УДК 621.372.6.088.3(045)(476)

А. В. Гусинский,
А. П. Белошицкий

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОЙ КОМБИНАЦИИ ЭТАЛОННЫХ МЕР И АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ПОЛНОЙ 16-ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВОСЬМИПОЛЮСНИКА ПОГРЕШНОСТЕЙ

В статье анализируется вопрос, связанный с наличием большого количества комбинаций использования эталонных мер миллиметрового диапазона длин волн для определения параметров восьмиполюсника погрешностей 16-параметрической математической модели.

The article analyzes the issue related to the presence of a large number of combinations of using millimeter-wave reference standards to determine the parameters of the eight-terminal error of the 16-parameter mathematical model.

Рабочие эталоны для векторных анализаторов цепей (ВАЦ) могут быть использованы как непосредственно в процессе эксплуатации ВАЦ (при калибровке до проведения непосредственных измерений), так и при метрологических исследованиях ВАЦ (метрологической аттестации, поверке, калибровке с целью оценки неопределенности результатов измерений) [1, 2].

При метрологических исследованиях рабочие эталоны воспроизводят с высокой точностью измеряемые ВАЦ параметры – модули коэффициентов отражения (КСВН) и их фазы, модули коэффициентов передачи (ослабления) и их фазы. Для реализации этих задач в миллиметровом диапазоне длин волн (МДДВ) служат: эталонные меры КСВН (обычно с номинальными значениями $K_{CTU} = 1{,}4$ и $K_{CTu} = 2{,}0$); эталонные поляризационные аттенюаторы, воспроизводящие с нормированной точностью ослабление в пределах от 0 до минут 70 дБ; набор эталонных отрезков волновода фиксированной длины, воспроизводящих в диапазоне частот фиксированные значения фазового сдвига.

Используемые непосредственно в процессе эксплуатации ВАЦ рабочие эталоны – эталонные меры – имеют особые условные обозначения. Их основные типы и условные обозначения приведены в таблице 1.

Для описания включений эталонных мер в измерительный тракт ВАЦ используют матрицы включений, представляющих собой четырехполюсники (рис. 1).

Таблица 1

Основные типы эталонных мер, используемых непосредственно в процессе эксплуатации ВАЦ, и их условные обозначения

№	Тип калибрационной меры	Обозначение	Примечание
1	Согласованная нагрузка	M	(от англ. Match)
1.1	– неподвижная	$M_н$	
1.2	– подвижная	$M_п$	
2	Короткозамкнутая нагрузка	S	(от англ. Short)
2.1	– неподвижная	$S_н$	
2.2	– подвижная	$S_п$	
3	Нагрузка холостого хода	O	(от англ. Open)
4	Отрезок линии передачи длиной l	L	(от англ. Line)
4.1	$l = 0$ (проходная линия)	T	(от англ. Thru)
4.2	$l \neq 0$ (линия задержки)	D	(от англ. Delay)
5	Нагрузка с заданным модулем коэффициента отражения	R	(от англ. Reflect)

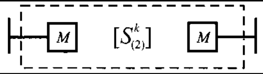
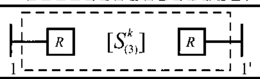
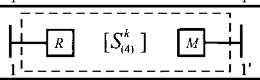
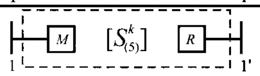
	(проходная линия при $l = 0$ ($T = 0$); линия задержки при $l = 0$ ($T = 0$)
	Согласование – согласование
	Варианты отражений: для S $\Gamma = -1$; для O $\Gamma = 1$. отражение – отражение
	Варианты отражений: для S $\Gamma = -1$; для O $\Gamma = 1$. отражение – согласование
	Варианты отражений: для S $\Gamma = -1$; для O $\Gamma = 1$. согласование – отражение

Рис. 1. *Матрицы включений, представляющих собой четырехполюсники*

Если ввести в рассмотрение следующие матрицы:

$$S_{DW} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};\ S_{RQ} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};\ S_{DQ} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix};$$
$$S_{RW} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};\ S_{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix};\ S_{W} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

тогда для рисунка 1 матрицы $[S^k_{(1)}]-[S^k_{(5)}]$ могут быть представлены в виде:

$$[S^k_{(1)}] = T[S_Q];\ [S^k_{(2)}] = 0;\ [S^k_{(3)}] = \Gamma[S_{SW}];\ [S^k_{(4)}] = \Gamma[S_{DW}];\ [S^k_{(5)}] = \Gamma[S_{RW}]. \tag{2}$$

Совокупности эталонных мер, которые служат для образования матриц включений, образуют эталонные стандарты. Например, эталонный стандарт S – M представляет собой использование для калибровки одновременно короткозамкнутой нагрузки S и согласованной нагрузки M (обозначение S – M).

Для конкретного ВАЦ состав используемых для калибровки эталонных стандартов зависит от принятой методики калибровки, определяющей ее алгоритм, и имеющегося в его составе эталонного набора.

Для уменьшения влияния отдельных параметров восьмиполюсника погрешностей используются различные методики: методики уменьшения погрешности направленности E_D за счет использования подвижной согласованной нагрузки $M_П$ при измерении коэффициентов отражения двухполюсников; методики уменьшения погрешностей рассогласования со стороны источника СВЧ-сигнала E_S и из-за частотного хода характеристик каналов E_R за счет использования нагрузок короткого замыкания S и холостого хода (или эталонных стандартов короткозамкнутых нагрузок со смещением плоскости короткого замыкания на расстояние l) при измерении коэффициентов отражения двухполюсников; методики уменьшения погрешностей, описываемых в шестипараметрической математической модели при измерении коэффициентов отражения и передачи для четырехполюсников.

Все эти методики подробно исследованы в сантиметровом диапазоне длин волн. Кроме того, подробно исследованы методики уменьшения погрешностей для восьми-, десяти- и двенадцатипараметрических моделей, для которых достаточно трех эталонных стандартов. При использовании полной 16-параметрической математической модели нужно большее количество эталонных стандартов.

16-параметрический четырехполюсник погрешностей может быть охарактеризован матрицей рассеяния $[E]$ или матрицей передачи $[T]$, причем каждый из 16 параметров матрицы $[E]$ может быть выражен через соответствующие параметры матрицы $[T]$ и наоборот. Далее в рассмотрении будем использовать матрицу передачи $[T]$ четырехполюсника погрешностей.

Матричное уравнение калибровки в самом общем виде может быть записано в виде выражения:

$$[S^k_u]\cdot[T_{aa}] + [S^k_u]\cdot[T_{ав}]\cdot[S^k_x] - [T_{вa}] - [T_{вв}]\cdot[S^k_x] = 0, \tag{3}$$

где $[S^k_x]$ и $[S^k_u]$ – соответственно действительные и измеренные при калибровке параметры матрицы рассеяния эталонных мер; $[T_{aa}]$, $[T_{ав}]$, $[T_{вa}]$, $[T_{вв}]$ – матрицы-клетки 2-го порядка, составляющие полную матрицу $[T]$, описывающую восьмиполюсник погрешностей.

С учетом уравнения (3) некоторую результирующую матрицу $[K]$ порядка (2×2), все параметры которой равны 0, можно записать:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} = 0, \tag{4}$$

где
$$
\begin{cases}
K_{11} = S_{11u}t_{11} + S_{12u}t_{21} + (S_{11u}t_{13} + S_{12u}t_{23})S_{11x} + \\
+ (S_{11u}t_{14} + S_{12u}t_{24})S_{21x} - t_{31} - (S_{11x}t_{33} + S_{21x}t_{34}) = 0, \\
K_{12} = S_{11u}t_{12} + S_{12u}t_{22} + (S_{11u}t_{13} + S_{12u}t_{23})S_{12x} + \\
+ (S_{11u}t_{14} + S_{12u}t_{24})S_{22x} - t_{32} - (S_{12x}t_{33} + S_{22x}t_{34}) = 0, \\
K_{21} = S_{21u}t_{11} + S_{22u}t_{21} + (S_{21u}t_{13} + S_{22u}t_{23}) + \\
+ (S_{21u}t_{14} + S_{22u}t_{24})S_{21x} - t_{41} - (S_{11x}t_{43} + S_{21x}t_{44}) = 0, \\
K_{22} = S_{21u}t_{12} + S_{22u}t_{22} + (S_{21u}t_{13} + S_{22u}t_{23})S_{12x} + \\
+ (S_{21u}t_{14} + S_{22u}t_{24})S_{22x} - t_{42} - (S_{12x}t_{43} + S_{22x}t_{44}) = 0.
\end{cases}
$$

Каждое из уравнений (4) можно представить в виде произведения соответствующей 16-элементной матрицы-строки, содержащей элементы матрицы $[S_u]$, $[S_x]$ и $[T]$ на матрицу-столбец, составленную из элементов $t_{ij}\,(i = 1.4);\ j = 1.4)$ матрицы $[T]$, а именно:

$$
\begin{bmatrix}
S_{11u} & 0 & S_{11u}S_{11x} & S_{11u}S_{21x} & S_{12u} & 0 & S_{12u}S_{11x} & S_{12u}S_{21x} & -1 & 0 & -S_{11x} & -S_{21x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & S_{11u} & S_{11u}S_{12x} & S_{11u}S_{22x} & 0 & S_{12u} & S_{12u}S_{12x} & S_{12u}S_{22x} & 0 & -1 & -S_{12x} & -S_{22x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
S_{21u} & 0 & S_{21u}S_{11x} & S_{21u}S_{21x} & S_{22u} & 0 & S_{22u}S_{11x} & S_{22u}S_{21x} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -S_{11x} & -S_{21x} \\
0 & S_{21u} & S_{21u}S_{12x} & S_{21u}S_{22x} & 0 & S_{22u} & S_{22u}S_{12x} & S_{22u}S_{22x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -S_{12x} & -S_{22x}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} t_{11} \\ t_{12} \\ t_{13} \\ t_{14} \\ t_{21} \\ t_{22} \\ \vdots \\ t_{34} \\ t_{44} \end{bmatrix} = 0. \quad (5)
$$

В наличии 4 матричных уравнения с 16 неизвестными параметрами t_{ij}, на которые распадается уравнение (5):

$$[K_{11}][t] = 0;\ [K_{12}][t] = 0; \quad (6)$$

где $[K_{lm}]$ (l, m = 1, 2) – l-я матрица-строка левой матрицы выражения (10); $[t]$ – матрица-столбец, составленная из элементов матрицы $[T]$ (правая матрица в левой части выражения (5)).

Алгоритм проведения калибровки состоит: в подключении к измерительным портам ВАЦ эталонных мер с известными с большой достоверностью значениями их параметров рассеяния, принимаемых за действительные; измерении этих параметров, в результате чего определяют параметры $[S_u^k]$; решении полученной системы уравнений (6) с целью определения всех шестнадцати параметров матрицы $[t]$.

Все элементы матрицы $[t]$ целесообразно нормировать на один из ее элементов, который становится при этом равным единице. Обычно таким элементом полагается элемент t_{11}. Таким образом, пусть t_{11} = 1. Тогда все остальные параметры t_{ij} определяются как функции этого «масштабного» параметра.

Итак, требуется определить 15 параметров t_{ij}, для чего необходимо получить не менее 15 уравнений по результатам калибрационных измерений.

Возникает вопрос, сколько калибрационных измерений требуется провести, чтобы получить достаточное количество уравнений для определения остающихся 15 величин параметров. На первый взгляд кажется, что достаточно использовать четыре эталонных стандарта. Однако численное моделирование показывает, что при 16-параметрической модели для любых четырех эталонных стандартов не исключается сингулярность получаемых 15 уравнений. Ситуация не меняется даже если бы используемые эталонные стандарты представляли собой невзаимные и несимметричные устройства. Это означает, что обязательно требуется проведение не менее пяти эталонных стандартов. Применение четырех эталонных стандартов возможно, если только допустимы дополнительные предположения, касающиеся обратимости или симметрии многополюсника погрешностей или если хотя бы одной цепью утечки (одним путем просачивания) можно пренебречь или полагать ее известной.

Полный перечень различных комбинаций с пятью калибрационными стандартами состоит из 156 вариантов, включая дуальные случаи и избыточные комбинации.

Анализ показал, что наиболее оптимален вариант комбинации, приведенной в таблице 2.

Используемые стандарты комбинации образуют эквивалентные калибрационные четырехполюсники, описываемые соответствующими матрицами рассеяния $[S_{(1)}^k] - [S_{(5)}^k]$. Матрицы, составленные из измеренных значений при использовании этих стандартов, обозначим через $[S_{(1)u}^k] - [S_{(5)u}^k]$.

Таблица 2

Несингулярная комбинация пяти эталонных стандартов, используемых для калибровки, в случае 16-параметрической математической модели восьмиполюсника погрешностей

$[S_1^{(k)}]$	$[S_2^{(k)}]$	$[S_3^{(k)}]$	$[S_4^{(k)}]$	$[S_5^{(k)}]$
T	$M-M$	$S-S$	$S-M$	$M-S$

Подставляя в матричное уравнение (3) матрицы $[S_{(1)}^k]-[S_{(5)}^k]$, $[S_{(1)u}^k]-[S_{(5)u}^k]$, получим пять матричных уравнений:

$$\begin{cases}[S_{(1)u}^k]([T_{aa}]+[T_{ab}][S_{(1)}^k])-[T_{bb}][S_{(1)}^k]=[T_{ba}]; & (7)\\ [S_{(2)u}^k]([T_{aa}]+[T_{ab}][S_{(2)}^k])-[T_{bb}][S_{(2)}^k]=[T_{ba}]; & (8)\\ [S_{(3)u}^k]([T_{aa}]+[T_{ab}][S_{(3)}^k])-[T_{bb}][S_{(3)}^k]=[T_{ba}]; & (9)\\ [S_{(4)u}^k]([T_{aa}]+[T_{ab}][S_{(4)}^k])-[T_{bb}][S_{(4)}^k]=[T_{ba}]; & (10)\\ [S_{(5)u}^k]([T_{aa}]+[T_{ab}][S_{(5)}^k])-[T_{bb}][S_{(5)}^k]=[T_{ba}]. & (11)\end{cases}$$

Исключим матрицу $[T_{ba}]$, вычитая из уравнения (8) уравнения (7) и (9), а из уравнения (7) – уравнения (10) и (11):

$$\begin{cases}([S_{(2)u}^k]-[S_{(1)u}^k][T_{aa}]+[S_{(2)u}^k][T_{ab}][S_{(2)}^k])-[S_{(1)}^k][T_{ab}][S_{(1)}^k]=[T_{bb}]([S_{(2)}^k]-[S_{(1)}^k]);\\ ([S_{(2)u}^k]-[S_{(3)u}^k][T_{aa}]+[S_{(2)u}^k][T_{ab}][S_{(2)}^k])-[S_{(3)u}^k][T_{ab}][S_{\mathrm{III}}^k]=[T_{bb}]([S_{\mathrm{II}}^k]-[S_{\mathrm{III}}^k]);\\ ([S_{\mathrm{I}u}^k]-[S_{\mathrm{IV}u}^k][T_{aa}]+[S_{\mathrm{I}u}^k][T_{ab}][S_{\mathrm{I}}^k])-[S_{\mathrm{IV}u}^k][T_{ab}][S_{\mathrm{IV}}^k]=[T_{bb}]([S_{\mathrm{I}}^k]-[S_{\mathrm{IV}}^k]);\\ ([S_{\mathrm{I}u}^k]-[S_{\mathrm{V}u}^k][T_{aa}]+[S_{\mathrm{I}u}^k][T_{ab}][S_{\mathrm{I}}^k])-[S_{\mathrm{V}u}^k][T_{ab}][S_{\mathrm{V}}^k]=[T_{bb}]([S_{\mathrm{I}}^k]-[S_{\mathrm{V}}^k]).\end{cases} \quad (12)$$

Из уравнений (12) можно получить следующие уравнения для $[T_{bb}]$:

$$\{([S_{\mathrm{II}u}^k]-[S_{\mathrm{I}u}^k])[T_{au}]+[S_{\mathrm{II}u}^k][T_{ab}][S_{\mathrm{II}}^k]-[S_{\mathrm{I}u}^k][T_{ab}][S_{\mathrm{I}}^k]\}([S_{\mathrm{II}}^k]-[S_{\mathrm{I}}^k]^{-1}=[T_{bb}]);$$
$$\{([S_{\mathrm{II}u}^k]-[S_{\mathrm{III}u}^k])[T_{aa}]+[S_{\mathrm{II}u}^k][T_{ab}][S_{\mathrm{II}}^k]-[S_{\mathrm{III}u}^k][T_{ab}][S_{\mathrm{III}}^k]\}([S_{\mathrm{II}}^k]-[S_{\mathrm{III}}^k]^{-1}=[T_{bb}]);$$
$$\{([S_{\mathrm{I}u}^k]-[S_{\mathrm{IV}u}^k])[T_{aa}]+[S_{\mathrm{I}u}^k][T_{ab}][S_{\mathrm{I}}^k]-[S_{\mathrm{IV}u}^k][T_{ab}][S_{\mathrm{IV}}^k]\}([S_{\mathrm{I}}^k]-[S_{\mathrm{IV}}^k]^{-1}=[T_{bb}]);$$
$$\{([S_{\mathrm{I}u}^k]-[S_{\mathrm{V}u}^k])[T_{aa}]+[S_{\mathrm{I}u}^k][T_{ab}][S_{\mathrm{I}}^k]-[S_{\mathrm{V}u}^k][T_{ab}][S_{\mathrm{V}}^k]\}([S_{\mathrm{I}}^k]-[S_{\mathrm{V}}^k]^{-1}=[T_{bb}]);$$

Исключим матрицу $[T_{bb}]$:

$$\begin{aligned}&\{([S_{(2)u}^k]-[S_{(1)u}^k])[T_{aa}]+[S_{(2)u}^k][T_{ab}][S_{(2)}^k]-[S_{(1)u}^k][T_{ab}][S_{(1)}^k]\}([S_{(2)}^k]-[S_{(1)}^k]^{-1}=\\ &=\{([S_{(3)u}^k]-[S_{(3)u}^k])[T_{ab}]+[S_{(2)u}^k][T_{ab}][S_{(2)}^k]-[S_{(5)u}^k][T_{ab}][S_{(3)}^k]\}([S_{(2)}^k]-[S_{(3)}^k]^{-1};\end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}&\{([S_{(2)u}^k]-[S_{(1)u}^k])[T_{aa}]+[S_{(2)u}^k][T_{ab}][S_{(2)}^k]-[S_{(1)u}^k][T_{ab}][S_{(1)}^k]\}([S_{(2)}^k]-[S_{(1)}^k]^{-1}=\\ &=\{([S_{(1)u}^k]-[S_{(4)u}^k])[T_{aa}]+[S_{(1)u}^k][T_{ab}][S_{(1)}^k\}-[S_{(4)u}^k][T_{ab}][S_{(4)}^k]\}([S_{(1)}^k]-[S_{(4)}^k]^{-1};\end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}&\{([S_{(2)u}^k]-[S_{(1)u}^k])[T_{aa}]+[S_{(2)u}^k][T_{ab}][S_{(2)}^k]-[S_{(1)u}^k][T_{ab}][S_{(1)}^k]\}([S_{(2)}^k]-[S_{(1)}^k]^{-1}=\\ &=\{([S_{(1)u}^k]-[S_{(3)u}^k])[T_{au}]+[S_{(1)h}^k][T_{ab}][S_{(1)}^k]-[S_{(5)u}^k][T_{ab}][S_{(5)}^k]\}([S_{(1)}^k]-[S_{(5)}^k]^{-1};\end{aligned} \quad (15)$$

Далее, используя следующие промежуточные выкладки:

$[S_{(1)}^k]=T[S_Q]=T\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}$; $\quad [S_{(2)}^k]=[S_M]=T\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}=0$; $\quad [S_{(3)}^k]=\Gamma[S_W]=\Gamma\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$; $\quad [S_{(4)}^k]=\Gamma[S_{DW}]=\Gamma\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix}$;

$[S_{(5)}^k]=\Gamma[S_{RW}]=\Gamma\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix}$; $\quad [S_{Q)}]^{-1}=[S_Q]$; $\quad [S_{W)}]^{-1}=1$; $[S_{Q)}]^2=1$;

$[S_Q][S_{DW}]=[S_{DQ}]$; $\quad [S_{RW}][S_{DW}]=0$; $\quad [S_{RW}][S_Q]=[S_{DQ}]$;

$([S_{(2)}^k]-[S_{(1)}^k])^{-1}=-\dfrac{1}{T}[S_Q]=-\dfrac{1}{T}\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}$; $\quad [S_{(1)}^k]([S_{(2)}^k]-[S_{(1)}^k])^{-1}=T[S_Q](-\dfrac{1}{T}[S_Q])=-[S_Q]^2=-1$;

$[S_{(2)}^k]([S_{(2)}^k]-[S_{(1)}^k])^{-1}=0$; $\quad ([S_{(2)}^k]-[S_{(3)}^k])^{-1}=-\dfrac{1}{\Gamma}[S_W]=-\dfrac{1}{\Gamma}\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$;

$[S_{(2)}^k]([S_{(2)}^k]-[S_{(3)}^k])^{-1}=0$; $\quad [S_{(3)}^k]([S_{(2)}^k]-[S_{(3)}^k])^{-1}=\Gamma[S_W](-\dfrac{1}{\Gamma}[S_W])=-1$;

$([S_{(1)}^k]-[S_{(4)}^k])^{-1}=(T[S_Q]-\Gamma[S_{DW}])^{-1}=\dfrac{1}{T}\begin{bmatrix}0&1\\1&\dfrac{\Gamma}{T}\end{bmatrix}=\dfrac{1}{T}([S_Q]+\dfrac{\Gamma}{T}[S_{RW}]$;

$$[S^k_{(1)}]([S^k_{(1)}]-[S^k_{(4)}])^{-1}=T[S_Q]\frac{1}{T}[S_Q]+\frac{\Gamma}{T}[S_{RW}])=1\begin{bmatrix}0 & \frac{\Gamma}{T}\\ 1 & 1\end{bmatrix}=(1+\frac{\Gamma}{T}[S_{RQ}];$$

$$[S^k_{(4)}]([S^k_{(1)}]-[S^k_{(4)}])^{-1}=\Gamma[S_{DW}]\frac{1}{T}[S_Q]+\frac{\Gamma}{T}[S_{RW}])=\frac{\Gamma}{T}\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}=\frac{\Gamma}{T}[S_{RQ}];$$

$$([S^k_{(1)}]-[S^k_{(5)})]^{-1}=\frac{1}{T}\begin{bmatrix}\frac{\Gamma}{T} & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}=\frac{1}{T}\left(\frac{\Gamma}{T}[S_{DW}]+[S_Q]\right);$$

$$[S^k_{(1)}]([S^k_{(1)}]-[S^k_{(5)})]^{-1}=\frac{\Gamma}{T}([S_{DQ}]+[S_W]); \qquad [S^k_{(5)}]([S^k_{(1)}]-[S^k_{(5)})]^{-1}=\frac{\Gamma}{T}[S_{DQ}];$$

получим уравнения (13) – (15) в следующем виде:

$$\begin{cases}([S^k_{(1)u}][T_{ab}]-[S^k_{(2)u}]-[S^k_{(1)u}])[T_{aa}]\frac{1}{T}[S_Q]=([S^k_{(3)u}][T_{ab}]-[S^k_{(2)u}]-[S^k_{(3)u}])[T_{aa}]\frac{1}{\Gamma}; & (16)\\ ([S^k_{(1)u}][T_{ab}]-[S^k_{(2)u}]-[S^k_{(1)u}])[T_{aa}][S_Q]\frac{1}{T}=[S^k_{(1)u}][T_{ab}]([S_W]+\frac{\Gamma}{T}[S_{RQ}]+ & \\ +[S^k_{(1)u}]-[S^k_{(4)u}])[T_{aa}]\frac{1}{T}([S_Q]+\frac{\Gamma}{T}[S_{RW}]; & (17)\\ ([S^k_{(1)u}][T_{ab}]-[S^k_{(2)u}]-[S^k_{(1)u}])[T_{aa}]\frac{1}{T}[S_Q]=[S^k_{(1)u}][T_{ab}]([S_W]+\frac{\Gamma}{T}[S_{DQ}])- & \\ -([S^k_{(5)u}][T_{ab}]\frac{\Gamma}{T}[S_{DQ}]+[S^k_{(1)u}]-[S^k_{(1)u}]-[S^k_{(5)u}])[T_{aa}]\frac{1}{T}(\frac{\Gamma}{T}[S_{DW}]+[S_Q]. & (18)\end{cases}$$

Преобразуем эти выражения следующим образом:

$$\begin{cases}([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(3)u}])[T_{ab}]=([S^k_{(2)u}])-[S^k_{(1)u}])[T_{aa}][S_Q]\frac{1}{T}-([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(3)u}])[T_{aa}]\frac{1}{\Gamma}; & (19)\\ ([S^k_{(4)u}]-[S^k_{(1)u}])[T_{ab}][S_{RQ}]\frac{\Gamma}{T}=([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(4)u}])[T_{aa}]([S_Q]\frac{1}{T}+([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(4)u}])[T_{aa}][S_{RW}]\frac{1}{T}\frac{\Gamma}{T}; & (20)\\ ([S^k_{(5)u}]-[S^k_{(1)u}])[T_{ab}][S_{DQ}]\frac{\Gamma}{T}=([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(5)u}])[T_{aa}][S_Q]\frac{1}{T}+([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(5)u}])[T_{aa}][S_{DW}]\frac{1}{T}\frac{\Gamma}{T}. & (21)\end{cases}$$

Умножив левую и правую части уравнений (20), (21) на множитель $\frac{T}{\Gamma}$, запишем систему уравнений в виде:

$$\begin{cases}([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(3)u}])[T_{ab}]=([S^k_{(2)u}])-[S^k_{(1)u}])[T_{aa}][S_Q]\frac{1}{T}+([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(3)u}])[T_{aa}]\frac{1}{\Gamma}; & (22)\\ ([S^k_{(4)u}]-[S^k_{(1)u}])[T_{ab}][S_{RQ}]=([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(4)u}])[T_{aa}]([S_Q]\frac{1}{\Gamma}+([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(4)u}])[T_{aa}][S_{RW}]\frac{1}{T}; & (23)\\ ([S^k_{(5)u}]-[S^k_{(1)u}])[T_{ab}][S_{DQ}]=([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(5)u}])[T_{aa}][S_Q]\frac{1}{\Gamma}+([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(5)u}])[T_{aa}][S_{DW}]\frac{1}{T}. & (24)\end{cases}$$

В данной системе уравнений неизвестными являются матрицы-клетки $[T_{aa}]$ и $[T_{ab}]$. Возникает вопрос, что предпочтительнее – рассматривать матрицу $[T_{ab}]$ как функцию $[T_{aa}]$ или наоборот, $[T_{aa}]$ как функцию матрицы $[T_{ab}]$. Обычно предпочитают при решении выражать $[T_{ab}]$ как функцию $[T_{aa}]$, но при этом следует иметь в виду, что инверсия матрицы $([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(3)u}])$ существует не всегда. Чтобы обойти эту проблему, можно использовать нестандартные приемы.

Умножим уравнение (22) поочередно на $[S_{RQ}]$ и $[S_{DQ}]$. Учитывая, что

$$[S_Q][S_{RQ}]=[S_{RW}];\ [S_Q][S_{DW}]=[S_{DQ}],$$

получим:

$$([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(3)u}])[T_{ab}][S_{RQ}]=([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(1)u}])[T_{aa}][S_{RW}]\frac{1}{T}-([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(3)u}])[T_{aa}][S_{RQ}]\frac{1}{\Gamma}; \quad (25)$$

$$([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(3)u}])[T_{ab}][S_{DQ}]=([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(1)u}])[T_{aa}][S_{DW}]\frac{1}{T}-([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(3)u}])[T_{aa}][S_{DQ}]\frac{1}{\Gamma}. \quad (26)$$

Из выражений (21) и (23) определим $[T_{ab}][S_{RQ}]$ и $[T_{ab}][S_{DQ}]$:

$$[T_{ab}][S_{RQ}]=([S^k_{(4)u}]-[S^k_{(1)u}])^{-1}([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(4)u}])[T_{aa}][S_Q]\frac{1}{\Gamma}+([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(4)u}])[T_{aa}][S_{RW}]\frac{1}{T}; \quad (27)$$

$$[T_{ab}][S_{DQ}]=([S^k_{(5)u}]-[S^k_{(1)u}])^{-1}([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(5)u}])[T_{aa}][S_Q]\frac{1}{\Gamma}+([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(5)u}])[T_{aa}][S_{DW}]\frac{1}{T}. \quad (28)$$

Подставляя выражения (27) и (28) в уравнения (25) и (26), получим:

$$([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(3)u}])([S^k_{(4)u}]-[S^k_{(1)u}])^{-1}([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(4)u}][T_{aa}][S_Q]+([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(3)u}])[T_{aa}]([S_{RQ}]-[S_{RW}]\frac{\Gamma}{T})=0; \quad (29)$$

$$([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(3)u}])([S^k_{(5)u}]-[S^k_{(1)u}])^{-1}([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(5)u}])[\ T_{aa}][S_Q]+([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(3)u}])[T_{aa}]([S_{DQ}]-[S_{RQ}]\frac{\Gamma}{T})=0. \quad (30)$$

Для упрощения записи можно ввести в рассмотрение следующие матрицы, которые базируются на данных измерениях и определяются как:

$$\begin{aligned}&[M]=([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(3)u}])[N]; \quad [N]=([S^k_{(5)u}]-[S^k_{(1)u}])^{-1}([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(5)u}]); \quad [V]=([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(3)u}]);\\ &[P]=([S^k_{(1)u}]-[S^k_{(3)u}])[H]; \quad [H]=([S^k_{(4)u}]-[S^k_{(1)u}])^{-1}([S^k_{(2)u}]-[S^k_{(4)u}]).\end{aligned} \quad (31)$$

Тогда уравнения (29) и (30) приводятся к виду:

$$[P][T_{aa}][S_Q]+[V][T_{aa}]([S_{RQ}]-[S_{RW}]\frac{\Gamma}{T})=0; \quad (32)$$

$$[M][T_{aa}][S_Q]+[V][T_{aa}]([S_{DQ}]-[S_{DW}]\frac{\Gamma}{T})=0. \quad (33)$$

В матрице $[T_{aa}]$ элемент t_{11} принят равным 1, поэтому матрица содержит три неизвестных элемента – t_{12}, t_{13}, t_{14}.

Каждое из уравнений (32) и (33) дает 4 уровня для неизвестных элементов. Чтобы получить эти уравнения, раскроем матрицы, входящие в выражения (32) и (33), и приведем необходимые перемножения. Уравнение (32) можно записать в виде:

$$\begin{bmatrix}P_{11} & P_{12}\\ P_{21} & P_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}t_{11} & t_{12}\\ t_{21} & t_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}V_{11} & V_{12}\\ V_{21} & V_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}t_{11} & t_{12}\\ t_{21} & t_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -\frac{\Gamma}{T}\end{bmatrix}=0,$$

где P_{11}, P_{12}, P_{21}, P_{22} – элементы матрицы $[P]$; V_{11}, V_{12}, V_{21}, V_{22} – элементы матрицы $[V]$, или

$$\begin{bmatrix}P_{11}t_{12}+P_{12}t_{22} & P_{11}t_{11}+P_{12}t_{21}\\ P_{21}t_{12}+P_{22}t_{22} & P_{21}t_{11}+P_{22}t_{21}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & V_{11}t_{11}+V_{12}t_{21}-\frac{\Gamma}{T}(V_{11}t_{12}+V_{12}t_{22})\\ 0 & V_{21}t_{11}+V_{22}t_{21}-\frac{\Gamma}{T}(V_{21}t_{12}+V_{22}t_{22})\end{bmatrix}=0,$$

Отсюда имеем:

$$\begin{cases}P_{11}t_{12}+P_{12}t_{22}=0; & (34)\\ P_{11}t_{11}+P_{12}t_{21}+V_{11}t_{11}+V_{12}t_{21}-\frac{\Gamma}{T}(V_{11}t_{12}+V_{12}t_{21})=0; & (35)\\ P_{21}t_{12}+P_{22}t_{22}=0; & (36)\\ P_{21}t_{11}+P_{22}t_{21}+V_{21}t_{11}+V_{22}t_{21}-\frac{\Gamma}{T}(V_{21}t_{12}+V_{22}t_{22})=0. & (37)\end{cases}$$

Аналогично уравнение (33) можно записать в виде:

$$\begin{bmatrix}M_{11} & M_{12}\\ M_{21} & M_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}t_{11} & t_{12}\\ t_{21} & t_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}V_{11} & V_{12}\\ V_{21} & V_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}t_{11} & t_{12}\\ t_{21} & t_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-\frac{\Gamma}{T} & 0\\ 1 & 0\end{bmatrix}=0,$$

где M_{11}, M_{12}, M_{21}, M_{22} – элементы матрицы $[M]$, или

$$\begin{bmatrix}M_{11}t_{12}+M_{12}t_{22} & M_{11}t_{11}+M_{12}t_{21}\\ M_{21}t_{12}+M_{22}t_{22} & M_{21}t_{11}+M_{22}t_{21}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-\frac{\Gamma}{T}(V_{11}t_{11}+V_{12}t_{21})+V_{11}t_{12}+V_{12}t_{22} & 0\\ -\frac{\Gamma}{T}(V_{21}t_{11}+V_{22}t_{21})+V_{21}t_{12}+V_{22}t_{22} & 0\end{bmatrix}=0.$$

Отсюда получим

$$\begin{cases}M_{11}t_{12}+M_{12}t_{22}+V_{11}t_{12}+V_{12}t_{22}-\frac{\Gamma}{T}(V_{11}t_{12}+V_{12}t_{21})=0; & (38)\\ M_{11}t_{11}+M_{12}t_{21}=0 & (39)\\ M_{21}t_{12}+M_{22}t_{22}+V_{21}t_{12}+V_{22}t_{22}-\frac{\Gamma}{T}(V_{21}t_{11}+V_{22}t_{21})=0; & (40)\\ M_{21}t_{11}+M_{22}\,t_{21}=0. & (41)\end{cases}$$

Величина t_{11} определяется из последнего уравнения (41):

$$t_{21}=-\frac{M_{21}}{M_{22}}t_{11} \text{ и } t_{21}=-\frac{M_{11}}{M_{12}}t_{11}. \quad (42)$$

Выразим из (34) параметр t_{12} через t_{22}:

$$t_{12} = -\frac{P_{12}}{P_{11}} t_{22}. \quad (43)$$

Тогда, подставляя (42) и (43) в (37) и (38), получим

$$\begin{cases} P_{21}t_{11} - P_{22}\frac{M_{21}}{M_{22}}t_{11} + V_{21}t_{11} - V_{22}\frac{M_{21}}{M_{22}}t_{11} + V_{21}\frac{P_{12}}{P_{11}}\frac{\Gamma}{T}t_{22} - V_{22}\frac{\Gamma}{T}t_{22} = 0; & (44) \\ M_{12}t_{22} - M_{11}\frac{P_{12}}{P_{11}}t_{22} + V_{12}t_{22} - V_{11}\frac{P_{12}}{P_{11}}t_{22} + V_{12}\frac{M_{21}}{M_{22}}t_{11}\frac{\Gamma}{T} - V_{11}t_{11}\frac{\Gamma}{T} = 0. & (45) \end{cases}$$

Решая совместно два уравнения, можно определить параметр $\frac{T}{\Gamma}$ и параметр t_{22}. Поскольку $t_{11} = 1$, то уравнения (44) и (45) принимают следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{1}{M_{22}}[(P_{21} + V_{21})M_{22} - (P_{22} + V_{22})M_{21}] + \frac{1}{P_{11}}(V_{21}P_{12} - V_{22}P_{11})\frac{\Gamma}{T}t_{22} = 0; & (46) \\ \frac{1}{P_{11}}[(M_{12} + V_{12})P_{11} - (M_{11} + V_{11})P_{12}]t_{22} + \frac{1}{M_{22}}(V_{12}M_{21} - V_{11}M_{22})\frac{\Gamma}{T} = 0. & (47) \end{cases}$$

Если ввести следующие обозначения:

$$m = [(P_{21} + V_{21})M_{22} - (P_{22} + V_{22})M_{21}],\ n = (V_{21}P_{12} - V_{22}P_{11}),$$

$$q = [(M_{12} + V_{12})P_{11} - (M_{11} + V_{11})P_{12}],\ p = (V_{12}M_{21} - V_{11}M_{22}),$$

система уравнений (46) и (47) будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{m}{M_{22}} + \frac{n}{P_{11}} \cdot \frac{\Gamma}{T}t_{22} = 0; & (48) \\ \frac{q}{P_{11}}t_{22} + \frac{p}{M_{22}} \cdot \frac{\Gamma}{T} = 0. & (49) \end{cases}$$

Эта система из двух уравнений подстановкой приводится к квадратному относительно одной из неизвестных $\left(\frac{\Gamma}{T} \text{ или } t_{22}\right)$. Например, из (49) имеем:

$$t_{22} = -\frac{p}{q} \cdot \frac{P_{11}}{M_{22}}\left(\frac{\Gamma}{T}\right). \quad (50)$$

Подставляя это выражение t_{22} в выражение (48), получаем

$$\left(\frac{\Gamma}{T}\right)^2 = \frac{mo}{np}. \quad (51)$$

Также получаем для t_{22} выражение

$$(t_{22})^2 = -\frac{mp}{no} \cdot \left(\frac{P_{11}}{M_{22}}\right)^2 \frac{\Gamma}{T} = -\frac{oM_{22}}{pP_{11}}t_{22}. \quad (52)$$

При решении уравнения (52) возникает проблема выбора корней. Она решается, исходя из того, что обычно коэффициент отражения примерно известен (например, +1 или –1) или длина линии задержки известна с точностью лучше, чем $\lambda/4$, где λ – длина волны. Кроме того, для симметричной испытательной арматуры (или при одинаковых пробниках, связывающих измерительный СВЧ-тракт ВАЦ с испытуемой СВЧ-микросхемой) $\frac{t_{22}}{t_{11}} = 1$.

Остальные параметры ошибок могут быть вычислены из следующих соотношений:

$$t_{13} = (H_{11}t_{11} + H_{12}t_{21})\frac{1}{\Gamma} - t_{12}\frac{1}{T}; \qquad t_{14} = (H_{11}t_{12} + H_{12}t_{22})\frac{1}{\Gamma} - t_{11}\frac{1}{T};$$

$$t_{23} = (H_{21}t_{11} + H_{22}t_{21})\frac{1}{\Gamma} - t_{22}\frac{1}{T}; \qquad t_{24} = (H_{21}t_{12} + H_{22}t_{22})\frac{1}{\Gamma} - t_{21}\frac{1}{T};$$

$$t_{31} = M_{11}t_{11} + M_{12}t_{21}; \qquad t_{32} = M_{11}t_{12} + M_{12}t_{22};$$

$$t_{23} = M_{11}t_{13} + M_{12}t_{23} - \frac{1}{\Gamma}(N_{11}t_{11} + N_{12}t_{21}); \qquad t_{34} = M_{11}t_{14} + M_{12}t_{24} - \frac{1}{\Gamma}(V_{11}t_{12} + V_{12}t_{22});$$

$$t_{41} = M_{21}t_{11} + M_{22}t_{21}; \qquad t_{42} = M_{21}t_{12} + M_{22}t_{22}; \qquad t_{43} = M_{21}t_{13} + M_{22}t_{23} - \frac{1}{\Gamma}(V_{21}t_{11} + V_{22}t_{21});$$

$$t_{44} = M_{21}t_{14} + M_{22}t_{24} - \frac{1}{\Gamma}(V_{21}t_{12} + V_{22}t_{22}).$$

Заключение

Выбрана оптимальная комбинация эталонных мер для определения по результатам калибровки параметров восьмиполюсника погрешностей. Решено матричное уравнение калибровки. Выбранная комбинация эталонных мер позволяет использовать традиционные меры (короткозамыкательная, согласованная нагрузка, проходная линия), что обуславливает отказ от применения мер фазового сдвига. Это упрощает калибровку и расширяет возможности использования ее в миллиметровом диапазоне длин волн.

Список использованной литературы

1. Гусинский А. В., Шаров Г. А., Кострикин А. М. Векторные анализаторы цепей миллиметровых волн. Монография. В 3 ч. Ч. 3 (кн. 1). Принципы построения и анализ схем векторных анализаторов цепей. – Мн.: БГУИР, 2008 – 240 с.
2. Гусинский А. В., Шаров Г. А., Кострикин А. М. Векторные анализаторы цепей миллиметровых волн. Монография. В 3 ч. Ч. 3 (кн. 2). Принципы построения и анализ схем векторных анализаторов цепей. – Мн.: БГУИР, 2008 – С. 241 – 507.

Александр Владимирович Гусинский, доцент кафедры защиты информации, директор Центра 1.9 НИЧ БГУИР, кандидат технических наук;

Анатолий Павлович Белошицкий, старший научный сотрудник Центра 1.9 НИЧ БГУИР, доцент кафедры защиты информации, кандидат технических наук

Дата поступления 10.01.2018

УДК 681.2.08

М. М. Чуйко,
Л. А. Витвицкая

ПРИМЕНЕНИЕ КОНЦЕПЦИИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ДЛЯ УСТАНОВЛЕНИЯ ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ ПРОЦЕССА СМАЧИВАНИЯ ЖИДКОСТЯМИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Описан емкостный метод и разработанное устройство, которое применяется для экспресс-контроля смачивающих свойств жидкостей при их нанесении на исследуемые твердые поверхности. Выполнен метрологический анализ устройства путем разложения суммарной неопределенности на отдельные составляющие, предопределенные конструктивными и методическими особенностями, рассчитано значение суммарной неопределенности измерения и обоснованы выводы относительно целесообразности разработки устройства.

The capacitance method and developed device for express-testing of liquid-solid wetting properties is described. The metrological analysis of the device is performed. The feasibility it's developing is justified.

Постановка проблемы

Характер взаимодействия контактирующих фаз играет важную роль во многих сферах человеческой деятельности, в частности, в нефтегазодобыче, неразрушающем контроле, текстильной промышленности, книгопечатании, химической промышленности, медицине, при нанесении защитных покрытий и других. Поведение жидкости на поверхности твердого тела определяют смачивающие свойства всех сред, которые принимают участие во взаимодействии.

Очень часто при исследовании смачиваемости жидкостью поверхности твердого тела во внимание принимают в большей мере параметры жид-