

ГРАФИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ ФРАКТАЛОВ ЖЮЛИА И МАНДЕЛЬБРОТА. ПРИМЕНЕНИЕ ФРАКТАЛОВ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ВЕЙЕРШТРАССА

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Григорьев К.П., Купчинов Л.А.
Стройникова Е. Д. – ассистент кафедры информатики

Задавшись вопросом, какой раздел математики появился только в XX веке и развивается с каждым годом, несложно найти ответ – теория хаоса. Фракталы всегда ассоциируются с теорией хаоса, они проявляют хаотическое поведение, благодаря которому они кажутся такими беспорядочными и случайными. Точное определение термина фрактал (лат. *fractus* – дроблёный, сломанный, разбитый) – множество, обладающее свойством самоподобия (объект, в точности или приближённо совпадающий с частью себя самого, т. е. целое имеет ту же форму, что и одна или более частей). В математике под фракталами понимают множества точек в евклидовом пространстве, имеющие дробную метрическую размерность (в смысле Минковского или Хаусдорфа) либо метрическую размерность, отличную от топологической, поэтому их следует отличать от прочих геометрических фигур, ограниченных конечным числом звеньев.

В настоящее время учёные определяют 3 вида фракталов:

- геометрические фракталы;
- алгебраические фракталы;
- стохастические фракталы.

С точки зрения математики наиболее интересными являются алгебраические фракталы. Наиболее известные из них – фракталы Жюлиа и Мандельброта. Они задаются точками на комплексной плоскости при помощи рекуррентной последовательности $z_n = F(z_{n-1})$, где $F(z) = z^2 + c$ и каждый член последовательности – комплексное число. Нас интересует поведение этой последовательности при стремлении n к бесконечности. Эта последовательность может:

- стремиться к бесконечности;
- стремиться к конечному пределу;
- демонстрировать в пределе циклическое поведение;
- вести себя хаотично, т. е. не демонстрировать ни один из трёх упомянутых типов поведения.

Во множество Жюлиа входят такие точки z_0 на комплексной плоскости, которые под действием рекуррентной последовательности будут резко менять поведение всей последовательности. А множество Мандельброта – это множество всех $c \in \mathbf{C}$, при которых z_0 для заданного z_0 не стремится к бесконечности. Была разработана программа построения фракталов Жюлиа и Мандельброта с использованием языка программирования C++. Выбор C++ был сделан в основном из-за производительных способностей этого языка и удобства графической библиотеки SFML, которая хорошо подходит для работы с точками или массивами точек. Программа следующим образом строит примеры множеств Жюлиа (рис. 1) и Мандельброта (рис. 2):

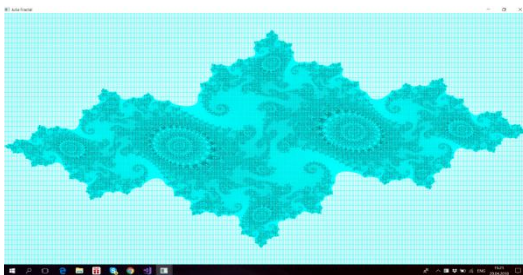


Рис. 1 – Пример фрактала Жюлиа



Рис. 2 – Пример фрактала Мандельброта

На вход программы поступают действительная и мнимая части начального комплексного числа s , полагается $z_0 = s$ для построения множества Жюлиа и $z_0 = 0$ для построения множества Мандельброта в рекуррентной последовательности $z_n = z_{n-1}^2 + c$ и итерационно проверяется каждый пиксель данного экрана (экран представляется, как комплексная плоскость) на уход комплексного числа z_n в бесконечность. Выход из итерации происходит при условии $|z_n| > 2$. Цвет каждого пикселя зависит от номера той итерации, когда число уходит в бесконечность.

Функция Вейерштрасса – пример непрерывной функции, нигде не имеющей производной, контрпример для гипотезы Ампера. Функция Вейерштрасса задается на всей вещественной прямой единым аналитическим выражением

$$w(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b^n \cos(a^n \pi x),$$

где a – произвольное нечетное число, не равное единице, а b – положительное число, меньшее единицы. Этот функциональный ряд мажорируется сходящимся числовым рядом

$$\sum_{n=0}^{\infty} b^n .$$

Функция Вейерштрасса представляет собой пример функции, график которой имеет фрактальную структуру (рис. 3).

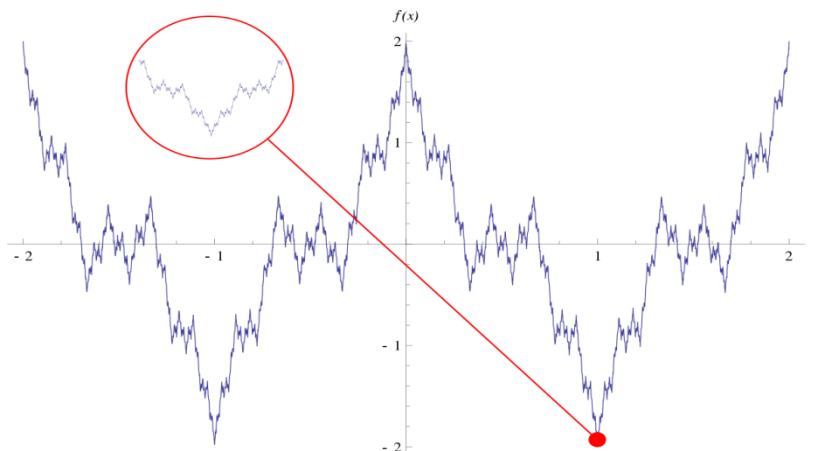


Рис. 3 – График функции Вейерштрасса с параметрами $a = 3$, $b = 1/2$

В настоящее время теория хаоса недостаточно хорошо изучена, ведь нахождение с первого взгляда случайных законов очень сложно. Фракталы являются примерами таких законов, поэтому, изучая их, мы можем продвигаться в изучении теории хаоса. Таким образом, тема фракталов может быть хорошим вариантом для знакомства студентов с теорией хаоса.

Список использованных источников:

1. Мандельброт, Б. Фрактальная геометрия / Б. Мандельброт. – Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
2. Свободная энциклопедия Википедия, статья «Фрактал» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Фрактал>.
3. Свободная энциклопедия Википедия, статья «Функция Вейерштрасса» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Функция_Вейерштрасса.

ОНЛАЙН-МАГАЗИН ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТОРГОВОГО УНИТАРНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь*

Грузинов А.Г.

Жвакина А.В. – к.т.н., доцент

На определенном этапе развития предприятия, перед ним встает вопрос о расширении рынка сбыта и поиске новых клиентов. Существует множество методов решения данных задач, разного уровня сложности и эффективности. В информационном обществе можно найти новых клиентов быстро и эффективно с помощью WEB-сервисов.

В результате работы создан онлайн-магазин, который играет роль не только субъекта торговли, но и дает исчерпывающую информацию о деятельности предприятия, возможность быстрой связи с продавцом, а также определяет поле для возможного сотрудничества. Удобный для пользователя интерфейс и функциональность играют огромную роль при выборе товара. Сервис отвечает всем современным нормам, уникальный дизайн и функциональность добавляют популярности и обратят на себя внимание как можно большего числа лиц.

Создание данного сервиса дает возможность облегчить работу отдела сбыта продукции за счет автоматизации покупки клиентом товара. Также открывается возможность сократить количество работников занятых в отделе сбыта. Однако появляется необходимость поддерживать рабочее состояние сервиса. Проведенные экономические расчеты позволяют утверждать, что создание сервиса оправдано.

Проект делится на две условные части в зависимости от платформы, на которой он используется. Так для всех устройств с браузером доступен сайт, а для пользователей с ОС Андроид доступна дополнительно мобильная версия.

Основные функции, которые присутствуют в обеих версиях:

- Регистрация (упрощает дальнейшую работу с покупкой).
- Обратная связь (возможность написать/позвонить в реальном времени).