УДК 621.391.037.372

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ КОДЫ

С.Б. САЛОМАТИН

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Рассматриваются методы построения пространственно-временных кодов на основе теории решеток, алгебраических чисел и алгебраических систем с делением. Приводятся и анализируются основные алгоритмы декодирования пространственно-временных кодов на основе алгебраических моделей каналов и систем обработки сигналов.

Ключевые слова: алгебраическое число, теория решеток, пространственно-временной код, сигнал.

Введение

С математической точки зрения для построения кода для заданного целого n требуется определить кодовую книгу $C_G \subset \mathrm{M}_n(F)$, кодовые слова которой принадлежат *n*-мерному пространству M над полем *F* [1–6].

Кодовая книга имеет вид множества матриц, размером $n \times M$, над полем *F*. Кодовые матрицы должны удовлетворять условию полноты разнесения, т.е. свойству, согласно которому разность двух различных матричных элементов кода *C* имела отличный от нуля определитель. Желательно, чтобы код C_G обладал свойствами неисчезающей положительности определителя, реализовывал полную скорость информационного сигнала, имел удобную для реализации форму символов и равномерное распределение средней передаваемой мощности.

Алгебраические структуры

Решетка Λ определяется как дискретная, имеющая базис, абелева подгруппа действительных или комплексных *n*-мерных векторных пространств **V**, т. е. $\mathbf{V} = R^n$

Пусть Λ формируется с помощью базиса $\{\boldsymbol{\beta}_1,...,\boldsymbol{\beta}_n\}$. Тогда решетку $\Lambda \subset \mathbf{V}$ можно записать следующим образом [3, 4, 7, 8]:

$$\Lambda = \left\{ \sum_{i=1}^{k} z_i \boldsymbol{\beta}_i \mid z_i \in Z \right\},$$

где $k \le n$ – ранг решетки. Решетка имеет полный ранг, если $k = n$.

Объем основного параллелепипеда решетки обозначается как $\mathrm{vol}(\Lambda)$ и определяется через гипермеру множества $\left\{ \sum_{i=1}^{k} x_i \beta_i \mid 0 \le x_i < 1 \right\}$.

Матричное представление полных решеток $\Lambda \subseteq \mathbf{V}$ задается порождающей матрицей **M**, строками которой являются векторы базиса $\{\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{i,1},...,\beta_{i,n}), i = 1,...,n\}$.

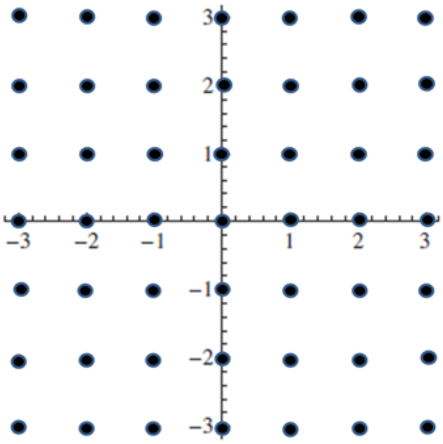
Объем решетки может быть вычислен через определитель порождающей матрицы $\mathrm{vol}(\Lambda) = \det(M) = \det(\|\beta_{i,j}\|)$.

Матрица Грамма решетки Λ имеет следующий вид: $\mathrm{Gram}(\Lambda)=MM^{\mathrm{T}}$ – для действительных чисел; $\mathrm{Gram}(\Lambda)=MM^{H}$ – для поля комплексных чисел, где T и H – операторы транспонирования и эрмитового сопряжения матриц.

Отсюда объем решетки запишется следующим образом: $\mathrm{vol}(\Lambda)=\sqrt{\det(Gram(\Lambda))}$.

Решетка называется ортогональной, если ее базисные векторы ортогональны друг другу. Матрица Грамма в этом случае имеет вид диагональной матрицы.

Примеры решеток представлены на рис. 1.



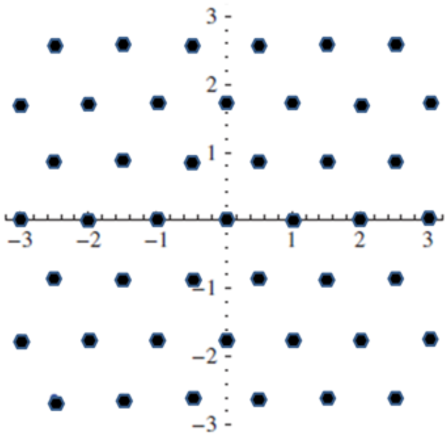


Рис. 1. Примеры дискретных решеток: *а* – решетка гауссовских целых чисел, Z^2-эквивалентное множество – кольцо комплексных целых; $Z[i]=\{a+bj \mid a,b\in Z,\, j=\sqrt{-1}\}$; *б* – решетка гексагональной форме, построенная с помощью алгебры A^2 (решетка целых чисел Эйнштейна)

Алгебраические поля чисел

Рассматрим поле комплексных чисел C. Понятие алгебраического поля подразумевает, что все его элементы являются корнями полиномиального уравнения с коэффициентами из Q. Алгебраическое поле целых состоит из чисел, являющихся корнями полиномиального уравнения с целыми коэффициентами из Z [3, 7, 8].

Поля Галуа и поля комплексных чисел. Рассмотрим расширенное алгебраическое поле E/F степени n. Обозначим кольцо целых чисел поля E как O_E. Кольцо O_E также имеет единственный максимальный порядок E. Расширение называют простым, если $E=F(\alpha), \alpha\in E$. Алгебраическое расширение использует неприводимый полином. Обозначим минимальный полином элемента поля α как μ_α, степень которого $\deg(\mu_\alpha)$ определит степень расширенного поля.

Пример. Пусть $O(i)/O$ простое алгебраическое расширение степени 2 с минимальным полиномом $\mu_i=x^2+1$. Тогда кольцо целых $O_{Q(i)}=Z[i]$ и. $O_Q=Z$.

Пример. Пусть $Q(\sqrt{5})/Q$ простое алгебраическое расширение степени 2 с кольцом целых $O_{Q(\sqrt{5})}=Z\left[\left(1+\sqrt{5}\right)/2\right]$ и $O_Q=Z$. Минимальный полином элемента $\theta=\left(1+\sqrt{5}\right)/2$ равен $\mu_\theta(x)=x^2-x-1$. Пусть полином $p(x)=F[x]$ имеет один корень в E. Поле называется нормальным, если, все корни $p(x)$ также лежат в E. Нормальное алгебраическое числовое расширенное поле E/F называется полем Галуа. Автоморфизмы такого поля формируют группу Галуа. $Gal(E/F)=\{\sigma_1,\ldots\sigma_n\}$. Норма элемента $e\in E$ определяется следующим образом: $N_{E/F}(e)=\sigma_1(e)\ldots\sigma_n(e)\in F$.

Группу $Gal(E/F)$ можно рассматривать как группу перестановок корней минимального полинома.

Пример. $Q(i)/Q$ образует циклическую группу Галуа, формируемую операцией комплексного сопряжения: $\sigma = *$: $H(z^{-1})Gal(Q(i)/Q) = \langle * \rangle = \{*, *^2\} = \{jd, *\} = \{j \mapsto j, j \mapsto -j\}$.

Пример. Поле $Q(\sqrt{5})/Q$ образует циклическую группу Галуа с помощью отображения $\sigma : \sqrt{5} \mapsto -\sqrt{5}$: $H(z^{-1})Gal(Q(\sqrt{5})/Q) = \langle \sigma \rangle = \langle \sigma, \sigma^2 \rangle = \{jd, \sigma\}$.

Решетки расширенного поля

Предположим для простоты, что имеется циклическое расширение Галуа, т.е. $\sigma(E) \subseteq R$ для всех $\sigma \in Gal(E/F)$. Используя операцию канонического встраивания $\psi : E \to R^n$, можно получить: $\psi(e) = (e, \sigma(e), ..., \sigma^{n-1}(e)), \forall e \in E$.

Тогда $\psi(O_E) \subseteq R^n$ является решеткой с неисчезающим минимальным расстоянием: $d_{p,\min}(\psi(O_E)) = \min_{e \in O_E} \prod_{i=0}^{n-1} \sigma^i(e) = \min_{e \in O_E} N_{E/F}(e) = 1$.

Пример. Пусть $E = Q(\sqrt{5}), F = Q$ с $Gal(E/F) = \{jd, \sigma : \sqrt{5} \to -\sqrt{5}\}$ и $O_{Q(\sqrt{5})} = Z[\theta]$, $\theta = (1+\sqrt{5})/2$, $\tilde{\theta} = \sigma(\theta) = (1-\sqrt{5})/2$.

Бесконечное множество векторов решетки формирует операция встраивания $\psi(a + b\theta) = (a + b\theta, a + b\tilde{\theta}), a, b \in Z$.

Конечная решетка может быть получена, если ввести ограничение $|a|.|b| \leq M$ для $M \in 2Z$. Сигнальное созвездие M-PAM состоит из нечетных целых [1, 2, 9, 10]:

$H(z^{-1})2 - \mathrm{PAM} = \{-1,1\}, ... 4 - \mathrm{PAM} = \{\pm 1, \pm 3\}, ...$.

Используя полученную решетку для 4-PAM, можно получить кодовую книгу размером 16:

$$C = \{(1+\theta, 1+\tilde{\theta}), (1-\theta, 1-\tilde{\theta}), (-1+\theta, -1+\tilde{\theta}), (-1-\theta, -1-\tilde{\theta}), (1+3\theta, 1+3\tilde{\theta}), (1-3\theta, 1-3\tilde{\theta}), (-1+3\theta, -1+3\tilde{\theta}), (-1-3\theta, -1-3\tilde{\theta}), (3+\theta, 3+\tilde{\theta}), (3-\theta, 3-\tilde{\theta}), (-3+\theta, -3+\tilde{\theta}), (-3-\theta, -3-\tilde{\theta}), (3+3\theta, 3+3\tilde{\theta}), (3-3\theta, 3-3\tilde{\theta}), (-3+3\theta, -3+3\tilde{\theta}), (-3-3\theta, -3-3\tilde{\theta})\}.$$

Полученная решетка не является ортогональной структурой. В общем случае ортогонализация решетки не всегда возможная операция. Однако в рассматриваемом случае эту операцию можно выполнить, используя идеал решетки. Элемент $\alpha = 3 - \theta$ формирует основной идеал O_E. Запишем кодовую книгу в виде: $C = \{(\sqrt{\alpha}a + b\theta, a + b\tilde{\theta}) \mid |a|, |b| \leq M\}$ что позволяет получить ортогональную решетку.

Задача оптимизации. Часто требуется получение решеток, $\psi(O_E) \subseteq R^n$, имеющих полное разнесение [3, 7, 8]. Для решения этой задачи используют инвариант, который носит название определителя.

Пусть $\{\boldsymbol{\beta}_1, ..., \boldsymbol{\beta}_n\}$ – базис E над Q и. $Gal(E/Q) = \{\sigma_1, ..., \sigma_n\}$. Определитель задается выражением $d_E = [\det(\sigma_i(\boldsymbol{\beta}_i))]^2$. Для решетки $\Lambda = \psi(O_E) \subseteq R^n$ ее объем равен $\mathrm{vol}(\psi(O_E)) = 2^{-n}\sqrt{|d_E|}$.

Следовательно, если минимизируется объем решетки, то минимизируется и ее определитель.

Для получения кода с порядком разнесения, равным *n*, необходимо, чтобы минимальный ранг матрицы $D(X^i, X^j)$ для любых $i \neq j$ был равен *n*. В свою очередь, для получения максимальной энергетической эффективности также необходимо, чтобы выполнялся критерий определителя (детерминанта) – минимальный определитель матрицы $D(X^i, X^j)$ был максимален. При этом $D(X^i, X^j) = \left(X^i - X^j\right)^H \left(X^i - X^j\right), i \neq j$, где X^i и X^j – две различные матрицы в пространственно-временном коде.

Коды на основе алгебраических систем с делением

Алгебраические системы с делением, являющиеся алгебрами над полем действительных чисел – системы комплексных чисел, кватернионов и октав.

Алгебра кватернионов. Пусть. $\alpha, \beta \in F^*$. Алгеброй А обобщенных кватернионов над F называется 4-мерное векторное пространство с базисом $B = \{e, i, j, k\}$. Будем считать, что e является единицей, т.е. $e^2 = e, ej = j$ и т.д. Зададим равенства $i^2 = -e\alpha, j^2 = -e\beta$, где α и β произвольные элементы поля F, и $ij = -ji = k$. Тогда $k^2 = ijij = -iijj = -e\alpha\beta$, $ik = iij = -e\alpha j = -j\alpha$, $ki = -jii = +ie\alpha = j\alpha$, $ik = -jji = +e\beta i = i\beta$, $kj = ijj = -ie\beta = -i\beta$.

Получившаяся алгебра А называется алгеброй обобщенных кватернионов. Ее элементы выглядят следующим образом: $\mathbf{x} = e\mathbf{x}_0 + i\mathbf{x}_1 + j\mathbf{x}_2 + kx_3, \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4\} \in F$.

Элементы $e\mathbf{x}_0$ и $\mathbf{x}_0$ отождествляются, и поле F оказывается вложенным в алгебру А.

Матричное представление алгебры обобщенных кватернионов А получается тогда, когда она рассматривается как двойной модуль, для которого А служит областью левых, а $\Sigma = F(i)$– областью правых мультипликаторов. Если считать, что $-\alpha$ не является квадратом в поле F, тогда $\Sigma = F(i) = F\left(\sqrt{-\alpha}\right)$ – поле.

Алгебра является двумерным векторным пространством над этим полем. В качестве базисных элементов можно взять, например, e и $-j$. Тогда векторы $\mathbf{x}$ представляются следующим образом: $\mathbf{x} = e(\mathbf{x}_0 + i\mathbf{x}_1) + (-j)(-\mathbf{x}_2 + i\mathbf{x}_3)$.

Если векторы $\mathbf{x}$ умножить справа на произвольный элемент, то получится линейное преобразование векторного пространства А, которое может быть представлено некоторой матрицей. Ее столбцы получаются, если умножить базисные элементы e и $-j$ на произвольный элемент. Если в качестве последнего используется j, k или l, то получатся следующие матрицы:

$$J = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix},\ K = \begin{bmatrix} 0 & \beta \\ -1 & 0 \end{bmatrix},\ L = \begin{bmatrix} 0 & i\beta \\ i & 0 \end{bmatrix}.$$

Если выбрать $\alpha = \beta = 1$, то получатся гамильтоновы кватернионы, алгебра Н: $\mathbf{x} = e\mathbf{x}_0 + i\mathbf{x}_1 + j\mathbf{x}_2 + k\mathbf{x}_3$, с правилами оперирования $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = k, ji = -k$, $jk = i, kj = -i$, $ki = j, ik = -j$.

Если F – вещественное числовое поле, то в матричном представлении алгебры элемент i может быть заменен на мнимую единицу $j = \sqrt{-1}$ Тогда получится:

$$J = \begin{bmatrix} j & 0 \\ 0 & -j \end{bmatrix},\ K = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix},\ L = \begin{bmatrix} 0 & j \\ j & 0 \end{bmatrix}.$$

Если в качестве базисных элементов алгебры взять все элементы конечной группы, то получится групповое кольцо этой конечной группы.

Код Аламоути. Пусть $\{1, i, j, k\}$ будет базис 4-мерного векторного пространства над R. Гамильтонов кватернион представляет собой множество $H = \{x + yi + zj + wk \mid z, y, z, w \in R\}$.

Гамильтоновы кватернионы являются алгеброй с делением. Кватернион, сопряженный с $q = x + yi + zj + wk$, определяется как $\tilde{q}^* = x - yi - zj + wk$.

Норма кватернионов задается следующим образом: $q\tilde{q}^* = x^2 + y^2 + z^2 + w^2; x, y, z, w \in R$.

Инверсный к q кватернион определяется по формуле $q^{-1} = \tilde{q}^* / q\tilde{q}^*$.

Любой кватернион $q = x + yi + zj + wk$ может быть записан в виде $(x + yi) + j(z - wi) = \alpha + j\beta$, $\alpha, \beta \in C$.

Умножим на q форму $(\gamma + j\delta)$:

$$\underbrace{(\alpha + j\beta)}_{q}(\gamma + j\delta) = \alpha\gamma + j\tilde{\alpha}^*\delta + j\beta\gamma + j^2\tilde{\beta}^*\delta = \left(\alpha\gamma - \tilde{\beta}^*\delta\right) + j\left(\tilde{\alpha}^*\delta + \beta\gamma\right).$$

Перепишем это равенство, используя матричную форму в базисе $\{1, j\}$:

$$\begin{bmatrix} \alpha & -\tilde{\beta}^* \\ \beta & \tilde{\alpha}^* \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \gamma \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha\gamma - \tilde{\beta}^*\delta \\ \tilde{\alpha}^*\delta + \beta\gamma \end{bmatrix}.$$

Отсюда получаем код Аламоути: $q = \alpha + j\beta,\ \alpha, \beta \in C \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \alpha & -\tilde{\beta}^* \\ \beta & \tilde{\alpha}^* \end{bmatrix}.$

Циклическая алгебра и Golden код. Для дальнейшего изложения полезно рассмотреть поля алгебраических чисел и ввести понятие циклической алгебры.

Пусть α – алгебраическое число над полем рациональных чисел Q т.е. число, которое является корнем многочлена с рациональными коэффициентами

$$g(x) = b_0 x^n + b_1 x^{n-1} + \ldots + b_n = 0.$$

Используя алгебраическое число α, можно построить множество чисел вида:

$$\omega = a_0 + \alpha a_1 + \alpha^2 a_2 + \ldots + \alpha^{n-1} a_{n-1}.$$

Относительно обычных операций сложения и умножения, определенных для многочленов $\alpha_n = \dfrac{b_1}{b_0}\alpha^{n-1} + \dfrac{b_2}{b_1}\alpha^{n-2} + \ldots + \dfrac{b_n}{b_{n-1}}.$

Множество таких чисел образует поле $Q(\alpha)$ алгебраических чисел степени *n*. Процесс построения поля $Q(\alpha)$ называется расширением поля рациональных чисел Q с помощью алгебраического числа α.

Пример. Пусть α – корень квадратного уравнения $x^2 + 1 = 0,\ \left(\alpha = j = \sqrt{-1}\right).$ Множество чисел $Q(\alpha) = \{a_0 + a_1\alpha \mid a_0, a_1 \in Q\}$ образует поле комплексных рациональных чисел.

Пример. Пусть $\alpha = \sqrt[3]{2}\exp(j2\pi/2).$ Это число алгебраическое. Оно является корнем уравнения $x^2 - 2 = 0.$

Рассмотрим все числа вида $\omega = a_0 + a_1\sqrt[3]{2}\exp(j2\pi/2) + a_2\left(\sqrt[3]{2}\exp(j2\pi/2)^2\right) = a_0 + a_1\alpha + a_2\alpha^2.$ Множество таких чисел образует поле $Q\left(\sqrt[3]{2}\right).$

Циклическая алгебра. Пусть $L = Q\left(i, \sqrt{d}\right) = \left\{u + \sqrt{d}v,\ u, v \in Q(i)\right\}$

Циклическая алгебра A определяется как $A = L \oplus eL,$ где $e^2 = \gamma, \lambda e = e\sigma(\lambda)$ и $\sigma\left(u + \sqrt{d}v\right) = u - \sqrt{d}v.$

Напомним, что $C = R \oplus iR$ и гамильтонова алгебра $H = C \oplus C,\quad j^2 = -1, ij = -ji.$ По аналогии с гамильтоновыми кватернионами $q = \alpha + j\beta \in H \leftrightarrow \begin{bmatrix} \alpha & -\tilde{\beta}^* \\ \beta & \tilde{\alpha}^* \end{bmatrix},$ можно ассоциировать элемент *x* с матричным представлением $x = x_0 + ex_1 \in A \leftrightarrow \begin{bmatrix} x_0 & \gamma\sigma(x_1) \\ x_1 & \sigma(x_0) \end{bmatrix}.$

C_G-код золотого сечения (Golden code). Для построения C_G-кода используется поле алгебраического числа (числа «золотого сечения») $\theta = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, которое является корнем уравнения $x^2 - x - 1 = 0$ и отношения сопряжения. $\sigma(\theta) = \tilde{\theta} = (1-\sqrt{5})/2$.

Код C_G определяется через матричное множество следующим образом:

$$C_G = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b\theta & c+d\theta \\ i(c+d\tilde{\theta}) & a+b\tilde{\theta} \end{bmatrix} : a,b,c,d \in Z[i] \right\},$$

где $Z[i]$ – кольцо целых комплексных чисел.

Структура кода определяется из циклической алгебры A:

$$\mathrm{A} = \left\{ y = (u+v\theta) + e(w+z\theta) \,|\, e^2 \right\} \Leftrightarrow i,u,v,w,z \in Q(i).$$

Код C_G является линейным кодом. Сумма кодовых слов принадлежит коду, т.е. $\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 \in C_G$ для всех $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2 \in C_G$.

Алгебра A является алгеброй с делением, отсюда следует, что минимальный определитель кода не равен нулю $\delta_{\min}(C_G) = \min\limits_{\mathbf{X}_1 \neq \mathbf{X}_2 \in C_G} \left|\det(\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2)\right|^2 = \min\limits_{0 \neq \mathbf{X} \in C_G} \left|\det(\mathbf{X})\right|^2 \neq 0.$

Свойство положительности определителя кода C_G. Пусть $\mathbf{X} \in C_G$, тогда

$$\det(\mathbf{X}) = \det\begin{bmatrix} a+b\theta & c+d\theta \\ i(c+d\tilde{\theta}) & a+b\tilde{\theta} \end{bmatrix} = (a+b\theta)(a+b\tilde{\theta}) - i(c+d\theta)(c+d\tilde{\theta}) =$$

$$= a^2 + ab(\tilde{\theta}+\theta) - b^2 - i\left[c^2 + cd(\tilde{\theta}+\theta) - d^2\right] = a^2 + ab - b^2 + i(c^2 - cd - d^2),$$

где $a,b,c,d \in Z[i]$.

Следовательно, $\det(\mathbf{X}) \in Z[i] \Rightarrow \delta_{\min}(C_G) = \left|\det(X)\right|^2 \geq 1$ и не зависит от кардинальности кода. Значения элементов конечного кода C_G согласуются со значениями информационных символов сигнального созвездия. Код реализует полную скорость модуляции.

Моделирование Golden-кода

В основе структуры Голден кода положим циклическую алгебру, $\mathrm{A} = (Q(i,\theta)/Q(i), \sigma, i)$, где $\theta = \left(1+\sqrt{5}\right)/2$ и отображение $\sigma : x \to \bar{x}$ такое, что. $\sigma(\theta) = \bar{\theta} = 1 - \theta.$

Код использует множество $O = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ j\bar{x}_2 & \bar{x}_1 \end{bmatrix}, x_1, x_2 \in Z[i,\theta] \right\}$ для получения максимального порядка A.

Множество *O* может быть записано в виде, $O = Z[i,\theta] \oplus Z[i,\theta] l$, где $l = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ j & 0 \end{bmatrix}$.

Каждое кодовое слово имеет форму $\mathbf{X} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} \alpha x_1 & \alpha x_2 \\ \bar{\alpha} j \bar{x}_2 & \bar{\alpha}\bar{x}_1 \end{bmatrix}$, где $\alpha = 1 + j\bar{\theta}$ – масштабирующий множитель; $x_1 = s_1 + s_2\theta, x_2 = s_3 + s_4\theta.$ Символы $s_1, s_2 s_3, s_4$ принадлежат сигналу с QAM модуляцией.

Пространственно-временная матрица неортогонального кода для (2×2) системы MIMO может быть представлена в виде $C_2(\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4) = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}} \begin{bmatrix} \theta_1 + jr\theta_4 & r\theta_2 + \theta_3 \\ \theta_2 - r\theta_4 & jr\theta_1 + \theta_4 \end{bmatrix}$, где $r = \left(-1+\sqrt{5}\right)/2$ – числовой коэффициент, $j = \sqrt{-1}.$

Зависимость вероятности ошибки на бит (*BER*) от отношения сигнал / шум на входе приемника кода Golden – QPSK и различных алгоритмов декодирования показана на рис. 2.

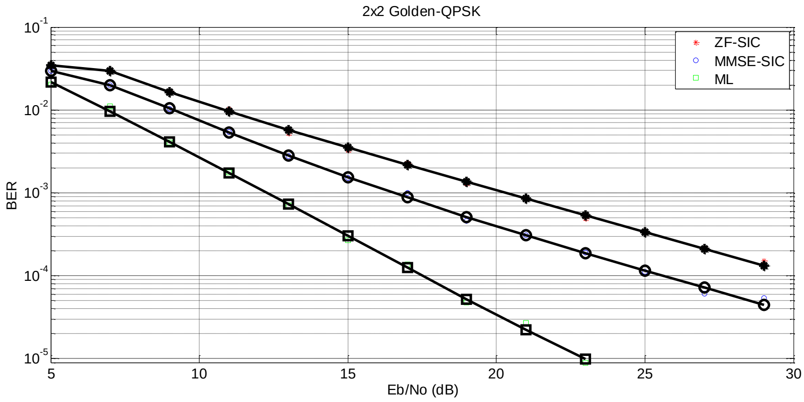


Рис. 2. Зависимость *BER* от отношения сигнал / шум на входе приемника кода Golden – QPSK

Скорость пространственно-временного кода равна $R_C = 2$. Применение кода Golden дает значительный энергетический выигрыш (1…2 дБ в зависимости от параметров системы связи) по сравнению с пространственным мультиплексированием, использующим N передающих антенн и более простую пространственно-временную матрицу $B_N(\theta_1, \theta_2, \theta_3, ..., \theta_N) = [\theta_1, \theta_2, ..., \theta_N]^T$.

Заключение

Алгебраические пространственно-временные коды позволяют разработать алгоритмы для сложных видов модуляции и кодирования, что, в свою очередь, позволяет решить задачу построения высокоскоростных систем связи, работающих в многолучевых каналах.

ALGEBRAIC SPACE-TIME CODES

S.B. SALOMATIN

Abstract

Constructing methods of space-time codes based on the theory of lattices, algebraic numbers and algebraic systems with division are considered. The basic decoding algorithms of space-time codes based on algebraic models of channels and signal processing systems are presented and analyzed.

Keywords: algebraic number, lattice theory, space-time code, signal.

Список литературы

1. *Бакулин М.Г., Варукина Л.А., Крейнделин В.Б.* Технология MIMO: принципы и алгоритмы. М.: Горячая линия – Телеком, 2014.
2. *Крейнделин В.Б., Варукина Л.А.* Методы обработки сигналов в системах с пространственно-временным кодированием. М.: МТУСИ, 2009.
3. *Кудряшов Б.Д.* Основы теории кодирования. СПб.: БХВ-Петербург, 2016.
4. *Саломатин С.Б.* Кодирование информации в сетях подвижной связи. Минск.: БГУИР, 2017.
5. MIMO System Technology for Wireless Communications / Edited by George Tsoulos. USA, FL, Boca Raton: CRC Press, 2006.
6. *Габидулин Э.М., Афанасьев В.Б.* Кодирование в радиоэлектронике. М.: Радио и связь, 1986.
7. *Monteiro F.* Lattices in MIMO Spatial Multiplexing: Detection and Geometry. Department of Engineering University of Cambridge, 2012.
8. Space-Time Processing for MIMO Communications / Ed. by A.B. Gershman, N.D. Sidoropoulos. Wiley&Sons, 2005.
9. *Vucetic B., Yuan J.* Space-Time Coding. Wiley, 2003.
10. *Oesges C., Clerckx B.* MIMO Wireless Communications. Channels. Techniques and Standards for Multi-Antenna, Multi-User and Multi-Cell Systems. U.K.: Academic Press, 2013.