + e \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Полученные выражения определяют систему из девяти уравнений с двенадцатью неизвестными \mathbf{p} , ρ , θ , β и внутренними параметрами \mathbf{L} и \mathbf{e} . Они задают три связи, которые полностью определяют кинематическую модель манипулятора. Однако, поскольку количество входных переменных приводов ρ и выходных переменных \mathbf{p} равно 3, то можно предположить, что всю систему можно также свести к системе из трех уравнений, а углы θ и β являются внутренними, избыточными переменными. Следует заметить, что с учетом принятых допущений i -ю кинематическую цепь манипулятора можно представить в виде стержня длины L_i , поэтому расстояние e_i можно включить в преобразование Tool и этот параметр не входит в решение обратной задачи кинематики в явном виде.

Предположим, что оси приводов манипулятора располагаются почти ортогонально, т.е. существует наклон осей относительно их номинального положения, который описывается углом отклонения i -й оси от номинального положения φ_i , и смещение j -й оси вдоль i -й оси относительно номинального положения Δd_i , где $i, j \in \{x, y, z\}$. Поэтому модель манипулятора искажается с учетом отклонения осей от номинального значения (рис. 2).

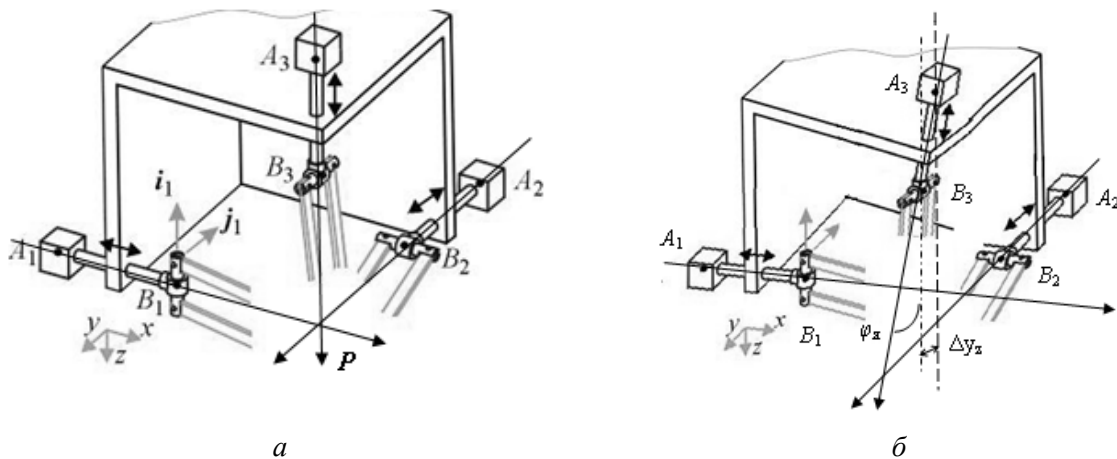


Рис. 2. Модель квазиортогонального манипулятора типа Orthoglide:

a — модель манипулятора с ортогональными осями; *б* — модель с произвольно заданными осями

Чтобы исключить избыточные переменные $\theta_x, \beta_x, \theta_y, \beta_y, \theta_z, \beta_z$, каждое из полученных уравнений (1) можно разрешить относительно направляющих косинусов, описывающих ориентации параллелограмма. Поэтому, учитывая, что сумма квадратов этих величин равна 1, получим три уравнения:

$$\begin{aligned} (p_x - \rho_x \cos \varphi_x)^2 + p_y^2 + (p_z - \rho_x \sin \varphi_x - \Delta d_x)^2 &= L_x^2, \\ (p_x - \rho_y \sin \varphi_y - \Delta d_y)^2 + (p_y - \rho_y \cos \varphi_y)^2 + p_z^2 &= L_y^2, \\ (p_z - \rho_z \cos \varphi_z)^2 + p_x^2 + (p_y - \rho_z \sin \varphi_z - \Delta d_z)^2 &= L_z^2, \end{aligned} \quad (2)$$

которое полностью описывает геометрию манипулятора и содержит только три неизвестные – обобщенные координаты суставов ρ_x, ρ_y, ρ_z . При этом указанные переменные могут

находиться в пределах $\rho_{\min} < \rho_i < \rho_{\max}$; $i \in \{x, y, z\}$, которые выбираются таким образом, чтобы гарантировать отсутствие сингулярностей в рабочей зоне манипулятора.

Чтобы получить решение обратной задачи кинематики, систему уравнений (2) решим относительно входных обобщенных координат, что дает выражение вида

$$\begin{aligned}\rho_x &= p_x \cos \alpha_x + p_z \sin \alpha_x - \Delta d_x \sin \alpha_x + s_x \sqrt{L_x^2 - p_x^2 - p_y^2 - (p_z - \Delta d_x)^2 + (p_x \cos \alpha_x + p_z \sin \alpha_x - \Delta d_x \sin \alpha_x)^2}, \\ \rho_y &= p_y \cos \alpha_y + p_x \sin \alpha_y - \Delta d_y \sin \alpha_y + s_y \sqrt{L_y^2 - p_y^2 - p_z^2 - (p_x - \Delta d_y)^2 + (p_y \cos \alpha_y + p_x \sin \alpha_y - \Delta d_y \sin \alpha_y)^2}, \\ \rho_z &= p_z \cos \alpha_z + p_y \sin \alpha_z - \Delta d_z \sin \alpha_z + s_z \sqrt{L_z^2 - p_z^2 - p_x^2 - (p_y - \Delta d_z)^2 + (p_z \cos \alpha_z + p_y \sin \alpha_z - \Delta d_z \sin \alpha_z)^2},\end{aligned}\quad (3)$$

где $s_x, s_y, s_z \in \{\pm 1\}$ являются индексами конфигурации определяются как углы между суставами и соответствующими осями и аналитически

$$s_x = \text{sign}(\rho_x - p_x); s_y = \text{sign}(\rho_y - p_y); s_z = \text{sign}(\rho_z - p_z). \quad (4)$$

Для данной кинематической структуры существует восемь решений обратной задачи кинематики.

Для решения прямой задачи кинематики, в которой выходные декартовы координаты рабочего органа инструмента определяются через входные обобщенные координаты исполнительных приводов, перепишем выражения (2) в векторной форме:

$$(\mathbf{p} - \mathbf{g}_x)^2 = L_x^2; \quad (\mathbf{p} - \mathbf{g}_y)^2 = L_y^2; \quad (\mathbf{p} - \mathbf{g}_z)^2 = L_z^2, \quad (5)$$

где $\mathbf{g}_x = (\rho_x \cos(\varphi_x), 0, \rho_x \sin(\varphi_x) + \Delta d_x)^T$, $\mathbf{g}_y = (\rho_y \sin(\varphi_y) + \Delta d_y, \rho_y \cos(\varphi_y), 0)^T$, $\mathbf{g}_z = (0, \rho_z \sin(\varphi_z) + \Delta d_z, \rho_z \cos(\varphi_z))^T$, — векторы положения центров призматических суставов.

После вычитания первого уравнения из второго, а второго из третьего получим систему уравнений

$$\begin{aligned}-2(\mathbf{g}_x - \mathbf{g}_y)^T \mathbf{p} &= (L_x^2 - L_y^2) - (\mathbf{g}_x^2 - \mathbf{g}_y^2), \\ -2(\mathbf{g}_y - \mathbf{g}_z)^T \mathbf{p} &= (L_y^2 - L_z^2) - (\mathbf{g}_y^2 - \mathbf{g}_z^2),\end{aligned}\quad (6)$$

решение которой будем искать в общем виде, как

$$\mathbf{p} = \mathbf{k} \cdot t + \mathbf{p}_0. \quad (7)$$

где t — дополнительная переменная; \mathbf{k} — общее решение соответствующей однородной системы уравнений, а \mathbf{p}_0 — частное решение системы (2).

Исходя из геометрических соображений, выражение (3) можно записать в виде

$$\mathbf{p} = [(\mathbf{g}_x - \mathbf{g}_y) \times (\mathbf{g}_y - \mathbf{g}_z)] \cdot t + \mu_1 (\mathbf{g}_x - \mathbf{g}_y) + \mu_2 (\mathbf{g}_y - \mathbf{g}_z), \quad (8)$$

где μ_1 и μ_2 — некоторые коэффициенты, а вектор \mathbf{k} при дополнительной переменной t равен

$$\mathbf{k} = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2, \quad (9)$$

где $\mathbf{n}_1 = -2(\mathbf{g}_x - \mathbf{g}_y)$, $\mathbf{n}_2 = -2(\mathbf{g}_y - \mathbf{g}_z)$. Чтобы найти частное решение \mathbf{p}_0 , в которое будут входить коэффициенты μ_1 и μ_2 , перепишем систему (2) как

$$\begin{aligned}\mathbf{n}_1^T \mathbf{p}_0 &= \xi_1, \\ \mathbf{n}_2^T \mathbf{p}_0 &= \xi_2,\end{aligned}\quad (10)$$

где $\xi_1 = (L_x^2 - L_y^2) - (\mathbf{g}_x^2 - \mathbf{g}_y^2)$; $\xi_2 = (L_y^2 - L_z^2) - (\mathbf{g}_y^2 - \mathbf{g}_z^2)$. Подставляя t , равное нулю, в (4) получаем

$$\mathbf{p}_0 = \mu_1 \mathbf{n}_1 + \mu_2 \mathbf{n}_2, \quad (11)$$

тогда система уравнений (6) принимает вид

$$\begin{bmatrix} \mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1 & \mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2 \\ \mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_1 & \mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

решением которой будут выражения

$$\mu_1 = \frac{\xi_1 \mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2 - \xi_2 \mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2}{(\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2 - \mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2 \mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_1)}, \quad \mu_2 = \frac{\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1 \xi_2 - \mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_1 \xi_1}{(\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2 - \mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_1)}. \quad (13)$$

С учетом этого выражение (4) перепишем как

$$\mathbf{p} = (\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2) t + \frac{\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2 - \mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_1}{(\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2) - (\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_1)} \xi_1 \mathbf{n}_1 + \frac{\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2}{(\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2) - (\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_1)} \xi_2 \mathbf{n}_2. \quad (14)$$

После подстановки уравнения (10) в любое из уравнений (1) получим квадратное уравнение $A t^2 + B t + C = 0$ относительно переменной t , в котором $A = 3(\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2)^2$,

$$B = 2(\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2) \left(3 \frac{\xi_1 \mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2 - \xi_2 \mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2}{(\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2) - (\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_1)} \mathbf{n}_1 + 3 \frac{\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1 \xi_2 - \mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2 \xi_1}{(\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2) - (\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_1)} \mathbf{n}_2 - (\mathbf{g}_x + \mathbf{g}_y + \mathbf{g}_z)^T \right),$$

$$C = 3 \left(\frac{\xi_1 \mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2 - \xi_2 \mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2}{(\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2) - (\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_1)} \mathbf{n}_1 + \frac{\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1 \xi_2 - \mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2 \xi_1}{(\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2) - (\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_1)} \mathbf{n}_2 \right)^2 + (\mathbf{g}_x^2 + \mathbf{g}_y^2 + \mathbf{g}_z^2) -$$

$$-2(\mathbf{g}_x + \mathbf{g}_y + \mathbf{g}_z)^T \left(\frac{\xi_1 \mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2 - \xi_2 \mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2}{(\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2) - (\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_1)} \mathbf{n}_1 + \frac{\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1 \xi_2 - \mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2 \xi_1}{(\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_1)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_2) - (\mathbf{n}_1^T \mathbf{n}_2)(\mathbf{n}_2^T \mathbf{n}_1)} \mathbf{n}_2 \right) - (L_x^2 + L_y^2 + L_z^2).$$

Решение данного квадратного уравнения дает значение дополнительной переменной $t = (-B + m \sqrt{B^2 - 4AC}) / 2A$, где m — индекс конфигурации прямой задачи кинематики. Поскольку значения \mathbf{k} и \mathbf{p}_0 известны, то из выражения (3) найдем вектор положения рабочей точки инструмента $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$.

Чтобы получить дифференциальные соотношения, описывающие зависимость приращений выходных координат рабочего органа от изменений входных координат и параметров модели, продифференцируем выражение (2) поочередно по всем параметрам. При этом будем учитывать, что переменные p_x, p_y, p_z являются функциями двенадцати указанных параметров. В результате получим выражения

$$\mathbf{A} \cdot \delta \mathbf{p} = \mathbf{B}_\rho \cdot \delta \rho, \quad \mathbf{A} \cdot \delta \mathbf{p} = \mathbf{B}_L \cdot \delta L, \quad \mathbf{A} \cdot \delta \mathbf{p} = \mathbf{B}_\varphi \cdot \delta \varphi, \quad \mathbf{A} \cdot \delta \mathbf{p} = \mathbf{B}_d \cdot \delta d, \quad (16)$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} p_x - \rho_x \cos \varphi_x & p_y & p_z - \rho_x \sin \varphi_x - \Delta d_x \\ p_x - \rho_y \sin \varphi_y - \Delta d_y & p_y - \rho_y \cos \varphi_y & p_z \\ p_x & p_y - \rho_z \sin \varphi_z - \Delta d_z & p_z - \rho_z \cos \varphi_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_L = \begin{bmatrix} L_x & 0 & 0 \\ 0 & L_y & 0 \\ 0 & 0 & L_z \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_\rho = \begin{bmatrix} p_x + p_z \sin \varphi_x - \rho_x - \Delta d_x \sin \varphi_x & 0 & 0 \\ 0 & p_y + p_x \sin \varphi_y - \rho_y - \Delta d_y \sin \varphi_y & 0 \\ 0 & 0 & p_z + p_y \sin \varphi_z - \rho_z - \Delta d_z \sin \varphi_z \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_\alpha = \begin{bmatrix} \rho_x(p_x \sin \varphi_x - p_z \cos \varphi_x + \Delta d_x \cos \varphi_x) & 0 & 0 \\ 0 & \rho_y(p_y \sin \varphi_y - p_x \cos \varphi_y + \Delta d_y \cos \varphi_y) & 0 \\ 0 & 0 & \rho_z(p_z \sin \varphi_z - p_y \cos \varphi_z + \Delta d_z \cos \varphi_z) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} p_z - \rho_x \sin \varphi_x - \Delta d_x & 0 & 0 \\ 0 & p_x - \rho_y \sin \varphi_y - \Delta d_y & 0 \\ 0 & 0 & p_y - \rho_z \sin \varphi_z - \Delta d_z \end{bmatrix},$$

в которых матрица \mathbf{A} является параллельным якобианом манипулятора, а матрицы \mathbf{B}_ρ — последовательным якобианом. Они позволяют выявить сингулярные конфигурации манипулятора и индекс конфигурации прямой задачи кинематики, который равен $m = \text{sign}(\det(\mathbf{A}))$. Матрицы \mathbf{B}_L , \mathbf{B}_φ и \mathbf{B}_d характеризуют чувствительность манипулятора к изменениям длин звеньев \mathbf{L} , углов отклонения оси от номинального положения φ и смещений осей от номинального положения \mathbf{d} соответственно.

Заключение

Предложена обобщенная кинематическая модель манипулятора типа Orthoglide, которая учитывает отклонения и смещения осей приводов манипулятора от номинальных значений. Получено решение обратной задачи кинематики, которая имеет восемь решений, и решение прямой задачи кинематики с двумя решениями. Оба решения зависят от девяти внутренних параметров модели. Также получены дифференциальные соотношения, описывающие зависимость приращений выходных координат рабочего органа от изменений параметров модели. Эти соотношения определяют параллельный и последовательные якобианы манипулятора, а также матрицы чувствительности манипулятора к изменению параметров.

KINEMATICS OF THE QUASIORTHOGONAL PARALLEL MANIPULATORS

A.P. PASHKEVICH, R.I. GOMOLITSKY

Abstract

The paper focuses on geometric model of the quasiorthogonal parallel manipulators with non-orthogonal actuators' axis. Based on this model, solutions of forward and inverse kinematics and differential relations between output coordinates and model parameters are found.

Литература

1. Merlet J.-P. Parallel Robots. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000.
2. Tlustý J., Ziegert J.C., Ridgeway S. // CIRP Annals. 1999. Vol. 48 (1). P. 351–356.
3. Wenger P., Gosselin C., Maille B. // Proceedings of PKM'99. Milan, Italy. 1999. P. 23–32.
4. Wang J., Masory O. // IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'93). Atlanta, Georgia. 1993. P. 114–120.
5. Gogu G. // European Journal of Mechanics, A/Solids. 2004. Vol. 23. P. 1021–1039.
6. Wenger P., Chablat D. // Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators. October 3–4, 2002. Quebec City, Quebec, Canada.
7. Pashkevich A., Chablat D., Wenger P. // Proceedings of the 12th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing INCOM'06. St Etienne, France. May 2006. P. 151–156.
8. Zhuang H., Yan J., Masory O. // Journal of Rob. Systems. 1998. Vol. 15, N 7. P. 395–405.
9. Chablat D., Wenger P., Merlet J.P. // Advances in Robot Kinematic, J. Lenarčič and F. Thomas, Eds., Norwell, MA, Kluwer Academic Publishers, 2002, P. 397–406.
10. Pashkevich A., Gomolitsky R., Wenger P., Chablat D. // ICINCO 2007 – Fourth International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics. Angers, France. 9–12 May, 2007. P. 84–91.
11. Пашкевич А.П., Гомолицкий Р.И. // Докл. БГУИР. 2007. Т. 5, №2. С. 134–139.