где $s = (\sigma_2 - \rho_2)^{-1}[\rho_1\sigma_1 - (1 + \rho_2 - \rho_3)(1 + \rho_2 - \sigma_3)]$, $cd = -(s - \rho_1)(s - \sigma_1)$, c — произвольная постоянная. Система (2) сводится к дифференциальному уравнению класса Фукса:

$$y'' + \left(\frac{1-\rho_1-\sigma_1}{z-a_1} + \frac{\rho_1+\sigma_1-1}{z-a_2} - \frac{\rho_2+\sigma_2}{z-a_3}\right)y' +$$

$$+ \left[\frac{\rho_1\sigma_1}{(z-a_1)^2} + \frac{(1-\rho_1)(1-\sigma_1)}{(z-a_2)^2} + \frac{\rho_2(\sigma_2+1)}{(z-a_3)^2} - \frac{(1-\rho_1)(1-\sigma_1)+\rho_1\sigma_1}{(z-a_1)(z-a_2)} + \right.$$

$$\left. + \frac{(1-\rho_1)(1-\sigma_1)+\sigma_2(\rho_2+1)-\rho_3\sigma_3}{(z-a_1)(z-a_3)} - \frac{(1-\rho_1)(1-\sigma_1)+\rho_2(\sigma_2+1)-\rho_3\sigma_3}{(z-a_2)(z-a_3)}\right]y = 0,$$

Поскольку $U_1 + U_2 = E$, а применение преобразования подобия к обеим частям системы (2) сохраняет это соотношение, то справедлива следующая

Теорема. *Если для дифференциальных матриц U_1 и U_2 системы (2) справедливо равенство $U_1 + U_2 = E$, то матрицы группы монодромии V_k, $k = 1, \ldots, 4$, этой системы связаны соотношениями $V_1 \cdot V_2 = E$, $V_3 \cdot V_4 = E$.*

Литература

1. Еругин Н.П. *Проблема Римана.* Мн.: Наука и техника, 1982.

2. Хвощинская Л. А. *Об одном методе построения дифференциальных матриц проблемы Римана* // Матер. VII междунар. науч. конф. им. акад. М. Кравчука, 19–20 мая 2016. Т. 1. Киев: НТУУ «КПИ», 2016. С. 263–266.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ СЕМЕЙСТВА КОНСЕРВАТИВНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА БЕЗ ХАОТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ

В.В. Цегельник

В работе [1] выделен класс консервативных динамических систем третьего порядка (содержащих четыре компоненты) с квадратичными нелинейностями без хаотического поведения. Указанный класс включает 7 семейств систем в зависимости от количества констант и нелинейностей в каждой из них.

В докладе представлены результаты исследования аналитических свойств решений четырехкомпонентных консервативных динамических систем

$$\dot{x} = 1 + yz, \quad \dot{y} = x, \quad \dot{z} = y. \tag{1}$$

$$\dot{x} = \varepsilon + y^2, \quad \dot{y} = z, \quad \dot{z} = x. \tag{2}$$

$$\dot{x} = y^2 + z, \quad \dot{y} = x, \quad \dot{z} = 1. \tag{3}$$

$$\dot{x} = y^2, \quad \dot{y} = x + z, \quad \dot{z} = \varepsilon. \tag{4}$$

$$\dot{x} = y^2, \quad \dot{y} = 1 + z, \quad \dot{z} = \varepsilon x. \tag{5}$$

$$\dot{x} = yz, \quad \dot{y} = 1 + x, \quad \dot{z} = x. \tag{6}$$

$$\dot{x} = y^2, \quad \dot{y} = z, \quad \dot{z} = 1 + x. \tag{7}$$

$$\dot{x} = yz, \quad \dot{y} = x, \quad \dot{z} = 1 + y \tag{8}$$

с одной константой и одной нелинейностью. В системах (1)–(8) x, y, z — неизвестные функции независимой переменной t; $\varepsilon^2 = 1$.

В предположении, что переменная t является комплексной и с учетом работ [2, 3] доказаны

Теорема 1. *Каждая из систем* (1), (3) *редуцируется к первому уравнению Пенлеве и является системой* P*-типа.*

Теорема 2. *Система* (4) *является системой Пенлеве-типа. Ее общее решение имеет вид:* $x = \dot{y} - z$, $z = \varepsilon t + C_1$ (C_1 *— произвольная постоянная), а* y *— общее решение уравнения* $\ddot{y} = y^2 + \varepsilon$, *интегрируемого в эллиптических функциях.*

Теорема 3. *Ни одна из систем* (2), (5)–(8) *не является системой* P*-типа.*

Работа выполнена в рамках Государственной программы научных исследований «Конвергенция-2020» (Подпрограмма «Методы математического моделирования сложных систем»).

Литература

1. Heidel J., Zhang Fu. *Nonchaotic behaviour in three-dimensional quadratic systems II. The conservative case* // Nonlinearity. 1999. V. 12. P. 617–633.

2. Айнс Э.Л. *Обыкновенные дифференциальные уравнения.* Харьков: ГНТИУ. 1939.

3. Cosgrove C.M. *Higher-order Painlevé equations in the polynomial class. I Bureau symbol* **P2** // Stud. Appl. Math. 2000. V. 104. P. 1–65.

О СВОЙСТВАХ РЕШЕНИЙ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Биньбинь Чжан

Рассмотрим уравнение

$$x^{(4)} = \frac{1}{2}\frac{(x''' - 6x^2x')^2}{x'' - 2x^3} + \frac{x'x'''}{x} + \frac{5}{3}\frac{(x'')^2}{x} - \frac{3}{2}\frac{(x')^2x''}{x^2} + \frac{40}{3}x^2x'' + 9x(x')^2 - \frac{64}{3}x^5. \qquad (1)$$

С учетом первого интеграла

$$\frac{\left(\frac{x'''}{x} - \frac{x'x''}{x^2} - 4xx'\right)^2}{\frac{x''}{x} - 2x^2} = \frac{2}{3}\left(\frac{x''}{x} - 2x^2\right)^2 + 24x^2\left(\frac{x''}{x} - 2x^2\right) - 24((x')^2 - x^4) + H$$

уравнение (1) преобразуется к виду

$$\left(\frac{x''' - 6x^2x'}{x'' - 2x^3} - \frac{x'}{x}\right)' = -\frac{1}{2}\left(\frac{x''' - 6x^2x'}{x'' - 2x^3} - \frac{x'}{x}\right)^2 + \frac{2}{3}\frac{x'' - 2x^3}{x} + 12x^2. \qquad (2)$$

Вводя обозначение

$$\frac{x'' - 2x^3}{x} = 6y^2, \qquad (3)$$

далее уравнение (2) приводим к виду

$$y'' = 6x^2y + 2y^3. \qquad (4)$$

Система (3), (4) встречается в работе [1].

Если $x + y = u$, $x - y = v$, то в силу системы (3), (4)

$$u'' = 2u^3, \quad v'' = 2v^3 \qquad (5)$$