

УДК 621.372.8

**ПОЛЯ В ПРОДОЛЬНО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ
С УЧЕТОМ ПОТЕРЬ В МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СТЕНКАХ**

А.А. КУРАЕВ, А.К. СИНИЦЫН, С.И. ЯРОМЕНОК

¹Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь²Республиканское унитарное предприятие "ПО "Беларуськалий"
Коржа, 5, Солигорск, 223710, Беларусь

Поступила в редакцию 6 декабря 2006

На основе численного моделирования с использованием метода двухблочной матричной прогонки показано, что учет влияния омических потерь в стенках волновода при расчете спектра гармоник "волны Флоке" приводит к тому, что распределение поля продольно-периодических волноводов не удовлетворяет условию периодичности второго рода так же, как это происходит при расчете поля в согласованных отрезках периодических волноводов.

Ключевые слова: продольно-периодический волновод, условие Флоке, пространственные гармоники, омические потери, азимутально-симметричные электрические моды.

Введение

Задача о распределении электромагнитных полей в периодически нерегулярных электродинамических системах (ЭДС) обычно решается с использованием теоремы Флоке [1] и сводится к построению решений однородной системы уравнений Максвелла в области, ограниченной боковой поверхностью волновода [2, 3], удовлетворяющих условиям Флоке вида

$$F(x, y, z) = e^{j\varphi_0} F(x, y, z + d), \quad (1)$$

где F — любая компонента полей \vec{E} и \vec{H} , величина φ_0 имеет смысл набега фазы собственной волны на период d волновода.

Исходя из (1), электромагнитное поле в периодических структурах на частоте ω можно представить в виде ряда по пространственным гармоникам вида

$$\{E^\Phi, H^\Phi\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \{E_n(x, y), H_n(x, y)\} e^{j\left(\omega t - \frac{\varphi_0 + 2\pi n}{d} z\right)}, \quad (2)$$

где n — номер гармоники.

Относительные фазовые скорости составляющих гармоник:

$$\beta_n = v_n / c = \frac{\omega / cd}{\varphi_0 + 2\pi n}, \quad (3)$$

где v_n — фазовая скорость гармоники n ; c — скорость света в вакууме; $d = \omega_0 / cd'$; ω_0 — опорная частота.

Ранее в работах [2, 4, 5] было показано, что в реальных периодических ЭДС (отрезок полого нерегулярного волновода, коаксиальный волновод и др.) "волны Флоке" в чистом виде практически никогда не реализуются ввиду невозможности одновременного удовлетворения и условию Флоке (1), и условиям согласования во входном и выходном сечениях отрезка периодического волновода. На это впервые было указано в работе [5]. В работах [2, 4, 5] указывается на невыполнение этого условия в общем случае, в работах [6, 7] — для случая азимутально-симметричных электрических волн (E_{0m}), а в работе [8] — для случая азимутально-симметричных магнитных волн (H_{0m}). Для подтверждения результатов в [9] приведены расчеты согласованных отрезков периодических нерегулярных волноводов как методом сеток, так и методом конечных элементов при игнорировании омических потерь в стенках волновода.

Однако гармоники, найденные исходя из (1) и представления (2), имеющие фазовые скорости (3), обнаруживаются во всех решениях для отрезков периодических структур, о чем отмечалось, например, в работе [10].

Для выяснения спектра гармоник, присутствующих в электромагнитном поле продольно-периодической электродинамической системы, достаточно найти φ_0 из решения однородной системы уравнений Максвелла и дополнительном условии на концах отрезка длиной в один период (d) [11]:

$$\{\bar{H}_s, \bar{E}_s\}_{z=d} = \{\bar{H}_s, \bar{E}_s\}_{z=0} e^{-j\varphi_0}. \quad (4)$$

В данной работе показано влияние омических потерь в стенках волновода при расчете спектра гармоник "волны Флоке".

Уравнения для амплитуд связанных волн продольно-периодического волновода с учетом потерь

Рассмотрим азимутально-симметричные электрические поля в продольно-периодическом волноводе кругового сечения, образующего ЭДС электровакуумного прибора.

Однородная система уравнений Максвелла с приближенным граничным условием Щукина–Леонтовича [12] на стенках волновода решается методом, основанным на отображении произвольно-нерегулярной внутренней поверхности волновода на регулярный цилиндр единичного радиуса [7, 13]. На основании этого метода с использованием проекционной процедуры Галеркина исходная краевая задача для уравнений Максвелла сводится к одномерной двухточечной граничной задаче для амплитуд связанных нормальных волн, определяемых безразмерной системой линейных ОДУ [7]:

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{A}_{mi}}{dz} &= (mW\dot{V}_{mi} + v_{0i}\dot{C}_{mi}) + (1-j)2S_\sigma \frac{\sqrt{1+b'^2}}{b} \sum_k \dot{V}_{mk} \frac{J_1(v_{0k})}{J_1(v_{0i})}, \\ \dot{C}_{mi} &= -\frac{v_{0i}\dot{V}_{mi}}{mWb^2} + \frac{b'}{b} \times \left(-\frac{\dot{A}_{mi}}{v_{0i}} + \sum_{k \neq i} \frac{2v_{0i}}{v_{0k}^2 - v_{0i}^2} \frac{J_1(v_{0k})}{J_1(v_{0i})} \dot{A}_{mk} \right), \\ \frac{d\dot{V}_{mi}}{dz} &= -mW \left\{ \dot{A}_{mi} + b'^2 \left[\dot{A}_{mi} \frac{1}{3} \left(1 + \frac{4}{v_{0i}^2} \right) + \sum_{k \neq i} \frac{4(v_{0i}^2 + v_{0k}^2)}{(v_{0i}^2 - v_{0k}^2)^2} \frac{J_1(v_{0k})}{J_1(v_{0i})} \dot{A}_{mk} \right] - \right. \\ &\quad \left. -bb' \left(-\frac{\dot{C}_{mi}}{v_{0i}} + \sum_{k \neq i} \frac{2v_{0k}}{v_{0i}^2 - v_{0k}^2} \frac{J_1(v_{0k})}{J_1(v_{0i})} \dot{C}_{mk} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $b(z)$ — профиль внутренней границы нерегулярного волновода; v_{0m} — корни функции Бесселя, являющиеся решением уравнения $J_0(v_{0m}) = 0$; $S_\sigma = \sqrt{\frac{\pi W}{\sigma \lambda \mu_a c}}$; λ — рабочая длина волны; σ — удельная проводимость стенок; μ_a — абсолютная магнитная проницаемость; $W = \omega / \omega_0$; амплитуды \dot{A}_m , \dot{V}_m , \dot{C}_m представляют коэффициенты разложения компонент поля: поперечной электрической, поперечной магнитной и продольной электрической соответственно.

Для рассматриваемого продольно-периодического волновода задача определения φ_0 приводит к решению (5) с граничными условиями, получаемыми на основе (1):

$$\dot{A}_{sm}(d) = \dot{A}_{sm}(0)e^{-j\varphi_0}, \quad \dot{V}_{sm}(d) = \dot{V}_{sm}(0)e^{-j\varphi_0}. \quad (6)$$

Для дальнейшего моделирования также необходимо задать условие падения распространяющейся волны на левом конце волновода ($z=0$) и граничное условие согласования на правом конце ($z=L$). Указанные условия формулируются следующим образом:

для распространяющихся E_{0m} мод:

$$w\dot{A}_m(0) + jk_{0m}^e \dot{V}_m(0) = jk_{0m}^e w b_0 2\dot{e}_{0m}^+, \quad -w\dot{A}_m(L) + jk_{Lm}^e \dot{V}_m(L) = 0; \quad (7)$$

для закритических E_{0m} мод (моды с чисто мнимой постоянной распространения, которые не переносят электромагнитной энергии):

$$w\dot{A}_m(0) + k_{0m}^e \dot{V}_m(0) = 0, \quad -w\dot{A}_m(L) + k_{Lm}^e \dot{V}_m(L) = 0, \quad (8)$$

где постоянные распространения в начальном и конечном сечениях волновода соответственно: $k_{0m}^e = \sqrt{w^2 - (v_{0m}^2 / b_0^2)}$; $k_{Lm}^e = \sqrt{w^2 - (v_{0m}^2 / b_L^2)}$; \dot{e}_{0m}^+ — амплитуда падающей на вход волны ($m=1, 2, \dots, M$).

Для решения данной граничной задачи используем описанный в [7] метод двухблочной матричной прогонки, обладающий высокой устойчивостью при учете закритических мод и быстрой сходимостью.

Результаты моделирования

Расчет величины φ_0 осуществлялся следующим образом. Первоначально выбиралась геометрия периода гофра. При $z=0$ в (7) задавалось условие $\dot{e}_{0sk}^+ = 1$, а все остальные амплитуды в начале \dot{e}_{0sm}^+ , $m \neq k$ полагались равными нулю и в последующем методом пристрелки их значения подбирались из условия:

$$\sum_{sm} \left\{ \left| \dot{A}_{sm}(d) - \dot{A}_{sm}(0)e^{-j\varphi_0} \right|^2 + \left| \dot{V}_{sm}(d) - \dot{V}_{sm}(0)e^{-j\varphi_0} \right|^2 \right\} = 0. \quad (9)$$

Использовалась синусоидальная форма периода гофра:

$$b(z) = b_0 + hv \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi z}{L} nv \right), \quad (10)$$

где L — длина расчетной области (для одного периода $L=d$); b_0 — параметр нижнего уровня профиля волновода; hv — глубина гофра; nv — число зубцов гофра; $z = (2\pi/\lambda)z'$ — текущая продольная координата; z' — расстояние вдоль оси волновода; $0 \leq z \leq L$, λ — длина волны в свободном пространстве; b_0, hv нормированы на волновое число: $2\pi/\lambda$.

Были получены следующие варианты оптимального расчета по (9) волноводов с одним периодом при пренебрежимо малых омических потерях в стенках: (а) $L=1,5$; $b_0=2,9$; $hv=1,6$;

$nv=1$; (б) $L=1,75$; $b_0=2,9$; $hv=1,6$; $nv=1$; (в) $L=2$; $b_0=2,9$; $hv=1,47$; $nv=1$; число учитываемых E_{0m} мод $M=4$.

Профиль периодически нерегулярного волновода задавался исходя из возможности получения коэффициента замедления β_0 меньше единицы, что давало бы возможность использования данной структуры в качестве реальной ЭДС [10]. При этом оптимальный расчет дал следующие значения набега фазы φ_0 : (а) 1,773; (б) 2,059; (в) 2,126.

На рис. 1,а-в приведено распределение модуля амплитуды радиальной компоненты электрического поля $|A_\Sigma|$ и профили b периодических волноводов с параметрами b_0 , hv , соответствующими выше приведенным вариантам однопериодных волноводов, но при $nv=20$ и (а) $L=30$; (б) $L=35$; (в) $L=40$. При необходимости методом пристрелки выполнялась небольшая подгонка параметров по (9).

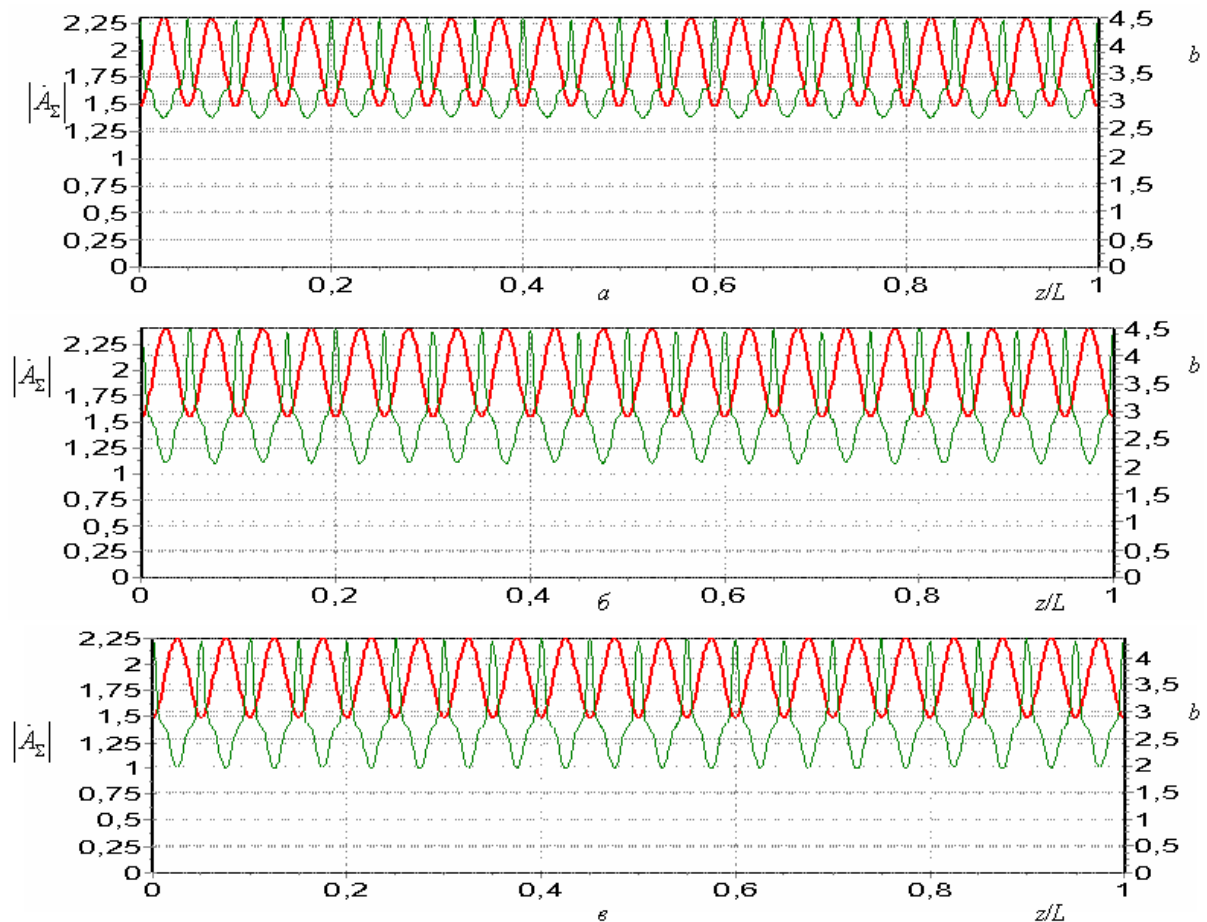


Рис. 1. Распределение суммарного поля E_{0m} мод при идеальной проводимости стенок и условием Флоке на концах волновода: а — $\varphi_0=1,773$; б — $\varphi_0=2,059$; в — $\varphi_0=2,126$

Затем задавались такая рабочая длина волны λ и удельная проводимость стенок σ , используемые при решении системы (5), где влияние потерь становится существенным. Расчет продольно-периодических волноводов с учетом потерь представлен на рис. 2,а-в. Для приведенных вариантов: (а) $\lambda=0,0013$ см; $\sigma=1,41 \cdot 10^7$ См/м; (б) $\lambda=0,0026$ см; $\sigma=1,41 \cdot 10^7$ См/м; (в) $\lambda=0,0008$ см; $\sigma=1,41 \cdot 10^7$ См/м. Синтезированные варианты можно получить и при большем λ , но для этого нужно чрезмерно увеличить число периодов волновода, что ухудшает вычислительную эффективность алгоритма.

Из сравнения результатов, представленных на рис. 1,а-в и рис. 2,а-в, видно, что если при игнорировании потерь периодичность распределения поля строго выполняется и целевая функция (9) практически равна нулю, то влияние омических потерь может оказаться столь зна-

чительным, что невыполнение условия (1) для распределения суммарного поля E_{0m} мод очевидно (рис. 2).

Была выполнена также серия расчетов для геометрий профиля, отличных от приведенных выше. Рассматривались варианты для коэффициентов замедления $\beta_0=0,905$ и $\beta_0>1$ при учете потерь. Но результат остался прежним — влияние потерь приводит к невыполнению условия периодичности второго рода (1) для отрезков продольно-периодических волноводов.

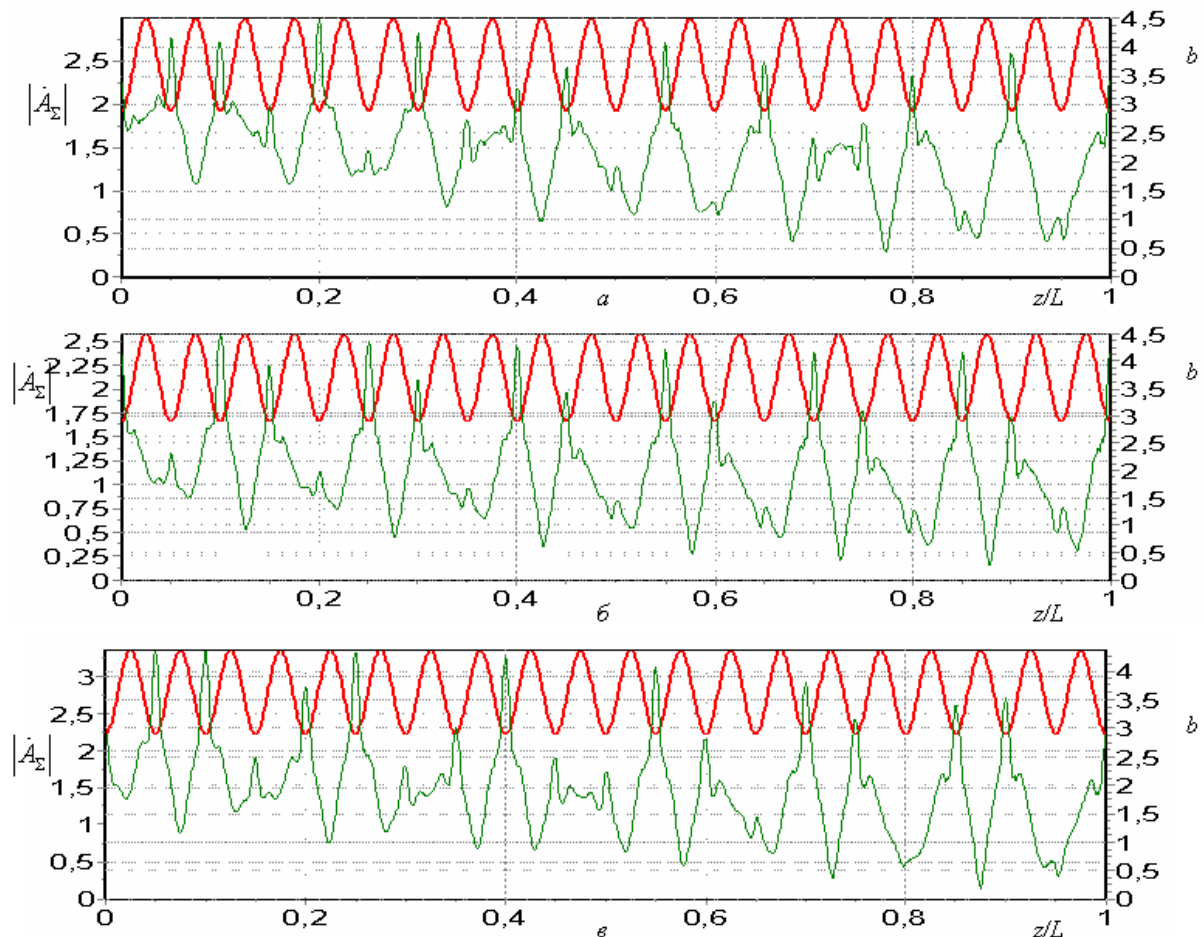


Рис. 2. Распределение суммарного поля E_{0m} мод при конечной проводимости стенок:
a, б, в — то же, что и на рис. 1

Заключение

Продемонстрированное на примерах отсутствие периодичности распределение поля при конечной проводимости стенок ЭДС существенно для формулировки адекватной теории ЛБВ и ЛОВ.

Результаты математического моделирования периодически-нерегулярных волноводов с учетом омических потерь получены сотрудниками научно-исследовательской лаборатории 7.1 БГУИР в рамках работ Фонда фундаментальных исследований и Министерства Образования Республики Беларусь.

EM FIELDS OF LONGITUDINALLY PERIODIC WAVEGUIDES WITH LOSSY METAL WALLS

A.A. KURAYEV, A.K. SINITSYN, S.I. YAROMENOK

Abstract

With the use of block-matrix sweep techniques of numerical modeling the influence of ohmic losses in the waveguide walls are investigated. The absence of agreement with the second order periodic condition for EM field distribution in the longitudinally periodic waveguide with lossy walls is shown.

Литература

1. Floquet G. // Ann. École Norm. Sup. 1883. 12. P. 47–88.
2. Kurayev A.A., Sinitsyn A.K., Yaromenok S.I. // IVEC-2003. P. 225–226.
3. Gans M.J. // Trans. Microwave Theory and Techniques. 1965. № 5. P. 384–385.
4. Кураев А.А., Навроцкий А.А., Синицын А.К. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2003. Т. 8, № 1. С. 4–9.
5. Колосов С.В., Кураев А.А. // Электромагнитные волны и электронные системы. 1999. Т. 4, № 3. С. 44–49.
6. Батура М.П., Кураев А.А., Синицын А.К. // Материалы 14-й КрыМиКо. 2004. С. 175–179.
7. Батура М.П., Кураев А.А., Синицын А.К. Моделирование и оптимизация мощных электронных приборов СВЧ. Минск, 2006.
8. Kurayev A.A., Yaromenok S.I. // 7th IEEE IVEC. Proceedings. 2006. P. 271–272.
9. Яроменок С.И. Теория и расчет устройств на симметричных магнитных модах нерегулярных волноводов с использованием аппарата T -функций: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Минск, 2006.
10. Батура М.П., Кураев А.А., Луцицкая И.В., Синицын А.К. // Докл. БГУИР. 2004. Т. 2, № 4. С. 26–36.
11. Кураев А.А., Марчик О.В., Синицын А.К. // Материалы 14-й КрыМиКо. 2004. С. 195–197.
12. Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. М., 1989. 544 с.
13. Свешников А.Г. // Журн. вычисл. мат. и мат. физики. 1963. Т. 3, № 2. С. 314–326.