ДОСТАТОЧНЫЕУСЛОВИЯ ЭКСТРЕМУМА ФНП

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Краснов И.А.

Анисимов В.Я. – канд. физ.-мат. наук, доцент

В учебных пособиях по высшей математике часто ограничивается исследованием второго дифференциала. В данном случае рассматриваются ситуации, когда дифференциалы 1-ого, 2-ого, … k-1 -ого порядка равны нулю.

Пусть дана функция f($\bar{x}$) от n переменных, определенная и дифференцируемая в точке $\overline{x_0}$ и некоторой ее окрестности, имеет непрерывные частные производные *2m+1*-ого порядка, и $df(\overline{x_0})$ = 0, $d^2f(\overline{x_0})$ = 0, … $d^{2m}f(\overline{x_0})$ = 0, а $d^{2m+1}f(\overline{x_0}) \neq$ 0, (m $\in N$), то экстремум в точке $\overline{x_0}$ отсутствует.

Пусть дана функция f($\bar{x}$) от n переменных, определенная и дифференцируемая в точке $\overline{x_0}$ и некоторой ее окрестности, имеет непрерывные частные производные *2m*-ого порядка, и $df(\overline{x_0})$ = 0, $d^2f(\overline{x_0})$ = 0, … $d^{2m-1}f(\overline{x_0})$ = 0, а $d^{2m}f(\overline{x_0}) \neq$ 0, (m $\in N$), то в точке $\overline{x_0}$ точка максимума, если квадратичная форма A положительна знакоопределена, или точка минимума, если отрицательно знакоопределена.

Квадратичная форма A - квадратичная форма от m переменных вида $C_{i1,i2\dots im} * d^{i1}x_1 * d^{i2}x_2 * \dots * d^{im}x_m$ $(i_1 = \overline{0,m}, i_2 = \overline{0,m-i_1}, \dots i_{m-1} = \overline{0,m-i_1-i_2-\dots-i_{m-2}}, i_m = m-i_1-i_2-.\dots-i_{m-1})$ $C_{i1,i2\dots im} = \frac{m!}{i1!i2!\dots im!}$. Ее матрица состоит из частных производных 2m-ого порядка.

Например, дана f(x, y, z) определенная в (x_0, y_0, z_0) , дифференцируемая и имеющая непрерывные частные производные 4-ого порядка, $df(x_0, y_0, z_0)$ = 0, $d^2f(x_0, y_0, z_0)$ = 0, $d^3f(x_0, y_0, z_0)$ = 0, $d^4f(x_0, y_0, z_0) \neq 0$. Рассмотрим 4-ый дифференциал как квадратичную форму от переменных d^2x_0 , d^2y_0 , d^2z_0 , $2dx_0dy_0$, $2dx_0dz_0$, $2dy_0dz_0$, и матрица A будет выглядеть так:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^4 f}{\partial x^4} & \frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2} & \frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial z^2} & \frac{\partial^4 f}{\partial x^3 \partial y} & \frac{\partial^4 f}{\partial x^3 \partial z} & \frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y \partial z} \\ \frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2} & \frac{\partial^4 f}{\partial y^4} & \frac{\partial^4 f}{\partial y^2 \partial z^2} & \frac{\partial^4 f}{\partial x \partial y^3} & \frac{\partial^4 f}{\partial x \partial y^2 \partial z} & \frac{\partial^4 f}{\partial y^3 \partial z} \\ \frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial z^2} & \frac{\partial^4 f}{\partial y^2 \partial z^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^4} & \frac{\partial^4 f}{\partial x \partial y \partial z^2} & \frac{\partial^4 f}{\partial x \partial z^3} & \frac{\partial^4 f}{\partial y \partial z^3} \\ \frac{\partial^4 f}{\partial x^3 \partial y} & \frac{\partial^4 f}{\partial x \partial y^3} & \frac{\partial^4 f}{\partial x \partial y \partial z^2} & \frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2} & \frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y \partial z} & \frac{\partial^4 f}{\partial x \partial y \partial z^2} \\ \frac{\partial^4 f}{\partial x^3 \partial z} & \frac{\partial^4 f}{\partial x \partial y^2 \partial z} & \frac{\partial^4 f}{\partial x \partial z^3} & \frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y \partial z} & \frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial z^2} & \frac{\partial^4 f}{\partial x \partial y \partial z^2} \\ \frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y \partial z} & \frac{\partial^4 f}{\partial y^3 \partial z} & \frac{\partial^4 f}{\partial y \partial z^3} & \frac{\partial^4 f}{\partial x \partial y \partial z^2} & \frac{\partial^4 f}{\partial x \partial y \partial z^2} & \frac{\partial^4 f}{\partial y^2 \partial z^2} \end{bmatrix}$$

Если квадратичная форма A неотрицательно или неположительно знакоопределена, то экстремум в точке $\overline{x_0}$ может как быть, так и не быть.

Список использованных источников:

1. Альсевич Л.А., Булатов В.И., Красовский С.Г. Экстремум функции нескольких переменных: учеб. материалы для студентов факультета прикладной математики и информатики. – Минск: БГУ, 2016. – 39 с.
2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. Начальный курс. – Москва: МГУ, 1985.– 662 с.
3. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. I — 8-е изд. — Москва.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 680 с.

МОБИЛЬНОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ ДЛЯ КОММУНИКАЦИИ МЕЖДУ СТУДЕНТАМИ И САМОКОНТРОЛЯ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Кулик Г.В.

Жвакина А.В. – к.т.н., доцент

Для того чтобы стать высококвалифицированным специалистом необходимо много практиковаться. Основной вид учебной деятельности студентов, обучающихся на технических специальностях – лабораторные работы. Университет предоставляет такую возможность на лабораторных работах, большое количество которых затрудняет контроль текущей успеваемости. У многих студентов возникает проблема с отслеживанием своей успеваемости. Также, во время