П. П. Врублевский

МЕТОД НЬЮТОНА ИЛИ МЕТОД КАСАТЕЛЬНЫХ НАХОЖДЕНИЯ КОРНЕЙ УРАВНЕНИЯ

Рассматривается метод Ньютона для нахождения приближенных корней уравнения с заданной точностью и реализация в программировании.

Введение

Есть много способов нахождения приближенных корней уравнения с заданной точностью. Один из них - Метод Ньютона, который основан на производных функции.

I. Метод Ньютона или метод касательных

Если известно достаточно хорошее приближение к решению уравнения f(x) = 0 , то эффективным методом повышения точности является метод Ньютона.

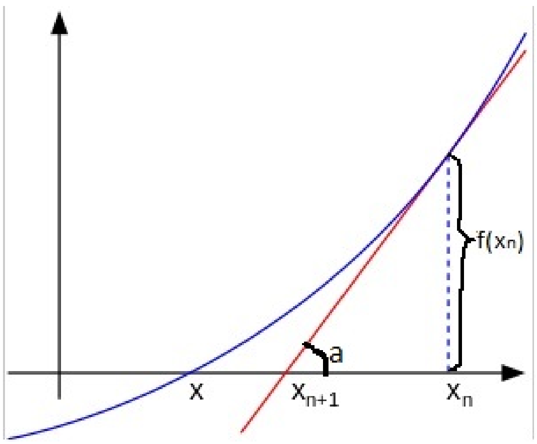

Рис. 1 – Геометрическая интерпретация

Если посмотреть на рис.1, то можно вывести итерационную формулу. Пусть X_n - некоторое приближение к корню, X_{n+1} - следующее приближение. Обозначим разность $X_n - X_{n+1} = X_{delta}$. Выразим X_{n+1} и получим: $X_{n+1} = X_n - X_{delta}$ (1). Тогда по определению тангенса $tg(a) = f(x_n)/X_{delta}$ (2), где a-угол наклона касательной, тогда можно записать $tga = f'(x_n)$.Из формулы (2) выражаем $X_{delta} = f(x_n)/f'(x_n)$, подставляем в формулу (1) и получаем итерационную формулу для нахождения следующего приближения корня уравнения: $X_{n+1} = X_n - f(x_n)/f'(x_n)$.
Обозначим точность буквой E, тогда выполнять данный алгоритм нужно, пока $E > |X_{n+1} - X_n|$.
Так же первое приближение должно удовлетворять формуле: $f(x_n * f"(x_n > 0$.

II. Применение в программировании

Используя метод Ньютона, можно написать программу, которая будет быстро проводить все итерации и находить корень. Основные функции программы могут выглядеть так, как на рис.2.

```
typedef double(*fun)(double x);
double newMeth(fun f, fun df, double xn, double precision) {
    double x0 = xn; //первое приближение
    double x1 = xn - f(xn) / df(xn); //следующее приближение
    while (abs(x0 - x1) > precision) {
        x0 = x1;
        x1 -= f(x1) / df(x1);
    }
    return x1;
}
            //функция
double func(double x) { return 3 * pow(x, 4) - 7 * x + 2; }
            //производная функции
double dfunc(double x) { return 12 * pow(x, 3) - 7; }
            //вторая производная
double d2func(double x) { return 36 * pow(x, 2); }
```

Рис. 2 – Реализация в C++

Обращение к функции выглядит следующим образом: double root; root = newMeth(func, dfunc, x0, 0.001);, где func - сама функция, dfunc - ее первая производная, x0 - первое приближение, 0.001 - заданная точность, root - искомый корень.

III. Выводы

Метод Ньютона помогает довольно точно и эффективно определить корень уравнения, если есть начальное и достаточно точное приближение. Из недостатков можно отметить:

1). Гарантированно сходится не при всех начальных приближениях.

2). Работает не для всех функций.

3). Могут возникнуть проблемы, если требуется очень большая точность.

1. Н.С.Бахвалов, Н.П.Жидков, Г.М.Кобельков. Численные методы.

Статья "Метод Ньютона"на сайте Википедии: https://ru.wikipedia.org

Врублевский Павел Павлович, студент университета БГУИР, факультета информационных технологий и управления , pasha.vrublevskiy20@list.ru.

Научный руководитель: Рак Татьяна Александровна, ассистент кафедры вычислительных методов и программирования БГУИР, tatianarak@bsuir.by.