

УДК 621.371:550.837.6

ДИСПЕРСИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДОЙ

Д.В. ГОЛОЛОБОВ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П.Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь*

Поступила в редакцию 29 августа 2008

Проведен анализ дисперсионного уравнения поверхностной волны в анизотропной среде с нормальным относительно границы раздела сред подмагничиванием. Результаты свидетельствуют о существовании волны в виде суперпозиции четырех мод. При учете угла наклона поля подмагничивания число мод увеличивается.

Ключевые слова: углеводородная залежь, анизотропия, дисперсионная характеристика, поверхностная электромагнитная волна, подмагничивание.

Введение

Интерес рассматриваемой задачи связан с проблемой поиска и выделения границ углеводородных залежей (УВЗ), проявляющих, согласно [1], анизотропные свойства среды над залежью, присущие плазмopodobным образованиям. Моделированию плазменных и плазмopodobных образований уделено достаточное внимание в научно-технической литературе [2]. Особенностью разработанной модели среды над УВЗ является наличие магнитоэлектрического наполнителя и учет столкновительных процессов разноименных частиц в слабом геомагнитном поле. Специфический характер образования и возникновения данных неоднородностей представляет научный интерес с точки зрения их обнаружения и мониторинга. Связано это с решением ряда прикладных задач, основными из которых являются мониторинг искусственно создаваемых залежей углеводородов — хранилищ газа и нефти, а также исследованиями поверхностностей космических планет на присутствие в их недрах углеводородных образований.

Рассматриваемый в статье вопрос находит свое начало в работах автора, которые связаны лишь со случаем нормального подмагничивания среды.

Постановка задачи

Оценка отражательных свойств подстилающей поверхности при известных электродинамических параметрах среды и угле падения волны осуществляется по коэффициентам Френеля. Однако при больших углах падения электромагнитной волны (ЭМВ) в структуре поля преобладает поверхностная компонента, отражательная трактовка распространения радиоволн (РРВ) теряет физический смысл. В этом случае процесс РРВ более качественно описывается режимом взаимодействия поверхностной ЭМВ (ПЭВ) с подстилающей средой. Когда среда обладает анизотропными параметрами, задача оценки отражательных свойств поверхности сводится к анализу тензора поверхностного импеданса второго ранга [3]. Компоненты тензора оказываются зависимыми от дисперсионных характеристик ПЭВ. Задача исследования дисперсионного уравнения сводится к численному тестированию и отбору его корней, соответствующих отдельным модам в среде.

Пусть граница раздела сред совпадает с плоскостью XOY , а ось OZ направлена внутрь второй среды, обладающей анизотропными свойствами. В выбранной системе координат поле подмагничивания H_0 , в общем случае ориентировано произвольно относительно границы раздела двух сред. Свойства анизотропной среды описываются тензором диэлектрической проницаемости, содержащим все девять компонентов. Плоская ЭМВ с вертикальной поляризацией распространяется вдоль оси OX с обобщенной амплитудой A_m (E или H) и функцией распространения $\xi(x, z, t)$:

$$\vec{A} = A_m \xi(x, z, t) \quad (1)$$

Функция распространения характеризует ослабление ЭМВ в средах и ее пространственно-временные координаты

$$\begin{aligned} \xi_1(x, z, t) &= e^{\alpha_0 z} e^{j(\omega t - kx)}, \\ \xi_2(x, z, t) &= e^{-\alpha_1 z} e^{j(\omega t - kx)}. \end{aligned} \quad (2)$$

где α_0 — коэффициент ослабления в воздухе; α_1 — поперечные волновые числа в подстилающей среде; $k = 2\pi/\lambda$ — постоянная распространения; $\omega = 2\pi f$ — круговая частота.

Дисперсионное уравнение ПЭВ при нормальном подмагничивании

Уравнение для поперечного волнового числа запишем первое и второе уравнения Максвелла с учетом выбранной системы координат:

$$\begin{aligned} \alpha H_y &= j\omega \epsilon_0 (\epsilon_1 E_x + \epsilon_2 E_y + \epsilon_3 E_z), \\ jkH_z - \alpha H_x &= j\omega \epsilon_0 (\epsilon_4 E_x + \epsilon_5 E_y + \epsilon_6 E_z), \end{aligned} \quad (3)$$

$$-jkH_y = j\omega \epsilon_0 (\epsilon_7 E_x + \epsilon_8 E_y + \epsilon_9 E_z),$$

$$\alpha E_y = -j\omega \mu_z H_x,$$

$$jkE_z - \alpha E_x = -j\omega \mu_z H_x, \quad (4)$$

$$-jkE_y = -j\omega \mu_z H_x,$$

где ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость воздуха; $\epsilon_1 \dots \epsilon_9$ — компоненты тензора диэлектрической проницаемости; μ_1 — магнитная проницаемость нижнего полупространства.

Рассмотрим случай когда вторая среда обладает гиротропными свойствами т.е. $\epsilon_3 = \epsilon_6 = \epsilon_7 = \epsilon_8 = 0$, а подмагничивание является нормальным к границе раздела сред. Исключая из (3) компоненты H_x , H_y , H_z и E_z и используя (4), получим

$$\frac{\alpha^2 \epsilon_9^2}{k^2 - k_0^2 \epsilon_9} E_x - j\epsilon_2 E_y = 0, \quad (5)$$

$$k_0^2 \epsilon_2 E_x - j(k^2 - k_0^2 \epsilon_1 - \alpha^2) E_y = 0, \quad (6)$$

здесь k_0 — постоянная распространения в воздухе.

Представляя (5) и (6) в виде произведения матриц

$$K E = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \\ K_3 & K_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = 0 \quad (7)$$

и приравнявая детерминант матрицы коэффициентов к нулю $\det K = 0$, получим уравнение для поперечного числа вида

$$\alpha^4 + \alpha^2 \left(k^2 \frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{\epsilon_3} - 2\epsilon_1 \right) + \frac{k^2 - \epsilon_3}{\epsilon_3} (k^2 \epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_1^2) = 0. \quad (8)$$

Из (8) следует, что для его решения, требуется исследование дисперсионного уравнения $k(\omega)$ для нижнего полупространства. При этом условием существования ПЭВ будет:

$$\operatorname{Re} \alpha > 0, \operatorname{Im} \alpha > 0, \operatorname{Re} k > 0, \operatorname{Im} k < 0, \quad (9)$$

Уравнение для продольного волнового числа

Обратимся к уравнениям (5) и (6). Тривиальное решение (5) обеспечивается при условии, когда электрические компоненты поля определяются выражениями

$$E_{xi} = \frac{k_1^2 - a_i^2}{k_0^2} B_i, \quad (10)$$

$$E_{yi} = j\epsilon_2 B_i,$$

$$E_{zi} = -\frac{k_i a_0}{k_3} B_i \frac{k_1^2 - a_i^2}{k_0^2},$$

а для (6) соответственно

$$E_{xi} = -j\epsilon_2 B_i,$$

$$E_{yi} = \frac{\epsilon_3 a_i^2 - \epsilon_1 k_3^2}{k_3^2} B_i, \quad (11)$$

$$E_{zi} = \frac{a_0 \epsilon_2 k_i}{k_3^2} B_i,$$

где $k_1^2 = k^2 - k_0^2 \epsilon_1$, $k_3^2 = k^2 - k_0^2 \epsilon_3$; B_i — вспомогательный коэффициент для i -й волны.

Для тангенциальных и нормальных составляющих электромагнитного поля волны в диэлектрике (ϵ_0 , σ_0) и ЭВМ, удовлетворяющих условиям существования ПЭВ в анизотропной среде (9), выполняются граничные условия:

$$E_{0\tau} = \sum_i E_{i\tau},$$

$$H_{0\tau} = \sum_i H_{i\tau}, \quad (12)$$

$$E_{0n} = \epsilon_3 \sum_i E_{in},$$

$$H_{0n} = \sum_i H_{in},$$

где подстрочные буквы n и τ соответствуют нормальным и тангенциальным компонентам электромагнитного поля.

Выделим два поперечных волновых числа α_1 и α_2 , удовлетворяющих условию существования ЭВМ (9) в исследуемой среде [4]. Тогда из условия непрерывности тангенциальных составляющих электрического поля (12) на границе раздела двух сред и уравнений (10) следует

$$E_{0X} = \frac{k_1^2 - \alpha_1^2}{k_0^2} B_1 + \frac{k_1^2 - \alpha_2^2}{k_0^2} B_2, \quad E_{0Y} = j\varepsilon_2(B_1 + B_2). \quad (13)$$

Аналогично из условия непрерывности касательных составляющих магнитного поля получим:

$$E_{0X} = \frac{\varepsilon_3 \cdot \alpha_0}{k_3^2 \cdot k_0^2} \cdot (\alpha_1 B_1 (k_1^2 - \alpha_1^2) + \alpha_2 B_2 (k_1^2 - \alpha_2^2)), \quad (14)$$

$$E_{0Y} = j \frac{\varepsilon_3}{\alpha_0} (\alpha_1 B_1 + \alpha_2 B_2).$$

Приравняв правые части уравнений (13) и (14), для электрических компонентов поля по X и Y получим систему уравнений вида

$$\begin{cases} B_1(\alpha_0 + \alpha_1) + B_2(\alpha_0 + \alpha_2) = 0, \\ B_1 \frac{k_1^2 - \alpha_1^2}{k_0^2} \left(1 + \frac{\alpha_1 \alpha_0 \varepsilon_3}{k_3^2}\right) + B_2 \frac{k_1^2 - \alpha_2^2}{k_0^2} \left(1 + \frac{\alpha_2 \alpha_0 \varepsilon_3}{k_3^2}\right) = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Записав систему уравнений (15) в матричной форме $[B] [K]=0$ и приравняв детерминант матрицы $[K]$ к нулю, получим дисперсионное уравнение ПЭВ вида

$$k_3^2 [k_1^2 + \alpha_0(\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1 \alpha_2] + \alpha_0 \varepsilon_3 (\alpha_1^2 + \alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2^2) + \alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 \varepsilon_3 (\alpha_1 + \alpha_2) - \alpha_0^2 \varepsilon_3 k_1^2 = 0. \quad (16)$$

или с учетом нормировки: $\gamma = k/\sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0}$ и $\beta = \alpha/\sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0}$,

$$\gamma^4(1 + \varepsilon_3) + \gamma^2 C + D(1 + \varepsilon_3) - \varepsilon_3(1 + \varepsilon_3) - 2\varepsilon_1 + \varepsilon_3 C(D - 1) - 2D + 2\varepsilon_1 = 0, \quad (17)$$

где $D = \beta_1 \beta_2$ и $C = (\beta_1 + \beta_2) \sqrt{\gamma^2 - 1}$.

Совместное решение уравнений (8) и (17) позволяет провести анализ амплитудного распределения поля волны в исследуемой среде, выделить частотные отрезки оптимального (в смысле обнаружения и выделения) взаимодействия ПЭВ со средой, провести оценку влияния электродинамических параметров анизотропной среды на характер РРВ.

Анализ корней дисперсионного уравнения

Расчет уравнений (8)–(17) относительно приведенной постоянной распространения с помощью стандартных программ ЭВМ требует больших затрат машинного времени, а поиск отдельных корней уравнения затруднен ввиду сложных преобразований функций с комплексными переменными. Указанные трудности заставляют использовать приближенные подходы в решении поставленной задачи. Одним из таких решений является аналитическое преобразование системы линейных уравнений с учетом допущений, сделанных при анализе уравнения для поперечного волнового числа [5]. Процедура расчета корней при этом сводится к совместному решению уравнений восьмой степени для реальной и мнимой составляющих приведенной постоянной распространения ЭВМ. Численное исследование системы уравнений с помощью стандартной подпрограммы SPOLR по модифицированному методу Ньютона показало, что программа обладает высокой погрешностью счета, не обнаруживает всех корней исследуемых уравнений. С целью повышения точности расчета и снижения времени использования ЭВМ в

работе применена оптимизация задачи методом Нельдора–Мида [6], основанная на выборе регулярного симплекса в двумерном пространстве (операции отражения, растяжения и сжатия симплекса ограничены стандартными коэффициентами — 1,0; 2,0; 0,5). Численное исследование проводилось в два этапа: определялись области существующих корней на дискретной частоте, после чего рассчитывались зависимости $\gamma = \phi(f)$ и $\beta = \psi(f)$.

Совместное решение уравнений (8) и (17) на ЭВМ по методу Нельдона-Мида для параметров анизотропной среды: $\epsilon_r=10$, $\sigma_r=0,001$ См/м, $N=10^{16}$ м⁻³, $v_e=10^6$ с⁻¹, $v_u=10^9$ с⁻¹ свидетельствует о существовании ПЭВ в виде суперпозиции четырех волн. На рис. 1, 2 представлены частотные зависимости нормированных постоянных распространения для данных типов волн (реальной и мнимой составляющим корней соответствует штриховая и сплошная линии). Проведен анализ данных зависимостей с учетом условий существования ПЭВ (9).

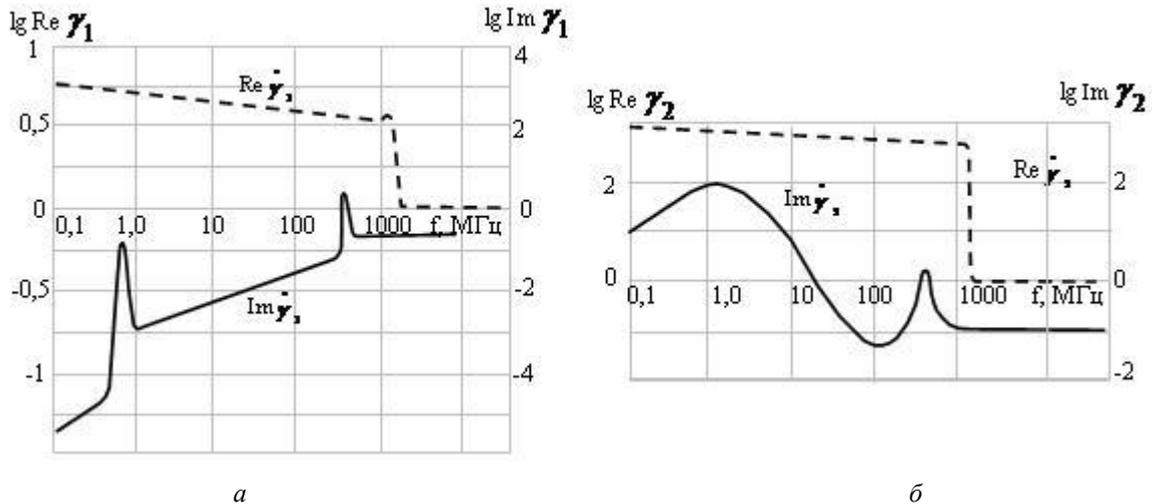


Рис. 1. Частотная зависимость γ_1 (а) и γ_2 (б)

Волны с комплексными продольными волновыми числами γ_1 и γ_2 (рис. 1) имеют относительно равномерные коэффициенты фазы $\text{Re } \gamma_1$ и $\text{Re } \gamma_2$ в частотном интервале 0,1 МГц–2,0 ГГц и нулевые значения за пределами этой полосы частот. Анализ приведенных коэффициентов затухания $\text{Im } \gamma_1$ и $\text{Im } \gamma_2$ необходимо проводить дифференцированно по поддиапазонам частот, характеризующим распространение волн над средой. Для частотной зависимости $\text{Im } \gamma = \psi(f)$ (рис. 1,а) можно выделить пять частотных отрезков: 1 — полоса частот 0,1–0,9 МГц — характеризуется низким значением $\text{Im } \dot{\gamma}_1$, где среда поддерживает существование волны; 2 — узкий интервал частот 0,9–0,95 МГц, где $\text{Im } \dot{\gamma}_1$ резко возрастает до значения 0,1, поэтому следует ожидать частичного поглощения волны на данных частотах; 3 — поддиапазон частот 1,0–150 МГц характеризуется низкими $\text{Im } \dot{\gamma}_1$ и среда поддерживает волну; 4 — в интервале частот 400–500 МГц происходит смена режима распространения волны, так как $\text{Im } \dot{\gamma}_1 > 0$ и волна будет поглощаться средой; 5 — частотам свыше 500 МГц соответствует равномерное распределение коэффициента затухания и характер распространения не будет отличаться от лучевого. В общем волна γ_1 является быстрой электромагнитной, поскольку $|\gamma_1| \leq 1$. Вторая волна (рис. 1, б) является медленной, так как модуль постоянной распространения лежит в пределах $1,2 \leq |\gamma_2| \leq 3,5$. Для мнимой составляющей γ_2 также необходимо разбить исследуемый частотный диапазон на три: 1 — полоса частот 0,1–18 МГц, где $\text{Im } \gamma_2$ принимает положительные значения, что соответствует поглощению волны средой; 2 — на частотах 18–200 МГц анизотропная среда поддерживает существование волны; 3 — область частот 400–500 МГц, где $\text{Im } \gamma_2 > 0$ волна не будет распространяться вдоль поверхности.

Суперпозиция описанных волн с γ_1 и γ_2 в окрестности частот 0,9 МГц и 450 МГц будет способствовать преобразованию ПЭВ в объемную за счет поглощения средой. Физически

такое anomальное поведение ПЭВ связано с электронным циклотронным и электронным плазменным резонансами взаимодействия ЭВМ и анизотропной среды.

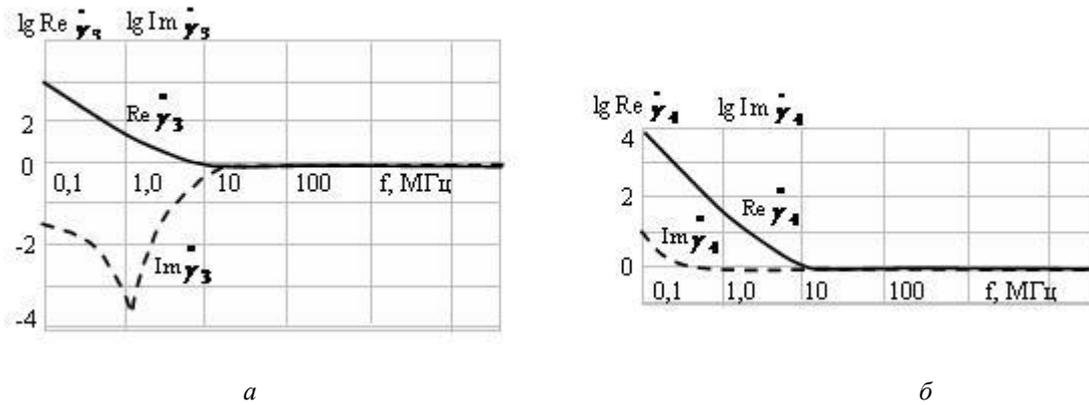


Рис. 2. Частотная зависимость γ_3 (а) и γ_4 (б)

Рассмотрим волны, дисперсионные зависимости для которых представлены кривыми на рис. 2. Поскольку модули этих волн $|\gamma_3| \gg 1$ и $|\gamma_4| \gg 1$, то они представляют собой электростатические (электрокинетические) волны, характер которых обусловлен динамическими процессами в анизотропной среде. Данный тип волн, как видно из графиков, может поддерживаться средой в диапазоне частот 0,1–60 МГц и вносит коррективы в поле ПЭВ на этом частотном интервале.

Дисперсионное уравнение с учетом наклона магнитного поля

При произвольном наклоне поля подмагничивания относительно границы раздела сред (за исключением нормального и продольного) тензор диэлектрической проницаемости имеет девять компонентов. Используя уравнения (1) и (2), можно получить коэффициенты матрицы:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= k^2 \omega^2 \mu_z \varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_9 - k^3 \omega \varepsilon_0 \varepsilon_1 + k \alpha (j \omega \varepsilon_0 \varepsilon_7 + \varepsilon_9 + \varepsilon_3) + \\
 &\quad + \omega \mu_z \varepsilon_3 (1 - \alpha \varepsilon_9 + j \omega \varepsilon_0 \varepsilon_7) / (jk [\omega \mu_z \varepsilon_3 - k]), \\
 K_2 &= \omega \varepsilon_0 (k [\alpha \varepsilon_8 - \omega \mu_z \varepsilon_2 \varepsilon_9 - k \varepsilon_2] + \omega \mu_z \varepsilon_3 \varepsilon_8) / (k [\omega \mu_z \varepsilon_3 - k]), \\
 K_3 &= j \omega \varepsilon_0 [k^2 \omega^2 \mu_z \varepsilon_6 (\varepsilon_0 \varepsilon_1 + 2 \omega \mu_z \varepsilon_3 \alpha^2) + k^3 \alpha^3 \omega \mu_z \varepsilon_6 + \\
 &\quad + k \alpha (\omega^3 \mu_z^2 \varepsilon_6 + \varepsilon_4 - \omega \mu_z \varepsilon_3 \varepsilon_6) + \omega \varepsilon_4] / (k \alpha + \omega \mu_z \varepsilon_3), \\
 K_4 &= [k (\omega \alpha^2 + \alpha \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_5 - j k \omega^4 \mu_z^2 \varepsilon_0^2 \varepsilon_2 \varepsilon_6 + k \omega \mu_z \varepsilon_3 + \\
 &\quad + k^2 \alpha) - \omega \mu \alpha \varepsilon_3 - \omega^3 \mu_z \varepsilon_0 \varepsilon_3 \varepsilon_5] / (j \omega \mu_z) (k \alpha + \omega \mu_z \varepsilon_3).
 \end{aligned} \tag{18}$$

Определяя детерминант матрицы $\det K = 0$, получим уравнение для поперечного волнового числа

$$\sum_n \beta^n F_{6-n} = 0, \quad n=0 \dots 6, \tag{19}$$

и дисперсионное уравнение вида

$$\sum_v \gamma^v G_{7-v} = 0, \quad v=0 \dots 7. \tag{20}$$

В уравнениях (19), (20) коэффициенты F_n и G_n являются функциями частоты, комплексных компонентов тензора, величины и углов наклона магнитного поля, магнитной проницаемости среды.

Как видно, в отличие от (8), уравнение (19) дополняется приведенными поперечными составляющими с нечетными степенями. Высшая степень приведенного продольного числа в (20) увеличивается до шестой и также содержит члены с нечетными степенями. Определяется это тем, что наличие угла наклона поля подмагничивания приводит к необходимости учета всех компонентов тензора диэлектрической проницаемости. Количество корней дисперсионного уравнения (20) существенно увеличивается, а значит, увеличивается число мод, поддерживающих существования ЭМВ в среде.

Заключение

Приведенный анализ корней дисперсионного уравнения позволяет выделить несколько частотных областей, где за счет суперпозиции существующих волн возможны нелинейные преобразования ПЭВ над гиротропной средой.

Вариация электродинамических параметров анизотропной среды и угла наклона поля подмагничивания существенно изменяют дисперсионные свойства ПЭВ. При этом она представляется суперпозицией большего (в сравнении с нормальным или продольным подмагничиванием) числа волн.

DISPERSION CHARACTERISTICS OF SURFACE WAVE PROPAGATING IN ANISOTROPIC MEDIUM

D.V. GOLOLOBOV

Abstract

The analysis of the dispersive equation of a surface wave in the anisotropic medium with normal magnetic biasing against the interface is carried out. The results testify that the resulting wave is the superposition of four modes. The number of modes increases if a magnetic biasing field angle is concerned in calculations.

Литература

1. Гололобов Д.В., Малевич И.Ю. // Докл. БГУИР. 2005. № 1. С. 22–27.
2. Альтшуллер Е.Ю., Кац Л.И., Попов В.В. // Обзор. Сер. 1. 1983. Вып. 7 (940).
3. Кравченко В.Ф. Электродинамика сверхпроводящих структур. Теория, алгоритмы и методы вычислений. М., 2006.
4. Wallis R.F., Brion J.J., Burstein E., Hartstein A. // Physical Rev. 1974. Vol. 9, N 8. P. 3424–3437.
5. Гололобов Д.В., Москвичев В.Н. // Радиотехника и электроника. 1990. Вып. 19. С.191–195.
6. Банди Б. Методы оптимизации. М., 1988.