

УДК 621.391, 621.383.92

## ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ ОПТИЧЕСКОГО КАНАЛА СВЯЗИ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ СООБЩЕНИЯ СИГНАЛАМИ МАЛОЙ МОЩНОСТИ

И.Р. ГУЛАКОВ, А.О. ЗЕНЕВИЧ, С.К. КОМАРОВ

*Высший государственный колледж связи  
Ф. Скорины, 8/2, Минск, 220114, Беларусь*

*Поступила в редакцию 12 октября 2009*

Выполнено моделирование одноквантового канала оптической связи. Получено выражение для скорости передачи информации по такому каналу. Показано, что для получения максимального значения пропускной способности одноквантового канала оптической связи необходимо осуществлять подбор оптимального порогового уровня регистрации и мощности оптического излучения.

*Ключевые слова:* одноквантовый канал связи, пропускная способность, скорость передачи информации, режим счета фотонов.

### Введение

В настоящее время одной из наиболее важных задач, стоящих перед разработчиками систем передачи информации по волоконно-оптическим и открытым каналам оптической связи, является повышение чувствительности приемного модуля. Решение этой задачи позволит уменьшить необходимое для качественной передачи информации число ретрансляторов. Также при защите информации, транслируемой по оптическим каналам связи, средствами квантовой криптографии прибегают к снижению мощности передаваемого сигнала, который может содержать до десятка отдельно зарегистрированных фотонов [1].

Для приема оптических сигналов малой мощности необходимо использовать высокочувствительные методы регистрации оптического излучения, одним из которых является счет фотонов [2]. В данной работе рассмотрен оптический канал связи, содержащий в качестве приемника информации счетчик фотонов. Одной из наиболее важных характеристик канала связи является его пропускная способность [3]. Для оценки пропускной способности оптических каналов используют различные подходы. Наиболее часто применяются два подхода, один из которых базируется на принципах статистической термодинамики [4], другой основан на теории передачи кодированных сообщений [3]. При этом для оценки пропускной способности каналов связи используется второй подход. До настоящего времени не была выполнена оценка пропускной способности оптического канала связи, содержащего в качестве приемного модуля счетчик фотонов.

Целью данной работы является оценка пропускной способности оптического канала связи при передаче информации оптическими сигналами, содержащими десятки отдельных фотонов.

## Математическая модель канала связи

Прежде чем перейти к вычислению пропускной способности канала связи, необходимо определить энтропию  $H(A)$  источника оптической информации. Поскольку информация, передаваемая по оптическим каналам связи, наиболее часто кодируется двоичными символами 0 и 1, обозначим вероятность появления на выходе источника символа "0" как  $P_s(0)$ , а вероятность появления на выходе источника символа "1" —  $P_s(1)$ . В случае равенства  $P_s(0)$  и  $P_s(1)$ , энтропия  $H(A)=1$  бит. Энтропия источника  $H(A)$  отличается от энтропии на выходе канала связи (выходе счетчика фотонов)  $H(B)$ , что вызвано наличием в нем помех. При этом сообщение  $b$ , полученное на выходе канала, может отличаться от переданного источником сообщения  $a$ . Таким образом, существует некоторая вероятность ошибки приема.

Количество информации  $I$  на выходе канала связи определяется как

$$I = H(A) - H(A/B), \quad (1)$$

где  $H(A/B)$  — условная энтропия, определяющая ненадежность канала или потери информации при воздействии помех.

Канал связи характеризуется скоростью передачи информации  $R$ , т.е. количеством средней взаимной информации, деленной на среднее время передачи одного бита  $\tau_b$ , определяемой в [2] как

$$R = \frac{I}{\tau_b} = \frac{H(A) - H(A/B)}{\tau_b} = \frac{H(B) - H(B/A)}{\tau_b}, \quad (2)$$

где  $H(B/A)$  — условная энтропия на выходе канала связи, характеризующая ненадежность канала или потери информации при воздействии помех. Максимальное значение скорости передачи информации определяет пропускную способность канала связи  $C$ .

Рассмотрим случай двоичного кодирования информации оптическими импульсами, состоящими из отдельных фотонов, считая, что основной вклад в помехи вносит сам счетчик фотонов, а помехами, возникающими в канале оптической связи при распространении фотонов, можно пренебречь.

При двоичном кодировании значения  $H(B)$  и  $H(B/A)$  зависят от вероятности  $P(0/1)$  регистрации на выходе канала связи "0" при наличии на входе "1" и  $P(1/0)$  регистрации на выходе канала связи "1" при наличии на входе "0". При этом вероятность  $P(0/1)$  определяется квантовой эффективностью регистрации счетчика фотонов  $\eta$ , длительностью "мертвого" времени фотоприемника  $\tau_d$  и статистическим распределением импульсов на выходе счетчика при воздействии на него оптического излучения  $P_{st}(N)$ , а вероятность  $P(1/0)$  зависит от статистического распределения темновых импульсов  $P_t(N)$  и скорости их счета  $n_t$ .

Пороговый уровень регистрации — наименьшее число импульсов  $N_n$ , зарегистрированных на выходе счетчика фотонов за время передачи символа "1". Он выбирается на основе статистических распределений  $P_{st}(N)$  и  $P_t(N)$ . При этом вероятности  $P(1/0)$  и  $P(0/1)$  определяются следующим образом:

$$P(1/0) = 1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \quad \text{и} \quad P(0/1) = \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N). \quad (3)$$

Поскольку  $P(1/0) \neq P(0/1)$ , канал связи является несимметричным и энтропия  $H(B)$ :

$$H(B) = -P'_s(0) \log_2 P'_s(0) - P'_s(1) \log_2 P'_s(1), \quad (4)$$

где  $P'_s(0)$  — вероятность появления на выходе канала связи символа "0", а  $P'_s(1)$  — вероятность появления на выходе канала связи символа "1". Входящие в (4) вероятности  $P'_s(0)$  и  $P'_s(1)$  равны соответственно:

$$P'_s(0) = P_s(0)P(0/0) + P_s(1)P(0/1) = P_s(0) \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + P_s(1) \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N), \quad (5)$$

$$P'_s(1) = 1 - P'_s(0) = 1 - [P_s(0) \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + P_s(1) \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N)],$$

где  $P(0/0)$  — вероятность регистрации на выходе канала связи "0" при наличии на входе "0".  
Подставляя в выражение (4) формулы (5), получим:

$$H(B) = - \left( P_s(0) \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + P_s(1) \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \log_2 \left( P_s(0) \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + P_s(1) \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) - \left( 1 - [P_s(0) \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + P_s(1) \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N)] \right) \log_2 \left( 1 - [P_s(0) \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + P_s(1) \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N)] \right). \quad (6)$$

Условная энтропия  $H(B/A)$  равна:

$$H(B/A) = -P_s(0) P(0/0) \log_2 P(0/0) + P(1/0) \log_2 P(1/0) - P_s(1) P(0/1) \log_2 P(0/1) + P(1/1) \log_2 P(1/1) = -P_s(0) \left[ 1 - P(1/0) \log_2 1 - P(1/0) \log_2 P(1/0) \right] - P_s(1) \left[ P(0/1) \log_2 P(0/1) + 1 - P(0/1) \log_2 1 - P(0/1) \log_2 P(0/1) \right], \quad (7)$$

где  $P(1/1)$  — вероятность регистрации на выходе канала связи "1" при наличии на входе "1".  
С учетом (3) запишем последнее выражение в виде:

$$H(B/A) = -P_s(0) \left[ \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \log_2 \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) + \left( 1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) \log_2 \left( 1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) \right] - P_s(1) \left[ \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \log_2 \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) + \left( 1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \log_2 \left( 1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \right]. \quad (8)$$

Подстановкой (6) и (8) в выражение (2) определим скорость передачи информации:

$$R = \left\{ - \left( P_s(0) \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + P_s(1) \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \log_2 \left( P_s(0) \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + P_s(1) \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) - \left( 1 - [P_s(0) \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + P_s(1) \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N)] \right) \log_2 \left( 1 - [P_s(0) \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + P_s(1) \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N)] \right) + P_s(0) \left[ \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) \log_2 \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) + \left( 1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) \log_2 \left( 1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) \right] + P_s(1) \left[ \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \log_2 \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) + \left( 1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \log_2 \left( 1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \right] \right\} \frac{1}{\tau_b}. \quad (9)$$

Скорость передачи информации достигает своего максимального значения  $C$  при равенстве вероятностей  $P_s(0)$  и  $P_s(1)$  [3]. Поэтому при  $P_s(0)=P_s(1)=0,5$  формула (9) запишется в виде:

$$\begin{aligned}
C = & \left\{ -0,5 \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \log_2 \left( 0,5 \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \right) - \right. \\
& \left( 1 - 0,5 \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \right) \log_2 \left( 1 - 0,5 \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \right) + \\
& 0,5 \left[ \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) \log_2 \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) + \left( 1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) \log_2 \left( 1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) \right] + \\
& \left. 0,5 \left[ \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \log_2 \left( \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) + \left( 1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \log_2 \left( 1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \right] \right\} \frac{1}{\tau_b}.
\end{aligned} \tag{10}$$

В качестве примера применения полученных формул определим  $C$  канала связи с нулевым "мертвым" временем фотоприемника  $\tau_d$ . Это допущение можно сделать, когда  $\tau_d \ll \tau_b$  и скорость счета импульсов на выходе счетчика фотонов значительна меньше  $1/\tau_d$ . Согласно [2], статистические распределения импульсов фотоприемника  $P_{st}(N)$  и  $P_t(N)$ , используемого в таком счетчике фотонов, имеют следующие вид:

$$P_{st}(N) = \left( n_t \tau_b + \frac{\eta W \tau_b}{h\nu} \right)^N \frac{\exp\left(-\left(n_t + \frac{\eta W}{h\nu}\right)\tau_b\right)}{N!} \quad \text{и} \quad P_t(N) = (n_t \tau_b)^N \frac{\exp(-n_t \tau_b)}{N!}, \tag{11}$$

где  $W$  — мощность оптического излучения,  $h$  — постоянная Планка,  $\nu$  — частота оптического излучения.

### Результаты и их обсуждение

По результатам моделирования получены зависимости пропускной способности канала оптической связи  $C$  от величины порогового уровня  $N_n$  для различных значений  $\tau_b$  (рис. 1). Для этого в выражение (10) были подставлены формулы (11). Вместо  $W$  использовалась скорость счета сигнальных импульсов  $n_s$ , которая прямо пропорциональна мощности оптического излучения  $n_s = \eta W / (h\nu)$ .

$C$ , отн. ед.

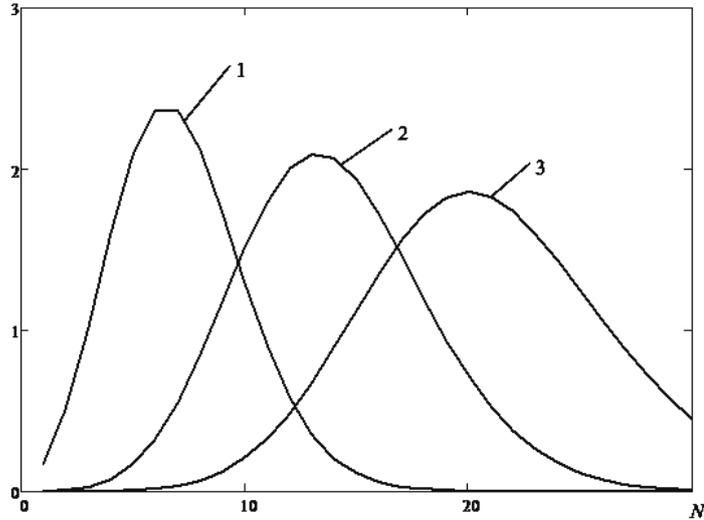
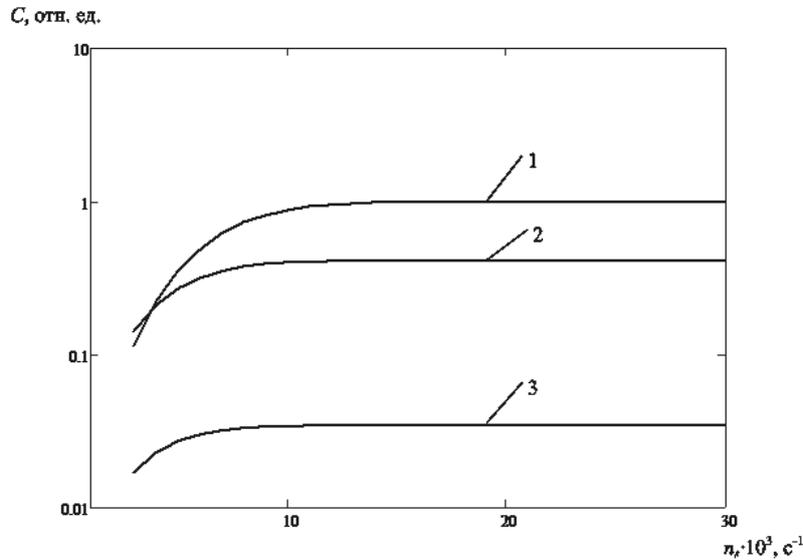


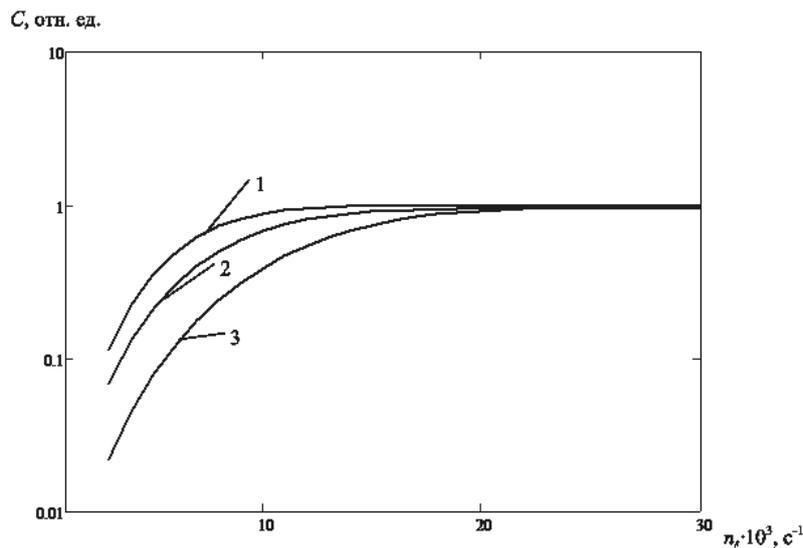
Рис. 1. Зависимость скорости передачи информации  $C$  от величины порогового уровня  $N_n$ :  
1 — длительность передачи одного бита информации  $\tau_b=100$  мкс; скорость счета темновых и сигнальных импульсов, соответственно,  $n_t=5,0 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ ,  $n_s=4,0 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ ;  
2 —  $\tau_b=200$  мкс,  $n_t=2,5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ ,  $n_s=2,0 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ ; 3 —  $\tau_b=300$  мкс,  $n_t=1,7 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ ,  $n_s=1,3 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$

Из рис. 1 следует, что для обеспечения наибольшей  $C$  необходимо выбирать величину порогового уровня, соответствующую максимуму данной зависимости.

На рис. 2 представлены зависимости пропускной способности оптического канала от скорости счета сигнальных импульсов. Все графики нормированы на  $1/\tau_b$ . Как следует из рис. 2,а, каждый из графиков имеет участок насыщения, на котором при изменении мощности оптического излучения величина  $C$  остается постоянной и имеет наибольшее значение.



а



б

Рис. 2. Зависимость скорости передачи данных от скорости счета сигнальных импульсов: а) 1 — скорость счета темновых импульсов  $n_t=10^3 \text{с}^{-1}$ , пороговый уровень  $N_n=5$ ; 2 —  $n_t=5 \cdot 10^3 \text{с}^{-1}$ ,  $N_n=5$ ; 3 —  $n_t=10^4 \text{с}^{-1}$ ,  $N_n=5$ ; б) 1 — скорость счета темновых импульсов  $n_t=10^3 \text{с}^{-1}$ , пороговый уровень  $N_n=5$ ; 2 —  $n_t=5 \cdot 10^3 \text{с}^{-1}$ ,  $N_n=10$ ; 3 —  $n_t=10^4 \text{с}^{-1}$ ,  $N_n=18$

При расчете зависимостей, представленных на рис. 2,а, пороговый уровень выбирался одинаковым при различной скорости счета темновых импульсов. Рис. 2,а показывает, что для большей скорости счета темновых импульсов величина  $C$  на участке насыщения достигает меньших значений, чем для зависимости с меньшим значением  $n_t$ . Из полученных результатов следует, что, если в устройстве регистрации оптического излучения пороговый уровень остается неизменным, то с ростом  $n_t$  пропускная способность канала будет уменьшаться.

Однако при подборе оптимального порогового уровня для различных значений  $n_r$  (рис. 2,б) удается достичь скорости передачи информации достаточно близкой к максимально возможному значению. При этом, как следует из рис. 2,б, насыщение наступает при разных значениях мощности оптического излучения. Для зависимостей с меньшей скоростью счета темновых импульсов оно достигается при меньшей мощности излучения, чем для зависимостей с большими значениями  $n_r$ . Таким образом, для достижения одинаковой пропускной способности канала при использовании приемных устройств оптического излучения с различными значениями  $n_r$  и одинаковыми другими параметрами, необходима большая мощность оптического излучения для устройств, имеющих большую скорость счета темновых импульсов.

### **Заключение**

На основании проведенного анализа можно сделать вывод о возможности подбора оптимального порогового уровня и мощности оптического излучения для получения максимального значения пропускной способности оптического канала связи с применением в качестве приемного устройства счетчика фотонов.

## **THE CARRIER CAPACITY OF AN OPTICAL COMMUNICATION CHANNEL WHEN MESSAGING WITH LOW POWER SIGNAL**

I.R. GULAKOV, A.O. ZENEVICH, S.K. KOMAROW

### **Abstract**

Simulation of single photon optical communication channel has been carried out. The expression for information rate of such channeling has been obtained. It was indicated, that in order to get the maximum value of the carrier capacity of an optical communication channel, an optimum threshold level of registration, as well as an optical power should be selected.

### **Литература**

1. *Килин С.Я.* // Успехи физических наук. 1999. Т. 169, № 5. С. 507–526.
2. *Ветохин С.С., Гулаков И.Р., Перцев А.Н. и др.* Одноэлектронные фотоприемники. М., 1986.
3. *Клюев Л.Л.* Теория электрической связи. Минск, 2008.
4. *Ларкин А.И., Юу Ф.Т.С.* Когерентная фотоника. М., 2007.