УДК 004.7

С.В. Козелков, А.П. Бондарчук, К.П. Сторчак, С.И. Половеня, Ю.В. Мельник
Государственный университет телекоммуникаций, Белорусская государственная академия связи

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПОТОКОВ

В работе предложена математическая модель распределения информационных потоков, которая осуществляет поиск путей минимального веса и позволяет минимизировать среднюю задержку пакета данных в инфокоммуникационных сетях (ИС) за счет минимизации суммарного произведения значений длин маршрутов и интенсивностей потоков данных, распределяемых по ним с учетом требований, предъявляемых к надежности методов маршрутизации

Ключевые слова: *Инфокоммуникационная сеть, маршрутизация, интенсивность, граф, задержка пакета*

Современные достижения в области телекоммуникаций, спутниковых систем и вычислительных систем стали причиной расширения информационного взаимодействия между отдельными элементами системы. Это привело к резкому увеличению объемов информации, циркулирующей в вычислительных системах и каналах передачи данных. Несмотря на множество разработанных методов маршрутизации информационных потоков, до сих пор не удавалось решить задачу создания метода маршрутизации, который обеспечил бы осуществление передачи и распределения больших объемов информации в реальном масштабе времени множеством взаимодействующих абонентских пунктов сети, расположенных на значительном расстоянии друг от друга с большим количеством транзитных узлов, не требующих больших затрат на их реализацию. Так, статические методы маршрутизации имея относительно простую реализацию, позволяют обеспечить оперативный обмен информацией в сети при невысокой загрузке используемых каналов передачи данных [1]. Дальнейшее увеличение загрузки каналов передачи данных приводит к возникновению частичных блокировок в сети при резком увеличении задержки пакетов данных в ней. Динамические методы маршрутизации обеспечивают низкую задержку пакетов данных в сети при высоких значениях загрузки каналов передачи данных, однако они сложны в реализации и требовательны к ресурсам используемых вычислительных средств [2]. Авторами предлагается метод адаптивной маршрутизации информационных потоков, основанный на сочетании возможностей как статического, так и динамического методов маршрутизации, обеспечивает адаптацию процесса маршрутизации информационных потоков к изменениям структуры инфокоммуникационной сети передачи данных и характеристик используемых каналов передачи данных, учитывающий максимальное значения интенсивностей потоков данных при их распределения по маршрутам, позволяет минимизировать среднюю задержку пакета данных в сети и не требует больших затрат на их реализацию.

Средняя задержка данных в ИС $T_{\rho}{}^{(\gamma)}$ для распределения γ может быть определена с помощью выражения для средней задержки пакета данных в КСПД:

$$T_{\rho} = \frac{1}{c_u} \cdot \sum_{j=1}^{h_r} \sum_{a=1}^{h_m} \left(c_{m}{}_{a}^{j} \cdot h_{w}{}_{a}^{j} \cdot \left(t_y + k_z \cdot \frac{l_p}{p_z} + \frac{l_0}{p_z} \cdot l_p \right) \right),$$

где c_u – суммарная интенсивность распределенных потоков данных в ИС; h_r - число информационных потоков между множеством узлов сети; h_m - число маршрутов для передачи j-го потока в распределении γ; $c_{m}{}_{a}^{j}$ – интенсивность j-го потока по маршруту m_a^j; $h_{w}{}_{a}^{j}$ - длина маршрута m_a^j, определяемая числом каналов ПД, входящих в маршрут; t_y - среднее время коммутации пакета в узле; k_z - средний коэффициент загрузки каналов ПД; l_0 - средняя длина очереди к каналу ПД; l_p - средний объем пакета(в битах) передаваемых в сети данных; p_z - средняя пропускная способность канала ПД ч учетом его загрузки.

Выражение для определения среднего коэффициента загрузки каналов ПД имеет вид:

$$k_z = \sum_{j=1}^{h_r} \sum_{a=1}^{h_m} \sum_{b=1}^{h_{w}{}_{a}^{j}} \frac{c_{m}{}_{a_b}^{j}}{p_{w}{}_{a_b}^{j}} \Bigg/ \sum_{j=1}^{h_r} \sum_{a=1}^{h_m} h_{w}{}_{a}^{j},$$

где $h_{w}{}_{a}^{j}$ - число каналов ПД, входящих в маршрут m_a^j; $c_{m}{}_{a_b}^{j}$ - суммарная интенсивность переданных потоков данных по b-му каналу ПД, входящему в маршрут m_a^j; $p_{w}{}_{a_b}^{j}$ - пропускная способность b-го канала ПД, входящего в маршрут m_a^j.

Средняя пропускная способность каналу ПД p_z с учетом его загрузки определяется выражением:

$$p_z = \left(\sum_{j=1}^{h_r} \sum_{a=1}^{h_m} \sum_{b=1}^{h_{w}{}_{a}^{j}} k_{z}{}_{a_b}^{j} \cdot p_{w}{}_{a_b}^{j} \right) \Bigg/ \sum_{j=1}^{h_r} \sum_{a=1}^{h_m} h_{w}{}_{a}^{j},$$

где $k_{z}{}_{a_b}^{j}$ - коэффициент загрузки b-му каналу ПД, входящего в состав маршрута m_a^j.

Используя выбранный показатель эффективности распределения потоков данный по маршрутам $F^{(\gamma)}$, определяемый выражением $F = \frac{1}{c_u} \sum_{j=1}^{h_r} \sum_{a=1}^{h_m} c_{m}{}_{a}^{j} \cdot l_{m}{}_{a}^{j}$, сформулируем задачу рационального распределения информационных потоков в ИС. Необходимо найти такое распределение γ потоков данных по маршрутам, для которого это выражение принимает минимальное значение при выполнении следующих условий:

- суммарная интенсивность распределенных потоков данных по каналу ПД не должна превышать его пропускной способности;
- задержка пакета данных на выбранном маршруте не должна превышать заданного значения T_{max} ;
- в каждом узле сети передача данных в направлении конечного адресата должна осуществляться по двум маршрутам с допущением, что по одному из них может передаваться поток, интенсивность которого равна нулю.

Последнее условие связано с необходимостью обеспечения высокого уровня надежности методов маршрутизации в условиях возможных отказов каналов передачи данных. Будем считать, что в условиях построения отказоустойчивых ЦКП по модульному многопроцессорному принципу отказ узла сети – маловероятное событие, и поэтому нецелесообразно требовать, чтобы два маршрута передачи данных между узлами одной пары не имели общих транзитных узлов (ЦКП), однако эти маршруты не должны иметь общих каналов передачи данных. Наличие только двух направлений передачи данных из узла по одному адресу позволяет существенно упростить маршрутизацию пакетов при реализации протокола сетевого уровня.

Зададим ИС с помощью неориентированного взвешенного по ребрам графа $S = (Y, W, p_w, l_w)$, определяющего наличие, пропускную способность и длину каналов передачи данных между узлами сети. Неориентированный, взвешенный по ребрам граф $U = (Y, R, u_r)$ определяет интенсивности потоков данных между узлами, которые необходимо распределить в ИС. для графов S и U приняты следующие обозначения:

$Y = \left\{y_1, \dots, y_{h_y}\right\}$ – перенумерованное множество вершин графов S и U, находящихся в изоморфизме к узлам сети;
$h_y = |Y|$ - число вершин графов S и U;
$W = \left\{w_1, \dots, w_{w_y}\right\}$ - перенумерованное множество вершин графа S, находящихся в изоморфизме к каналам передачи данных КСПД;
$h_w = |W|$ - число ребер графа S;
$p_w: W \to N_+$ - весовая функция, определяющая каждому ребру $w_i \in W$ пропускную способность $p_{w_i}, 1 \leq i \leq h_w$;
$l_w: W \to N_+$ - весовая функция, определяющая каждому ребру $w_i \in W$ длину канала ПД в километрах, l_{w_i};
$R = \left\{r_1, \dots, r_{h_r}\right\}$ – перенумерованное множество ребер графа U.

Ребро $r_j \in R, 1 \leq i \leq h_r$, соединяют две вершины графа U, если между соответствующими узлами производится обмен информацией. Число ребер графа U обозначим $h_r = |R|$. Значение интенсивности потока данных, который должен быть передан по ребру r_j, задано весовой функцией $u_r: R \to N_+$, определяющей каждому ребру $r_j \in R$ графа U интенсивность потока u_{r_j}. Также зададим объем l_p пакета передаваемых в КСПД данных; коэффициент загрузки канала ПД k_z с определено допустимой перегрузкой $k_{z_{max}} = 2 \cdot k_z$; время коммутации пакета данный в узле t_y (для узлов, являющихся источниками и приемниками пакетов, время коммутации равно $t_y/2$); матрицы $M_w^{1\,(\gamma)}, M_w^{2\,(\gamma)}$ – квадратные, размера $h_y = |Y|$, определяющие имена ребер, инцидентных вершине $x \in Y$, по которым направляются потоки данных из вершины x ко всем адресатам множества Y. Каждый элемент $m_w^1(x, y)$ и $m_w^2(x, y)$ матриц $M_w^{1\,(\gamma)}$ и $M_w^{2\,(\gamma)}$ определяет ребро $w_{x,y} \in W$ графа S, инцидентное вершине $x \in Y$, по которому направляются потоки по одному или нескольким маршрутам к адресату $y \in Y$. В матрицах $M_w^{1\,(\gamma)}$ и $M_w^{2\,(\gamma)}$ диагональные элементы равны нулю:

$$m_w^1(x, x) = m_w^2(x, x) = 0.$$

Перед началом распределения потоков данных все элементы матриц $M_w^{1\,(\gamma)}$ и $M_w^{2\,(\gamma)}$ также равны нулю. В конечном распределении эти элементы, исключая диагональные, должны иметь значения, отличные от нуля. Наличие двух элементов $m_w^1(x, y)$ и $m_w^2(x, y)$ говорит о том, что в один конечный адрес из каждой вершины $x \in Y$ может быть не больше двух направлений передачи потоков данных.

Распределение γ потоков данных, передаваемых в ИС, заданную с помощью графов S и U, можно представить как кортеж

$$\gamma = \langle M^{(\gamma)}, M_v{}^{(\gamma)}, C_r{}^{(\gamma)}, C_w{}^{(\gamma)}, u_y{}^{(\gamma)} \rangle$$

семейств множеств $M^{(\gamma)}, M_v{}^{(\gamma)}$, множеств $C_r{}^{(\gamma)}, C_w{}^{(\gamma)}$ и вектора $u_y{}^{(\gamma)}$. Рассмотрим отдельно каждую составляющую данного кортежа.

$M^{(\gamma)} = \{M^1, \dots, M^{h_r}\}$ – семейство множеств $M^j = \left\{m_1^j, \dots, m_{h_m}^j\right\}$, составленных из маршрутов, где j-й поток в распределении γ; h_m - число маршрутов для передачи j-го потока в распределении γ. Каждому маршруту $m_a^j, 1 \le a \le h_m$ $\langle W_{m_a^j}, h_{m_a^j}, c_{m_a^j} \rangle$, где $W_{m_a^j} = \left\{w_{m_{a_1}^j}, \dots, w_{m_{a_{h_{w_a^j}}}^j}\right\}$ - множество, определяющее состав маршрута (в перечне ребер) графа S, каждый элемент которого $w_{m_{a_b}^j}, 1 \le b \le h_{w_a^j}$, есть ребро множества W графа S; $h_{w_a^j}$ - длина маршрута m_a^j, определяемая числом ребер, из которых составлен маршрут; $c_{m_a^j}$ - значение интенсивности j-го потока по маршруту m_a^j. Отметим, что в множестве $W_{m_a^j}$ элементы $w_{m_{a_b}}$ расположены в соответствии с их порядком следования по маршруту.

$M_v^{(\gamma)} = \{M_v^1, \dots, M_v^{h_w}\}$ – семейство множеств $M_v^i, 1 \le i \le h_w$. Каждое множество $M_v^i = \left\{m_{v_1}^i, \dots, m_{v_\beta}^i\right\}$ составлено из имен маршрутов, которые включают ребро $i \in W$ графа S, β – число маршрутов, проходящих по ребру i.

$C_r^{(\gamma)} = \left\{c_{r_1}, \dots, c_{r_{h_r}}\right\}$ – множество, определяющее интенсивности реализуемых потоков данных в распределении γ между каждой парой вершин, связанных в графе U ребром. Элемент $c_{r_j} \in C_r^{(\gamma)}$ определяет интенсивность распределенного потока между j-й парой вершин графа U; $\forall r_j \in R \; \exists \; c_{r_j} = \sum_{a=1}^{h_m} c_{m_a^j}$.

$C_w^{(\gamma)} = \left\{c_{w_1}, \dots, c_{w_{h_w}}\right\}$ – множество, каждые элемент которого c_{w_i} есть суммарная интенсивность переданных потоков данных по ребру $w_i \in W$ графа S в распределении γ:

$\forall w_i \in W \; \exists \; c_{w_i} = \sum_{j=1}^{h_r} \sum_{a=1}^{h_m} c_{m_a^j} \cdot k_a^j$, где $k_a^j = \begin{cases} 0, w_i \notin m_a^j; \\ 1, w_i \in m_a^j. \end{cases}$

$u_y^{(\gamma)} = \left\{u_{y_1}, \dots, u_{y_{h_y}}\right\}$ – вектор, определяющий суммарную интенсивность нераспределенных потоков данных для каждой вершины $x \in Y, 1 \le x \le h$, $u_y(x) = \sum_{y=1}^{h_y} u_r(x, y)$, $1 \le y \le h_y$.

Задержка пакета данных на маршруте $m \in M$, состоящем из нескольких ребер графа S, определяется выражением:

$$T_m = \sum_{w_{x,y} \in W} t_w(x, y)$$

Выражение для определения времени передачи пакета данных по ребру $w_{x,y} \in W$ графа S имеет вид:

$$t_w(x, y) = t_y(x) + k_{z_{max}}(x, y) \cdot \frac{l_\rho}{p_z(x, y)} + \frac{l_0(x, y)}{p_z(x, y)} \cdot l_\rho,$$

где $t_y(x)$ - время коммутации данных в узле x; $k_{z_{max}}(x, y)$ - максимальный коэффициент загрузки ребра $w_{x,y}$; $l_0(x, y)$ – длина очереди пакетов данных к ребру $w_{x,y}$; l_ρ- объем пакета данных, передаваемого по маршруту m; $p_z(x, y)$ - пропускная способность ребра $w_{x,y}$ с учетом его максимальной загрузки.

Учитывая вышесказанное, можно дать формализованную постановку задачи распределения информационных потоков по маршрутам.

Заданы графы $S = (Y, W, p_w, l_w)$, $U = (Y, R, u_r)$ и значения $l_\rho, k_z, t_y, T_{max}$, $M_w^1(\gamma) = M_w^2(\gamma) = 0$. Требуется распределить потоки данных по маршрутам в сети, т.е. сформировать семейства множеств $M^{(\gamma)}, M_v{}^{(\gamma)}$, множества $C_r{}^{(\gamma)}, C_w{}^{(\gamma)}$ и вектор $u_y{}^{(\gamma)}$ и матрицы $M_w^1{}^{(\gamma)}, M_w^2{}^{(\gamma)}$ таким образом, чтобы при максимальном значении суммарной интенсивности распределенных потоков данных c_u и выполнении условий:

$\forall w_{x,y} \in W$ $\quad c_w(x,y) \leq p_w(x,y);$ $\quad$ (1)

$\forall r_{x,y} \in R$ $\quad c_r(x,y) \leq u_r(x,y);$ $\quad$ (2)

$$c_u \leq \sum_{r_{x,y} \in R} u_r(x,y);$$

(3)

$\forall m \in M$ $\quad T_m \leq T_{max};$ $\quad$ (4)

передача данных в направлении конечного адресата осуществляется по двум маршрутам, т.е. в матрицах $M_w^1{}^{(\gamma)}$ и $M_w^2{}^{(\gamma)}$ значения элементов $m_w^1(x,y)$ и $m_w^2(x,y)$ должны быть отличны от нуля, величина $F^{(\gamma)}$ принимала минимальное значение.

На первом этапе решения данной задачи формируется базовое распределение данных. Распределение потоков данных и формирование маршрутов производится последовательно для каждой вершины $x \in Y$ графа U, у которой $u_y(x) > 0$. Выберем из множества Y вершину x, имеющую максимальное значение $u_y(x)$. Для вершины x на базе графа S строится суграф

$$S(x) = (Y(x), W(x), p_w, l_w) \quad (Y(x) \subseteq X, W(x) \subseteq W),$$

являющийся деревом и определяющий маршруты передачи данных между вершиной x и всеми остальными вершинами множества Y. Для построения дерева $S(x)$ на отдельных этапах при нахождении кратчайших путей использован алгоритм Дейкстры. В данном дереве, двигаясь от заданной вершины $y \in Y$ к вершине x, легко найти маршрут передачи данных между вершинами x и y. Маршрут является доступным и имеет длину $L_m(x,y)$. Максимальная задержка пакета данных на маршруте определяется переменной $T_m(x,y)$.

Рассмотрим пошагово алгоритм, реализующий решение поставленной задачи.

Шаг 1. Положим, что вершина x принадлежит искомому дереву $S(x)$, т.е. $Y(x) = Y(x) \cup \{x\}$. Задаем для выбранной вершины $x \in Y$ следующие переменные:

$L_m(x,y)$ – длина кратчайшего пути между вершинами x и y;

$T_m(x,y)$ – максимальная задержка пакета данных между вершинами x и y;

$p_m(x,y)$ – свободная пропускная способность пути между вершинами x и y;

y_m – вершины предшествующие кратчайшему пути, которые на данном шаге принимают при $x = y$ следующие значения:

$$L_m(x,x) = 0;\ T_m(x,x) = 0;\ p_m(x,x) = u_y(x);\ y_m = x.$$

Шаг 2. Выделяем в графе S множество вершин M_y, которое удовлетворяет следующему условию:

$$\forall y \in M_y | y \neq x \wedge w_{x,y} \in p_w(x,y) \geq k_{p1} \cdot u_r(x,y) \wedge T_m(x,y) \leq T_{max},$$

где $T_m(x,y)$ - задержка пакета данных между вершинами x и y при предельно допустимой перегрузке канала ПД $k_{z_{max}}$; k_{p1} – коэффициент, ограничивающий пропускную способность пути, которая должна позволять распределять не менее k_{p1} доли текущего значения интенсивности информационного потока, $k_{p1} = 0{,}3$.

Ограничение k_{p1} позволяет сократить в конечном распределении маршруты с малыми интенсивностями потоков данных и тем самым уменьшить общее число маршрутов передачи данных между двумя вершинами. Это способствует распределению информации при выполнении условия, что число направлений передачи данных из вершины в один адрес не должно превышать двух.

Из множества M_y выделяем такую вершину k, для которой

$$L_m(x,k) = \min_{y \in M_y} l_w\,(x,y).$$

По выбранному пути (ребру) между вершинами x и k распределяется информационный поток интенсивностью

$$u_c = \min\left(p_w(x,k), k_{p_2} \cdot u_r(x,k)\right),$$

где k_{p_2} - коэффициент, ограничивающий максимальную интенсивность распределяемого потока от заданной интенсивности потока данных. В частности, если базовое распределение выполняется первый раз, то $k_{p_2} = 0{,}5$, при очередных итерациях выполнения $k_{p_2} = 1$.

Ограничение k_{p_2} влияет на качество решения задачи и на объем вычислений. Действительно, так как ранее распределенный поток данных создает некоторую загрузку используемых каналов ПД, то в ходе построения маршрутов и распределения потоков данных между очередными парами вершин выбранная последовательность распределения информационных потоков между вершинами графа U в общем случае не гарантирует получение оптимального решения поставленной задачи. Чтобы наиболее оптимальное решение задачи, следует значение k_{p_2} брать как можно меньшим. Малое значение k_{p_2} также способствует равномерному распределению информационных потоков $u_r(R)$ графа U, в случае, когда потоки информации не распределяются в графе S полностью, т.е. доля нераспределенных потоков информации при малом k_{p_2} стремится к равномерному распределению по ребрам графа U. Однако следует учитывать, что при малом k_{p_2} увеличивается число выполняемых итераций и соответственно объем вычислений ЭВМ.

Нераспределенный информационный поток интенсивностью $u_r(x,k)$, а также суммарные интенсивности потоков данных для вершин x и k, $u_y(x)$ и $u_y(k)$ уменьшаются на величину u_c:

$$u_r(x,k) = u_r(x,k) - u_c;$$
$$u_y(x) = u_y(x) - u_c;$$
$$u_y(k) = u_y(x) - u_c.$$

Изменяется свободная пропускная способность ребра $w_{x,k}$:

$$p_w(x,k) = p_w(x,k) - u_c$$

и, как следствие, свободная пропускная способность пути между вершинами x и k:

$$p_m(x,k) = p_w(x,k).$$

Кроме того, суммарная интенсивность распределенного потока по ребру $w_{x,k}$ графа S и ребру $r_{x,k}$ графа U увеличивается на величину u_c:

$$c_w(x,k) = c_w(x,k) + u_c$$
$$c_r(x,k) = c_r(x,k) + u_c$$

Параметры маршрута заносятся в семейства$M^{(\gamma)}$ и $M_v^{(\gamma)}$, в множества $C_w^{(\gamma)}$, $C_r^{(\gamma)}$, в вектор $u_y^{(\gamma)}$ и в матрицу$M_w^{1\,(\gamma)}$ или $M_w^{2\,(\gamma)}$. В матрицах $M_w^{1\,(\gamma)}$ и $M_w^{2\,(\gamma)}$ ребро $w_{x,k}$ фиксируется в соответствии со следующими правилами:

в строке x: если $m_w^1(x,k) = 0$, то $m_w^1(x,k) = w_{x,k}$, иначе,
если $m_w^1(x,k) \neq w_{x,k}$, то $m_w^2(x,k) = w_{x,k}$;
в строке k: если $m_w^1(k,x) = 0$, то $m_w^1(k,x) = w_{x,k}$, иначе,
если $m_w^1(k,x) = w_{x,k}$, то $m_w^2(k,x) = w_{x,k}$.

Если $p_w(x,k) > 0$, то выбранная вершина k вместе с ребром $w_{x,k}$ включается в дерево $S(x)$, т.е. $Y(x) = Y(x) \cup \{k\}$ и для вершины k определяются значения переменных $L_m(x,k), T_m(x,k), p_m(x,k), y_m$. Если $p_w(x,k) = 0$, то ребро $w_{x,k}$ исключается из графов S и $S(x)$, а выбранная вершина k заносится в множество M_o.

Шаг 3. Из вершин множества $Y\backslash Y(x)$ графа S формируется множество вершин M_y, смежных в графе S вершинам множества $Y(x)$, для которых выполняются следующие условия:

- $y \notin Y(x) \wedge w_{a,y} \in W$;
- $\min\big(p_m(x,a), p_w(a,y)\big) \geq k_{p_1} \cdot u_r(x,y) \forall y \notin M_o$;
- $T_m(x,y) = T_m(x,a) + t_w(a,y) \leq T_{max}$.

Из множества M_y выбираем такую вершину k, для которой $L_m(x,k)$ принимает минимальное значение:

$$L_m(x,k) = \min_{y \in M_y} (L_m(x,y), L_m(x,a) + l_w(a,y)).$$

После того как вершина k будет выбрана, то в случае, если $k \notin M_o$, по пути $m = (x, b, \dots, a, k)$ между вершинами x и k распределяется поток интенсивностью

$$u_c = min\left(p_m(x,a), p_w(a,k), k_{p_2} \cdot u_r(x,k)\right).$$

Если же $k \in M_o$, то распределение потока по маршруту m не производится, т.е. $u_c = 0$. При этом имеем:

$$u_r(x,k) = u_r(x,k) - u_c;$$
$$u_y(x) = u_y(x) - u_c;$$
$$u_y(k) = u_y(x) - u_c;$$
$$\forall w_{y,r} \in m \; \exists \; p_w(y,r) = p_w(y,r) - u_c;$$
$$\forall \; r \; \in m \; \exists \; p_m(x,r) = min(p_w(x,b), \dots, p_w(y,r));$$
$$\forall w_{y,r} \in m \; \exists \; c_w(y,r) = c_w(y,r) + u_c;$$
$$c_r(x,k) = c_r(x,k) + u_c,$$

где r - вершина, образующая в пути m ребро $w_{y,r}$.

Параметры маршрута m заносятся в семейства $M^{(\gamma)}, M_v{}^{(\gamma)}$, во множества $C_r{}^{(\gamma)}, C_w{}^{(\gamma)}$, в вектор $u_y{}^{(\gamma)}$ и в матрицы $M_w^1{}^{(\gamma)}, M_w^2{}^{(\gamma)}$.

В соответствии с выбранным маршрутом $m = (x, b, \dots, a, k)$ в матрицы $M_w^1{}^{(\gamma)}, M_w^2{}^{(\gamma)}$ вносятся следующие изменения:

в строке k: если $m_w^1(k,x) = 0$, то $m_w^1(k,x) = w_{a,k}$, иначе,
если $m_w^1(k,x) \neq w_{a,k}$, то $m_w^2(k,x) = w_{a,k}$;
в строке y для каждой вершины $y \in m\backslash\{k\}$:
если $m_w^1(y,k) = 0$, то $m_w^1(y,k) = w_{y,r}$, иначе,
если $m_w^1(y,k) = w_{y,r}$, то $m_w^2(y,k) = w_{y,r}$.

Если $\forall w_{y,r} \in m \mid p_w(y,r) > 0$, то вершина k вместе с ребром $w_{a,k}$ включаются в дерево $S(x)$, т.е. $Y(x) = Y(x) \cup \{k\}$ и для вершины k определяются значения переменных $L_m(x,k), T_m(x,k), p_m(x,k), y_m$.

Если $\exists \; w_{y,r} \in m \mid p_w(y,r) = 0$, то ребро $w_{y,r}$ удаляется из графов S и $S(x)$, начиная с вершины r и кончая терминальными вершинами, в частности вершиной a. Для этого формируется множество F, включающее вершины компонента связности графа $S(x)$, построенного на базе вершин от r до a пути m. Именно вершины множества F вместе с инцидентными ребрами удаляются из графа $S(x)$. При этом $M_o = M_o \cup F$.

Если в результате построения дерева $S(x)$ на очередном шаге распределения информационных потоков данных по маршрутам не находится вершина $y \in Y\backslash Y(x)$, которую можно подсоединить к дереву $S(x)$, то требование по распределению потоков данных интенсивностью не менее k_{p_1} снимается и процесс построения дерева дереву $S(x)$ продолжается.

Шаг 3 повторяем до тех пор, пока искомое дерево $S(x)$ не будет построено, т.е. $Y(x) = Y$. В данном дереве, двигаясь от заданной вершины $y \in Y$ к вершине x с использованием переменной y_m, легко найти маршрут передачи данных между вершинами x и y. Маршрут является допустимым и имеет длину $L_m(x, y)$. Максимальная задержка пакета данных на маршруте определяется переменной $T_m(x, y)$ при вершине y.

Шаг 4. Рассмотренный процесс построения кратчайших путей повторяется для очередной вершины x множества Y, которая берется в качестве корневой вершины дерева $S(x)$. При этом формируются измененные графы $S = (Y, W, p_w, l_w)$ и $U = (Y, R, u_r)$, определяющие соответственно свободный ресурс пропускной способности каналов ПД $p_w(W)$ и значения интенсивностей нераспределенных информационных потоков $u_r(R)$, используемые в качестве исходной информации в ходе дальнейшего выполнения распределения потоков информации по маршрутам. Также формируется множество вершин $C \subseteq Y$, для которых уже проведено распределение потоков данных. вершины этого множества удаляются из множества Y при выборе очередной корневой вершины x дерева $S(x)$, $Y = Y \backslash C$.

После выполнения распределения потоков данных для последней вершины множества Y, которая бралась в качестве корневой вершины дерева $S(x)$, получим базовое распределение γ информационных потоков, характеризуемое семействами множеств $M^{(\gamma)}, {M_v}^{(\gamma)}$, множествами ${C_r}^{(\gamma)}, {C_w}^{(\gamma)}$, вектор ${u_y}^{(\gamma)}$ и матрицами ${M_w^1}^{(\gamma)}, {M_w^2}^{(\gamma)}$. В базовом распределении γ имеем для каждой пары вершин x и y не более двух маршрутов, по которым в сумме распределен поток интенсивностью $c_r(x, y) \leq u_r(x, y)$. Очевидно, что в каждой вершине $x \in Y$ распределения γ имеет место не более двух направлений передачи данных (используется не более двух каналов ПД), по которым направляются потоки к конечному адресату $y \in Y \backslash \{x\}$.

Шаг 5. Распределение оставшихся информационных потоков $u_r(R)$ производится по уже выбранным маршрутам семейства $M^{(\gamma)}$. При этом последовательно анализируются пары вершин x и y графа U в порядке возрастания вершины $u_r(x, y) \in u_r(R)$. В начале пара вершин x и y, для которой $u_r(x, y)$ имеет наибольшее значение. Для выбранной пары вершин анализируются последовательно маршруты $m_1^j, \dots, m_{h_m}^j$. Для каждого маршрута $m_a^j = (x, r, \dots, k, y), 1 \leq a \leq h_m$, определяется его пропускная способность

$$p_m(x, y) = \min(p_w(x, r), \dots, p_w(k, y))$$

и вычисляется значение

$$u_c = \min\big(p_m(x, y), u_r(x, y)\big).$$

В случае если $u_c > 0$, то данный информационный поток распределятся по маршруту m_a^j, при этом:

$$c_{m_a^j} = c_{m_a^j} + u_c;$$

$$\forall w_{a,b} \in m_a^j \exists p_w(a, b) = p_w(a, b) - u_c \wedge c_w(a, b) = c_w(a, b) + u_c.$$

Для ребра $r_{x,y} \in R$ графа U имеем:

$$c_r(x, y) = c_r(x, y) + u_c;$$
$$u_r(x, y) = u_r(x, y) - u_c.$$

Для вершин x и y имеем:

$$u_y(x) = u_y(x) - u_c;$$
$$u_y(y) = u_y(y) - u_c.$$

Если $\exists w_{a,b} \in m_a^j \,|\, p_w(a, b) = 0$, то ребро $w_{a,b}$ удаляется из графа S.

Пусть в соответствии с алгоритмом рассмотрены все пары вершин x и y графа U, для которых $u_r(x,y) > 0$, и часть информационных потоков остается нераспределенной, то для дальнейшего распределения потоков данных вновь переходим к выполнению шагов 1-4, с целью построения новых маршрутов передачи даны в графе S.

При формировании маршрутов полагается, что параметр k_{p_1} рассматривается как доля от текущего значения $u_r(R)$, а параметр k_{p_2} при этом принимается равным единице, т.е. $k_{p_1} = 1$.

Процесс построения новых маршрутов и распределения информационных потоков циклически повторяется до тех пор, пока либо все элементы $u_r(R)$ станут равны нулю, т.е.

$$\forall u_r(x,y) \in u_r(R) \exists u_r(x,y) = 0,$$

либо при очередном выполнении шагов 1-4 не будет построен ни один маршрут, удовлетворяющий заданным ограничениям. Оставшиеся информационные потоки $u_r(R)$ считаются нераспределенными при заданных исходных данных графов S и U и параметрах $t_y, k_z, k_{z_{max}}, l_\rho, T_{max}$.

С точки зрения надежности ИС в результирующем распределении γ, точнее в матрицах $M_w^{1\,(\gamma)}$ и $M_w^{2\,(\gamma)}$, для каждой вершины $x \in Y$ должны быть два направления (два канала ПД), по которым может быть направлен поток данных к любому адресату $y \in Y \backslash \{x\}$. Указанное требование должно выполнятся даже в том случае, если между двумя вершинами x и y по соответствующему a-му маршруту распределяется поток интенсивностью $c_{m_a} = 0$.

Важно, чтобы каждый маршрут был определен, поскольку в критической ситуации при отказе ребра, инцидентного вершине x и составляющего первый маршрут, можно провести обмен высокоприоритетной информацией между x и y по запасному маршруту с планируемой интенсивностью $c_{m_a} = 0$. Каналы ПД позволяют увеличить нагрузку на них в экстренных случаях выше нормированной величины, равной k_z.

Для выполнения указанного требования необходимо обеспечить полное заполнение матриц $M_w^{1\,(\gamma)}$ и $M_w^{2\,(\gamma)}$ (исключая их диагональные элементы). Для этого последовательно поверяются значения элементов $m_w^1(x,y)$ и $m_w^2(x,y)$, где $x \neq y$ и находятся элементы, равные нулю.

В случае, если какой либо элемент $m_w^2(x,y) = 0$, то это говорит о том, что при вершине x имеет место только одно направление для передачи потоков данных к адресату y. Необходимо найти в графе S такой кратчайший маршрут между вершинами x и y, который удовлетворял бы требования (1) – (4) и при этом не включал ребро $m_w^1(x,y)$. Значение интенсивности потока данных для этого маршрута $u_r(x,y) = 0$. Для построения такого маршрута в графе S изымается ребро $m_w^1(x,y)$ и с помощью шагов 1-3 находится кратчайший маршрут между вершинами x и y.

Возможен также вариант, когда между соответствующими вершинами x и y в результирующем распределении γ нет ни одного маршрута, т.е. $m_w^1(x,y) = 0, m_w^2(x,y) = 0$. в этом случае с помощью шагов 1-3 вначале находится в графе S первый кратчайший маршрут, удовлетворяющий требованиям (1) – (4), а затем, после изъятия в графе S ребра $m_w^1(x,y)$, строится второй кратчайший маршрут.

Таким образом, предложенная математическая модель распределения информационных потоков позволяет минимизировать среднюю задержку данных в ИС за счет минимизации суммарного произведения значений длин маршрутов и интенсивностей потоков данных, распределяемых по ним при заданной величине суммарной интенсивности распределяемых потоков. Данная математическая модель учитывает требования к надежности методов маршрутизации, обеспечивая передачу данных между каждой парой узлов сети по двум независимым маршрутам, что позволяет, в случае выхода из строя одного из маршрутов передачи данных, производить обмен высокоприоритетной информацией по запасному маршруту без выполнения перераспределения информационных потоков. Это дает возможность существенно снизить служебные потоки данных в ИС, вызванные осуществлением сбора информации о состоянии загрузки каналов передачи данных и рассылкой по узлам сети обновлений таблиц маршрутизации.

Литература:

1. Дружинин С.В., Климович О.К., Захараш О.М. Анализ стратегий процедуры маршрутизации в телекоммуникационной сети военного назначения // Сборник научных трудов Харьковского национального университета Воздушных Сил. - 2009. - № 4(22). - С. 68-71.
2. Гурман И.В., Завадовский В.В., Муляр И.В. Метод адаптивной маршрутизации в сетях передачи данных с учетом самоподобности трафика // Сборник научных трудов Военного института Киевского национального университета имени Тараса Шевченко. - 2014. - Вып. 46. - С. 166-170.
3. Королев А.В., Кучук Г.А., Пашнев А.А. Распределение информационных потоков в вычислительных сетях // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте. – 1998. - №6. – С. 47 – 50.

S.V. Kozelkov, A.P. Bondarchuk, K.P. Storchak, S.I. Polovenya, Yu.V. Melnik

State University of Telecommunications

DEVELOPMENT OF THE MATHEMATICAL MODEL OF DISTRIBUTION OF INFORMATION FLOWS

The paper proposes a mathematical model of the distribution of information flows, which searches for minimum weight paths and minimizes the average delay of a data packet in infocommunication networks (IN) by minimizing the total product of the values of the route lengths and the intensities of data streams distributed over them, taking into account the requirements for reliability of routing methods

Keywords: *Infocommunication network, routing, intensity, graph, packet delay*