

УДК 621.391

ПРИМЕНЕНИЕ ОРТОГОНАЛЬНОГО БАЗИСА УОЛША В ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

А.А. БУДЬКО

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
П.Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь*

Анализируются особенности применения ортогонального базиса Уолша в цифровой обработке сигналов при создании быстродействующих специализированных процессоров.

Ключевые слова: функция Уолша, быстрое спектральное преобразование, мгновенный спектр, быстрое декодирование.

Известно достаточно большое количество систем ортогональных функций. Однако применение той или иной системы ортогональных функций в радиотехнике и в других отраслях науки и техники зависит от ряда причин и, в первую очередь, от имеющейся элементной базы. Так, синусоидальные и косинусоидальные функции и понятия гармонического анализа, введенные Фурье в 1822 г., стали широко использоваться с появлением ламп, индуктивностей и конденсаторов. Появление интегральных схем явилось стимулом и обязательным условием использования системы ортогональных функций Уолша, которая была введена американским математиком Дж. Уолшем в 1923 г., хотя была известна и использовалась еще в конце XIX века [1–3]. В начале 70-х гг. прошлого века, когда еще шли жаркие дискуссии о возможности применения систем ортогональных функций Уолша, Лосеву В.В. понадобилась определенная смелость и научная интуиция, чтобы предложить заниматься исследованиями в этой области [4]. Кроме элементной базы, обеспечивающей практическое применение определенной системы ортогональных функций, необходимыми условиями являлось также и то, чтобы эти функции обладали определенными структурными и другими свойствами, а также обеспечивали возможную простоту генерирования и спектральных преобразований. На решение этих вопросов, в первую очередь, и были направлены проводимые исследования. Были установлены взаимосвязи между одномерными и многомерными функциями Уолша, между одномерными и двумерными, одномерными и многомерными преобразованиями в базисе функций Уолша [5, 6], что представляло и представляет практический интерес при обработке изображений [7].

При разработке генераторов функций Уолша возникают такие противоречивые требования, как простота реализации и быстродействие. Для построения генераторов функций можно использовать определение функций Уолша через функции Радемахера, которые легко генерируются двоичными счетчиками. Однако, поскольку функции не могут генерироваться быстрее, чем счетчик получает приращение, то минимальный интервал аргумента ограничен. В более быстрых схемах генераторов функций Уолша используются регистры сдвига. Такие генераторы полностью основаны на быстродействии интегральных схем. Однако плата за повышение быстродействия стала чрезмерно высока, поскольку для формирования любой функции $W(k, x)$, $0 < x \leq 2^n - 1$ предлагалось использовать 2^n -разрядный регистр. Используя свойства симметрии функций Уолша и взаимосвязь между одномерными и многомерными функциями, можно построить программируемые и параллельные генераторы, требующие значительно меньших аппаратных затрат [8, 9] не в ущерб быстродействию.

Интересной особенностью функций Уолша является то, что они имеют в настоящее время четыре системы упорядочения. Практически изначально использовались три системы: Уолша–Адамара, Уолша–Пэли и Уолша–Качмажа. В [10] при рассмотрении возможных систем

упорядочения функций Уолша было обращено внимание на еще одну матрицу функций Уолша, которая также была симметричной и впоследствии была названа матрицей Уолша–Трахтмана. Для этой системы упорядочения были получены формула для определения элементов матрицы в показательной форме, рекуррентная формула и мнемоническое правило построения матрицы, и построены алгоритмы БПУ типа «бабочка» [11, 12].



Одной из основных операций при обработке информации в базисе функций Уолша является вычисление коэффициентов преобразования. Оно осуществляется с помощью алгоритмов БПУ с использованием вычислительных машин или специализированных процессоров БПУ. К настоящему времени известно большое количество алгоритмов БПУ. Все эти алгоритмы требуют одно и то же количество операций, а именно $N \cdot \log_2 N$. Особое место занимают так называемые «замечательные» алгоритмы: алгоритмы типа «бабочка», позволяющие осуществлять вычисления на местах, экономя память; алгоритмы, имеющие

одинаковый вид на каждой итерации и др. Выбор того или иного алгоритма зависит от решаемой задачи, а также от возможностей практической реализации.

Процессоры БПУ делятся на три типа: параллельные, у которых входные значения сигнала поступают в параллельном виде и значения выходных коэффициентов преобразования также получаются в параллельном виде; последовательные, у которых входные значения сигнала поступают в последовательном виде и значения выходных коэффициентов преобразования также получаются в последовательном виде; последовательно-параллельные, у которых входные значения сигнала поступают в последовательном виде, а значения выходных коэффициентов преобразования получаются в параллельном виде. Для построения процессоров параллельного типа используются алгоритмы БПУ, которые позволяют проводить вычисления «на местах», чтобы сократить аппаратные затраты – однако и в этом случае затраты велики. Существенно меньшие аппаратные затраты при реализации процессоров БПУ последовательного типа [13, 14]. Однако в этом случае коэффициенты преобразования на выходе процессора получаются в последовательном виде.

В теории спектральных преобразований Уолша установились следующие понятия спектров. Спектр по Уолшу – это коэффициенты преобразования в той или иной системе упорядочения в зависимости от последовательности входного сигнала. При этом преобразования осуществляются со значениями входного сигнала $0 \div N-1$, $N \div 2N-1$, $2N \div 3N-1$ и т.д., то есть на составных интервалах. Другое понятие спектра – спектр мощности, третье – спектр мощности, инвариантный к циклическому сдвигу. Во многих практических приложениях необходима осуществлять вычисление коэффициентов преобразования от последовательностей, составленных из N значений входного сигнала, после каждого нового значения входного сигнала, т.е. спектра отражающего свойства процесса в данный момент времени. По аналогии с гармоническим спектром [15] такой спектр назван мгновенным спектром по Уолшу. Исследуя итерационную структуру вычисления спектральных коэффициентов от векторов входного сигнала $\overline{f}_i, \overline{f}_{i+1}, \dots$, можно заметить, что в вычислениях имеются общие промежуточные результаты, что, в принципе, позволяет сократить до $2(N-1)$ число операций для каждой новой оценки спектра, вместо обычных $N \cdot \log_2 N$. Сокращение количества операций эквивалентно сокращению аппаратных затрат при реализации процессоров для вычисления мгновенного спектра. Были разработаны процессоры БПУ последовательно-параллельного типа [16, 17], в которых используются общие результаты промежуточных вычислений при оценке мгновенного спектра по Уолшу.

В процессе исследования M -последовательности и функции Уолша была обнаружена взаимосвязь между ними [17], что позволило реализовать быстрое декодирование кодов максимальной длины.

Выводы

Результаты, полученные при исследовании функций Уолша, внедрялись в научно-технические проекты и в учебный процесс [18]. Уже в 80-х гг. прошлого века студенты МРТИ–БГУИР изучали и исследовали функции Уолша, БПУ и процессоры, реализующие БПУ, а также быстрое декодирование кодов максимальной длины в курсе по цифровой обработке сигналов.

APPLICATION OF ORTHOGONAL WALSH FUNCTION IN DIGITAL HANDLING OF INFORMATION

A.A. BUDZKO

Abstract

The main purpose of this paper to show why orthogonal Walsh functions and Walsh transforms have become a very important instrument in digital processing of information. This paper also describes necessary condition for widely using any system of orthogonal functions in science and technigue.

Keywords: Walsh function, fast spectral transformation, instantaneous spectrum, fast decoding.

Список литературы

1. *Henning F.H.* Transmission of Information by Orthogonal Functions. Berlin, Heidelberg, New York, 1970.
2. *Henning F.H.* Sequency Theory. Foundations and application. New York, San Francisco, London: Academic Press, 1977.
3. *Henning F.H.* Nonsinusoidal Waves for Radar and Radio Communication. New York, London, Toronto, Sydney, San Francisco, 1981.
4. *Лосев В.В.* Микропроцессорные устройства обработки информации. Алгоритмы цифровой обработки. Минск: Вышэйшая школа, 1990.
5. *Будько А.А., Дворников В.Д.* Взаимосвязь одномерного и многомерного преобразований Уолша-Адамара // Радиотехника и электроника. 1977. Вып. 7. С. 33–37.
6. *Будько А.А., Лосев В.В.* Взаимосвязь одномерного и многомерного преобразований Уолша. Методы и средства преобразований сигналов. Рига, 1976.
7. *Лосев В.В., Будько А.А., Дворников В.Д.* Устройство преобразования двумерных дискретных фигур методом Уолша-Адамара / Авторское свидетельство № 562816.
8. *Будько А.А., Дворников В.Д., Лосев В.В.* Генератор функций Уолша / Авторское свидетельство № 637805.
9. *Будько А.А.* Генератор функций Уолша / Авторское свидетельство № 1091145.
10. *Трахтман А.М., Трахтман В.А.* Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. М.: Сов. радио, 1975.
11. *Budko A.A., Hu Zhengming.* Trahtman System of Walsh Function and the Permutation of Column Order // J. of China Institute of Communication. 1986. № 3. P. 27–34.
12. *Будько А.А.* Новая система упорядочения функций Уолша // Радиотехника и электроника. 1985. № 3. С. 75–81.
13. *Лосев В.В., Будько А.А., Дворников В.Д.* Устройство для вычисления коэффициентов преобразования по Уолшу / Авторское свидетельство № 744555.
14. *Лосев В.В., Будько А.А., Дворников В.Д.* Устройство для ортогонального преобразования цифровых сигналов по Уолшу-Адамару / Авторское свидетельство № 555404.
15. *Харкевич А.А.* Спектры и анализ. Физмат, М., 1962.
16. *Будько А.А., Лосев В.В., Дворников В.Д.* Устройство ортогонального преобразования по Уолшу / Авторское свидетельство № 620974.
17. *Дворников В.Д., Лосев В.В., Корякин Ю.Д., Будько А.А.* Устройство определения фазы *M*-последовательности / Авторское свидетельство № 625314.
18. *Будько А.А.* Методические указания к лабораторной работе «Быстрое декодирование кодов максимальной длины» по курсу «Специализированные устройства обработки информации». Минск, 1982.