РАСПОЗНАВАНИЕ ПРОБЛЕМНЫХ СИТУАЦИЙ В СИСТЕМАХ КООРДИНАЦИИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ АГЕНТОВ

Ревотюк М. П., Гибулина Е. М., Бруй Н. М.
Кафедра информационных технологий автоматизированных систем, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектороники
Минск, Республика Беларусь
E-mail: {rmp, kafitas}@bsuir.by

Предлагается модель и алгоритмы выявления проблемных ситуаций в процессах координации взаимодействующих агентов, ассоциируемыми с переходом в недопустимые состояния. Прогнозирование и анализ эволюции состояний процесса координации реализуется на основе построения и анализа интервалов устойчивости решения задачи о динамическом назначении.

I. Постановка задачи

Оптимизация управления в системах координации взаимодействующих агентов часто основана на последовательном решении задач о динамическом назначении [1-3]. Такие задачи после линейной свертки локальных критериев сводятся к известным линейным задачам о назначении (ЛЗН) или задачам коммивояжера (ЗК).

Пусть в реальном времени формируется поток открытых ЛЗН

$$\begin{cases} Z_k = \sum\limits_{i=1}^{m} \sum\limits_{j=1}^{n} c_{ij}^k x_{ij}^k \to \min \\ \sum\limits_{i=1}^{m} x_{ij}^k = 1, j = \overline{1,n}; \ \sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij}^k = 1, i = \overline{1,m}. \end{cases} \quad (1)$$

Решение (1) есть вектор назначений строк матрицы коэффициентов ее столбцам

$$R_k = \{r_j = i | x_{ij}^k = 1, i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n}\}. \quad (2)$$

Известно, что наиболее эффективные для решения задачи (1) алгоритмы венгерского метода [3,4] строятся с учетом особенностей двойственной задачи

$$\begin{cases} Z_k = \sum\limits_{i=1}^{m} u_i + \sum\limits_{j=1}^{n} v_j \to \max \\ c_{ij}^k - u_i - v_j, i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n}. \end{cases} \quad (3)$$

При отсутствии возмущений принятому на любом этапе k решению соответствует условие оптимальности паросочетания агентов и назначенных им задач: $c_{ij}^k = u_i + v_j, i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n}$. Нарушение такого условия следует рассматривать как проблемную ситуацию, приводящую к изменению (2). Отсюда возникает задача оценки интервалов устойчивости решений открытых и закрытых ЛЗН: для каждого элемента c_{ij}^k в (1) необходимо найти интервал (a_{ij}^k, b_{ij}^k), в котором значения таких элементов могут быть изменены без нарушения структуры оптимального назначения (2).

Контроль на этапе $k+0$ условия

$$c_{ij}^{k+0} \notin \{(a_{ij}^k, b_{ij}^k), i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n}\} \quad (4)$$

позволяет распознать проблемные ситуации с паросочетаниями агентов, представленными номерами строк $A_k = \{i | c_{ij}^k < \infty, j = \overline{1,n}\}$, и задач, представленными номерами столбцов $T_k = \{j | c_{ij}^k < \infty, i = \overline{1,m}\}$. Элементы $A_k \times T_k$ определяют область возмущения текущего решения, которая должна быть учтена процедурой координации системы агентов [5]. Очевидно, что расширение (4) допускает для групп агентов отражение иерархии вложенности таких областей.

Далее представлены эффективные алгоритмы выделения интервалов устойчивости решения ЛЗН и ЗК, пригодные для распознавания на основе (4) проблем назначения агентам решаемых ими независимых и зависимых задач [2].

II. Прогноз решения независимых задач

Пусть граф оптимального паросочетания агентов и независимых задач представлен элементами $E_m = \{(r_j, j) | (r_j \le m), \ j = \overline{1,n}\}$, а оставшиеся элементы матрицы образуют $E_u = \{(i,j), i = \overline{1,m}, \ j = \overline{1,n}\} \backslash E_m$. Очевидно, что $|E_m| = m$, а $|E_u| = m(n-1)$, что приходится учитывать при оценке вычислительной сложности алгоритма. Обозначим $\delta_m(x,y)$ и $\delta_u(x,y)$ – допустимое изменение веса любого ребра $x \to y$, где $(x,y) \in E_m \cup E_u$. Интервалы значений веса ребра, в которых назначение ребра остается неизменным, для ЛЗН вида (1) определяются из элементарных рассуждений:

$$\begin{cases} I_{min}^m(x,y) = (-\infty, c_{xy} + \delta_m(x,y)], (x,y) \in E_m; \\ I_{min}^u(x,y) = [c_{xy} - \delta_u(x,y), +\infty), (x,y) \in E_u. \end{cases}$$

Говорят, что ребро графа оптимального паросочетания скрыто, если его вес увеличен так, что ребро больше не является частью существующего решения. Ребро $x \to y$ скрывается назначением веса из интервала $(c_{xy} + \delta_m(x,y), +\infty)$.

Для элементов оптимального паросочетания справедливо $c_{xy} = u_x + v_y, (x,y) \in E_m$. Пусть оценка оптимального решения ЛЗН есть

$$Z^0 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}^0 = \sum_{i=1}^{m} u_i^0 + \sum_{j=1}^{n} v_j^0. \qquad (5)$$

Нетрудно показать, что если скрыто ребро $x \to y,\ (x, y) \in E_m$, то процесс реоптимизации, начинающийся в вершине x, завершится в вершине y, потенциал которой не изменится [4]. Меняется только потенциал строки u_x, а в соответствии с (5): $u_x^1 - u_x^0 = Z^1 - Z^0, x \in \overline{1, m}$. Здесь нулевой верхний индекс использован для пометки исходного, а единичный – нового решения.

Отсюда следует, что $\delta_m(x, y) = Z^1 - Z^0$. Интервал безопасного изменения значений веса скрываемого ребра определяется выражением

$$I_{min}^m(x, y) = (-\infty, c_{xy} + Z^1 - Z^0] =$$
$$= (-\infty, c_{xy} + u_x^1 - u_x^0], (x, y) \in E_m. \qquad (6)$$

Использование разности потенциалов исключает необходимость прямолинейного вычисления оценок решений задачи (1), требующего $m + n$ шагов.

Подобным образом рассматриваются ребра, не принадлежащие оптимальному решению, когда $c_{xy} \geq u_x + v_y, (x, y) \in E_u$. Если вес таких ребер менять в интервале $(u_x + v_y, +\infty)$, то структура решения (2) остается неизменной.

Пусть $\epsilon_u(x, y) = c_{xy} - \delta_u(x, y)$. Будем считать, что ребро графа паросочетания открыто, если его вес уменьшен так, что это ребро становится частью нового оптимального решения. Открытие ребра наступает в случае, когда $c_{xy} \leftarrow \epsilon_u(x, y)$. Известен метод определения $\epsilon_u(x, y), (x, y) \in E_u$ на основе построения вспомогательного графа G_a из графа оптимального паросочетания путем удаления всех дуг, инцидентных вершинам x и y. Если выполнить уменьшение веса $c_{xy} \leftarrow \epsilon_u(x, y)$, то для графа G_a, дополненного ребром (x, y), получим оптимальное паросочетание степени m с оценкой Z^a. Таким образом, $\epsilon_u(x, y) = Z^0 - Z^a$ – нижняя граница интервала устойчивости, поэтому

$$I_{min}^u(x, y) = [Z^0 - Z^a, +\infty), (x, y) \in E_u. \qquad (7)$$

Однако определение интервала значений веса ребер на основе (7) не является эффективным. Для каждого из ребер придется решать ЛЗН, размер которых $(m - 1)(n - 1)$.

Предлагается вместо выражения (7) воспользоваться выражением (6), инвертируя направление шагов процесса построения интервала. Конечная граница интервала $I_{min}^m(x, y)$ станет начальной границей интервала $I_{min}^u(x, y)$. Нулевой шаг в (6) становится решением ЛЗН для гарантированно приводящего к открытию ребра значения $c_{xy} = -\infty$, а единичный шаг соответствует решению ЛЗН с исходной матрицей. В результате получаем

$$I_{min}^u(x, y) = (-\infty + Z^0 - Z^1, +\infty] =$$
$$= (-\infty + u_x^0 - u_x^1, +\infty], (x, y) \in E_u. \qquad (8)$$

Вычислительная сложность реализации (6) и (8) – $O(n^4)$.

III. Прогноз решения зависимых задач

Известно, что алгоритм оценки устойчивости решения ЗК, определяющего оптимальное паросочетание агентов и зависимых задач, имеет экспоненциальную сложность. Однако результат решения ЗК соответствует решению, например, методом ветвей и границ, закрытой ЛЗН с ограничениями:

$$\begin{cases} Z_k = \sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n} c_{ij}^k x_{ij}^k \to \min \\ \sum\limits_{i=1}^{n} x_{ij}^k = 1, j = \overline{1, n};\ \sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij}^k = 1, i = \overline{1, n} \\ u_i - v_j + n x_{ij}^k \leq (n - 1), i, j = \overline{2, n}, i \neq j. \end{cases} \qquad (9)$$

Таким образом, применение (6) к результату решения (9) практически обеспечивает полиномиальную сложность формирования иннтервалов устойчивости назначения агентам зависимых задач и реакции на незначительные изменения оценок назначения.

Проведенный статистический эксперимент по оценке количества скрытых элементов матрицы ЛЗН, соответствующей оптимальному гамильтонову циклу, показал, что максимальное количество формально скрытых элементов не превышает значения $O(n)$. Если учесть, что общее количество скрытых элементов открытой ЛЗН $n(n - 1)$, то в первом приближении вероятность ошибки в оценке интервала устойчивости не превышает $(n - 1)^{-1}$ (здесь n – размерность матрицы ЗК, $n > 1$).

Таким образом, полученные интервалы устойчивости оптимального паросочетания определяют область возмущения текущего назначения агентов подлежащим решению задачам. Их наличие позволяет усилить логические условия отказа от итераций пересмотра решения при несущественных изменениях параметров внешней среды, что ускоряет реакцию системы управления на обработку информации о состоянии агентов и задач.

1. Spivey, M.Z. The Dynamic Assignment Problem/M.Z. Spivey, W.B. Powell//Transportation Science. –2004. –No. 4. –P. 399–419.
2. Korsah, G. A. A Comprehensive Taxonomy for Multi-Robot Task Allocation/G.A. Korsah, M.B. Dias, A. Stentz [Electronic resource]. – Mode of access: http://ashesi.org/wp-content/uploads/2016/03/G.-Ayorkor-Korsah.pdf . – Date of access: 14.01.2018.
3. Toroslu, I.H. Incremental assignment problem/ I.H. Toroslu, G. Üçoluk//Information Sciences. – 2007. –Vol.177. –P. 1523–1529.
4. Ревотюк, М. П. Быстрая оценка интервалов устойчивости решения линейных задач о назначении/ М. П. Ревотюк, М. К. Кароли, П. М. Батура//Доклады БГУИР. –2013. – № 5(75). – С. 30–36.
5. Gombolay, M.C. Fast Scheduling of Multi-Robot Teams with Temporospatial Constraints/M.C. Gombolay, R.J. Wilcox, J.A. Shah [Electronic resource]. – Mode of access: http://roboticsproceedings.org/rss09/p49.pdf. – Date of access: 24.02.2016.