Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра микро- и наноэлектроники

И. И. Абрамов

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА И СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА: ВОПРОСЫ, ОТВЕТЫ, ЗАДАНИЯ

Рекомендовано УМО по образованию в области информатики и радиоэлектроники для специальностей 1-41 01 02 «Микро- и наноэлектронные технологии и системы», 1-41 01 03 «Квантовые информационные системы», 1-41 01 04 «Нанотехнологии и наноматериалы в электронике» в качестве учебно-методического пособия

Минск БГУИР 2014

УДК [530.145+536.9](076.3)
ББК 22.314я73+22.317я73
А16

Р е ц е н з е н т ы:
кафедра энергофизики Белорусского государственного университета
(протокол №1 от 04.09.2013);

профессор кафедры физики полупроводников и наноэлектроники
Белорусского государственного университета,
доктор физико-математических наук, профессор Н. А. Поклонский

Абрамов, И. И.
А16 Квантовая механика и статистическая физика: вопросы, ответы, задания : учеб.-метод. пособие / И. И. Абрамов. – Минск : БГУИР, 2014. − 76 с.: ил.
ISBN 978-985-543-007-1.

В учебно-методическом пособии сформулированы основные (контрольные) вопросы и приведены краткие ответы по квантовой механике и статистической физике. Даны также задания по курсовым работам.

Предназначается для студентов, магистрантов и аспирантов, изучающих дисциплину «Квантовая механика и статистическая физика». Может быть полезно преподавателям для контроля знаний учащихся, а также в процессе чтения лекций.

УДК [530.145+536.9](076.3)
ББК 22.314я73+22.317я73

ISBN 978-985-543-007-1

Предисловие

В настоящее время издано немалое количество фундаментальных книг по квантовой механике и статистической физике. Имеется и ряд прекрасных курсов лекций и сборников задач по данным дисциплинам. Эти книги написаны блестящими учеными и преподавателями. С ними сложно конкурировать. Да и надо ли ?!

Данная книга отличается от ранее изданных тем, что в ней сформулированы основные (контрольные) вопросы дисциплин и приведены на них краткие ответы (части I и II книги), поэтому объем ее – минимальный. Ответы составлены на основе источников, указанных в списках литературы, размещенных в конце каждой части пособия (основная литература). При этом автор стремился устранить содержащиеся в них погрешности (неточности, опечатки и т. п.). Обозначения сохранялись, по возможности, общепринятыми в каждой из дисциплин для облегчения оперативного обращения к базовым книгам.

Учебно-методическое пособие будет полезно преподавателям соответствующих дисциплин с целью контроля знаний у студентов на практических занятиях, семинарах, коллоквиумах и экзаменах. Оно также может использоваться на консультациях и при чтении лекций в качестве основных сведений дисциплин, к которым даются необходимые пояснения преподавателем. Думаю, книга будет хорошим помощником начинающему лектору.

Студентам данное издание будет полезно для контроля своих знаний, т. е. для быстрого повторения.

Преподавателей, возможно, также заинтересуют задания по курсовым работам (часть III книги), которые могут быть использованы прежде всего в вузах на факультетах, связанных с радиоэлектроникой. Замечу также, что все три части относительно независимы, т. е. могут применяться по отдельности.

В необходимости издания данного учебно-методического пособия я убедился на собственном опыте преподавания рассматриваемых дисциплин в течение восемнадцати лет. Ясно, что оно может служить лишь дополнением к прекрасным фундаментальным книгам и курсам лекций по изучаемым дисциплинам (некоторые из них указаны в списках литературы).

В заключение выражаю благодарность профессорам А. К. Федотову, Н. А. Поклонскому за ряд ценных замечаний, а также Н. В. Коломейцевой, И. А. Романовой за подготовку рукописи данного пособия к печати.

Профессор И. И. Абрамов

Часть I. Квантовая механика. Вопросы и ответы

Список основных обозначений

$\hbar$ – постоянная Планка, деленная на 2π ($\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-27}$ эрг·с)

x, y, z – пространственные координаты

$\vec{r}$ – радиус-вектор точки пространства

θ – угол между осью $0z$ и радиусом-вектором $\vec{r}$

φ – угол, отсчитываемый в плоскости xy от оси $0x$

t – время

i – мнимая единица (когда не индекс)

δ_{mn} – символ Кронекера

∇ – оператор набла

ψ – волновая функция

$\hat{P}$ и $\hat{X}$ – операторы импульса и координаты x микрочастицы

$\hat{M}$ – оператор момента импульса микрочастицы

$\hat{H}$ – оператор функции Гамильтона (гамильтониан)

μ – масса микрочастицы

e – заряд

c – скорость света

λ – длина волны

$\vec{p}$ – импульс

E – энергия

U – силовая функция

$\vec{H}$ – вектор напряженности магнитного поля

$k_Б$ – постоянная Больцмана

T – температура

1. Основной предмет изучения квантовой механики.

Ответ: Движение микрочастиц.

2. В чем принципиальное отличие статистической (классической) механики и квантовой механики?

Ответ: В основе статистической (классической) механики лежит ньютоновская механика, допускающая детерминированное описание движения отдельной частицы. В квантовой механике изучают индивидуальные свойства микрочастиц и индивидуальные микропроцессы, используя статистические совокупности – ансамбли.

3. Основные уравнения квантовой теории света.

Ответ: М. Планк открыл закон распределения энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, находящегося в тепловом равновесии. В основу закона положено предположение о прерывном характере испускания и поглощения света веществом конечными порциями – квантами света. Энергия кванта ε связана с частотой (циклической) колебаний света ω соотношением

$$\varepsilon = \hbar\omega. \qquad (1)$$

Квант света имеет и импульс $p = \varepsilon / c$. Введя волновой вектор $\vec{k}$ с компонентами

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda}\cos\alpha,\ k_y = \frac{2\pi}{\lambda}\cos\beta,\ k_z = \frac{2\pi}{\lambda}\cos\gamma, \qquad (2)$$

можем записать

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}, \qquad (3)$$

где λ – длина волны, $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ – косинусы нормали к световой волне. Соотношения (1), (3) – основные уравнения квантовой теории света.

4. Законы сохранения энергии и импульса для световых квантов.

Ответ: Взаимодействие кванта света с микросистемой называется «столкновением». Пусть E и $\vec{p}$ – энергия и импульс системы до столкновения с квантом света, E' и $\vec{p}'$ – ее энергия и импульс после столкновения, $\hbar\omega$ и $\hbar\vec{k}$ – энергия и импульс кванта света до столкновения, $\hbar\omega'$ и $\hbar\vec{k}'$ – энергия и импульс кванта света после столкновения. Тогда справедливы следующие законы сохранения энергии и импульса:

$$\hbar\omega + E = \hbar\omega' + E', \qquad (4)$$

$$\hbar\vec{k} + \vec{p} = \hbar\vec{k}' + \vec{p}'. \qquad (5)$$

Уравнения (4), (5) описывают все три основных процесса: поглощение, испускание и рассеяние света. Если $\omega' = 0$ и $\vec{k}' = 0$, то имеет место поглощение света, если $\omega = 0$ и $\vec{k} = 0$ – испускание света, если все величины ($\omega, \omega', \vec{k}, \vec{k}'$) не равны нулю – рассеяние света.

5. Как называются явления, в которых постоянная Планка играет существенную роль?

Ответ: Они называются квантовыми.

6[*]. Волна де Бройля и основные уравнения де Бройля.

Ответ: Свободно движущейся микрочастице с энергией E и импульсом $\vec{p}$ Л. де Бройль поставил в соответствие плоскую волну

$$\psi(\vec{r}, t) = Ce^{i(\omega t - \vec{r}\vec{k})}, \qquad (6)$$

$$E = \hbar\omega, \qquad (7)$$

где C – постоянная, i – мнимая единица, а $\vec{k}$ задается с помощью (3). Соотношения (6), (7), (3) – основные уравнения де Бройля. Используя (3) и (7) в (6), получаем

$$\psi(\vec{r}, t) = Ce^{i(\frac{E}{\hbar}t - \vec{r}\frac{\vec{p}}{\hbar})}. \qquad (8)$$

Волну, описываемую (8), называют волной де Бройля.

7. Соотношение для длины волны де Бройля.

Ответ: Длина волны де Бройля λ выражается формулой

[*] К данным вопросам имеются дополнительные вопросы, приведенные в конце части I пособия.

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2\mu E}}, \tag{9}$$

где μ – масса микрочастицы, а E – ее энергия.

8. Физическая интерпретация волн де Бройля.

Ответ: М. Борн дал статистическую интерпретацию волн де Бройля: их интенсивность в каком-либо месте пространства пропорциональна вероятности обнаружить микрочастицу в этом месте.

9*. Вероятность нахождения микрочастицы в элементарном объеме.

Ответ: В общем случае волны де Бройля могут представлять более сложные волновые функции от x, y, z и t, а именно:

$$\psi = \psi(x, y, z, t). \tag{10}$$

Тогда вероятность нахождения микрочастицы в элементарном объеме $d\upsilon = dxdydz$ в окрестности точки x, y, z в момент времени t выражается с помощью

$$dW(x, y, z, t) = \left|\psi(x, y, z, t)\right|^2 d\upsilon, \tag{11}$$

где

$$\left|\psi(x, y, z, t)\right|^2 = \psi^*(x, y, z, t)\psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z, t)\psi^*(x, y, z, t). \tag{12}$$

В (12) учтено, что ψ может быть комплексной величиной. Звездочка обозначает комплексное сопряжение.

10. Условие нормировки волновой функции.

Ответ: Интегрирование $|\psi|^2$ по всему объему $V_П$ нахождения микрочастицы – вероятность достоверного события

$$\int\limits_{V_П} |\psi|^2 d\upsilon = 1. \tag{13}$$

Соотношение (13) – условие нормировки. Функция ψ, удовлетворяющая (13), называется нормированной.

11*. Принцип суперпозиции состояний.

Ответ: Если квантовая система может находиться в состоянии, описываемом волновой функцией ψ_1, и в состоянии – ψ_2, то она может находиться и в состоянии

$$\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2, \tag{14}$$

где c_1, c_2 – произвольные комплексные числа.

12. Прямая и обратная задачи квантовой механики.

Ответ: В квантовой механике известно два типа задач: 1) прямая – по волновой функции предсказать возможные результаты измерений над микрочастицей; 2) обратная – по результатам эксперимента определить волновую функцию.

13. Определение квантового ансамбля микрочастиц (систем).

Ответ: Для воспроизведения большого числа тождественных экспериментов необходимо представить себе большое число микрочастиц (систем), которые находятся в одинаковых макроскопических условиях. Этот набор микрочастиц (систем) и есть квантовый ансамбль микрочастиц (систем).

14*. Определение состояния микрочастицы (системы).

Ответ: Под состоянием микрочастицы (системы), описываемым волновой функцией, понимают принадлежность микрочастицы (системы) к определенному чистому ансамблю.

15*. Определение чистого ансамбля.

Ответ: Если макроскопические условия полностью определяют состояние микрочастиц, то их состояние можно охарактеризовать одной волновой функцией. Такой ансамбль называется чистым ансамблем.

16*. Определение смешанного ансамбля.

Ответ: Смешанный ансамбль содержит микрочастицы в различных состояниях, характеризуемых волновыми функциями $\psi_1, \psi_2 ... \psi_n$, с вероятностями $P_1, P_2 ... P_n$ встретить в смешанном ансамбле соответствующие чистые ансамбли.

17. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.

Ответ: В общем случае соотношение неопределенностей В. Гейзенберга включает средние квадратичные отклонения импульса и координаты, а именно:

$$\overline{(\Delta p_x)^2}\;\overline{(\Delta x)^2} \ge \frac{\hbar^2}{4}, \tag{15}$$

где

$$\overline{(\Delta x)^2} = \overline{(x-\bar{x})^2}, \tag{16}$$

$$\overline{(\Delta p_x)^2} = \overline{(p_x-\overline{p_x})^2}. \tag{17}$$

Следовательно, нельзя одновременно измерить координату x и импульс p_x, так как $\overline{(\Delta p_x)^2}$ и $\overline{(\Delta x)^2}$ не могут равняться нулю одновременно. Нарушение импульса локализацией приводит к невозможности применения понятия траектории в классическом смысле к движению микрочастиц в квантовой механике. Подобные соотношения устанавливаются и для других некоммутирующих величин (см. вопрос 27).

18. Определение полного набора измеряемых величин и полного измерения.

Ответ: Набор измеряемых величин, достаточный для определения волновой функции, называется полным набором, а данное измерение – полным измерением.

19*. Каким образом измерение влияет на квантовый ансамбль?

Ответ: Измерение преобразует чистый ансамбль в смешанный. Такое превращение чистого ансамбля в смешанный – спектральное разложение исходного ансамбля в спектр по чистым ансамблям, отбираемым прибором.

20*. Какие операторы используются в квантовой механике?

Ответ: Линейные самосопряженные (эрмитовские) операторы.

21. Определение среднего значения величины L в квантовой механике.

Ответ: Среднее значение $\overline{L}$ величины L, изображаемой оператором $\hat{L}$, определяется согласно

$$\overline{L} = \int \psi^*(x) \hat{L} \psi(x) dx . \quad (18)$$

Имеется в виду чистый ансамбль, описываемый волновой функцией ψ, а dx – элемент объема. Интеграл взят по всей области изменения переменной. Пользуясь свойством самосопряженности оператора $\hat{L}$, среднее значение можно также вычислять с помощью соотношения

$$\overline{L} = \int \psi(x) \hat{L}^* \psi^*(x) dx . \quad (19)$$

22. Уравнение на собственные значения и собственные функции оператора физической величины L. Основные требования при постановке краевых условий для данного уравнения.

Ответ: Таким уравнением для оператора $\hat{L}$ является

$$\hat{L}\psi_i = L_i \psi_i , \quad (20)$$

где L_i – собственные значения, ψ_i – собственные функции.

Для задания краевых (граничных) условий для уравнения (20), как правило, применяют требование о сохранении полного числа микрочастиц. Из него естественным образом следуют требования к волновым функциям: 1) конечность; 2) непрерывность; 3) однозначность. Они обычно и приводят к краевым условиям для уравнения (20).

23[*]. Возможные виды спектров физической величины.

Ответ: Существуют следующие виды спектров: 1) дискретный; 2) состоящий из отдельных полос; 3) непрерывный.

24[*]. Какие системы функций называются ортонормированными (ортогональными и нормированными)?

Ответ: Удовлетворяющие соотношению (для дискретного спектра)

$$\int \psi_m^* \psi_n dx = \delta_{mn} , \quad (21)$$

где

$$\begin{cases} \delta_{mn} = 1, & если \;\; m = n , \\ \delta_{mn} = 0, & если \;\; m \neq n . \end{cases} \quad (22)$$

25. Какие случаи в квантовой механике называются вырожденными?

Ответ: В этих случаях собственному значению L_n оператора $\hat{L}$ принадлежит не одна собственная функция, а набор: $\psi_{n1}, \ldots, \psi_{nl}$. Если значению L_n принадлежит l собственных функций, то имеет место l-кратное вырождение. Смысл вырождения состоит в том, что значение величины L_n может быть обнаружено в различных состояниях.

26. Чему равна вероятность измерения физической величины L?

Ответ: Вычисление основано на принципе суперпозиции. Если собственные функции $\hat{L} - \psi_n(x)$, то функция состояния $\psi(x)$ представима в виде

$$\psi(x) = \sum_n c_n \psi_n(x), \tag{23}$$

где c_n – коэффициенты разложения. Тогда вероятность того, что в состоянии $\psi(x)$ в результате измерения L будет получено значение L_n, вычисляется согласно

$$W(L_n) = |c_n|^2. \tag{24}$$

27. Условие возможности одновременного измерения различных механических величин.

Ответ: Данным условием для величин L и M является коммутативность их операторов $\hat{L}$ и $\hat{M}$, а именно:

$$\hat{L}\hat{M} = \hat{M}\hat{L}. \tag{25}$$

Если же $\hat{L}\hat{M} \neq \hat{M}\hat{L}$, то L и M не имеют одновременно определенных значений. Возможны лишь исключительные случаи.

28*. Перестановочные соотношения Гейзенберга.

Ответ: Так как оператор импульса микрочастицы выражается согласно

$$\hat{P} = -i\hbar\nabla \tag{26}$$

с компонентами

$$\hat{P}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x},\ \hat{P}_y = -i\hbar\frac{\partial}{\partial y},\ \hat{P}_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial z}, \tag{27}$$

то справедливы следующие перестановочные соотношения В. Гейзенберга:

$$x\hat{P}_x - \hat{P}_x x = i\hbar, \; y\hat{P}_y - \hat{P}_y y = i\hbar, \; z\hat{P}_z - \hat{P}_z z = i\hbar. \tag{28}$$

29. Уравнение для определения собственных значений и собственных функций оператора $\hat{M}^2$ и его решение.

Ответ: Момент импульса изображается оператором как

$$\hat{M} = \left[\vec{r}\hat{P}\right] , \tag{29}$$

где $[\;]$ – векторное произведение, $\hat{P}$ задается согласно (26). Уравнение на собственные значения и собственные функции оператора $\hat{M}^2$ записывается следующим образом:

$$\hat{M}^2\psi = M^2\psi . \tag{30}$$

Его решение имеет вид

$$M_l^2 = \hbar^2 l(l+1), \quad l = 0,1,..., \tag{31}$$

$$\psi_{lm} = Y_{lm}(\theta,\varphi), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm l, \tag{32}$$

где Y_{lm} – сферические функции. Видно, что M_l^2 в (31) принадлежит $(2l+1)$ собственных функций, отличающихся m, а следовательно, имеет место вырождение. Согласно (31) возможные значения абсолютной величины момента импульса – квантованны.

30. Уравнение для определения собственных значений и собственных функций оператора проекции момента импульса $\hat{M}_z$ и его решение.

Ответ: Для собственных функций и значений $\hat{M}_z$ справедливо уравнение

$$\hat{M}_z\psi = M_z\psi . \tag{33}$$

Решением его являются функции ψ_{lm} (см. (32)), а

$$M_z = \hbar m, \quad m = 0, \pm 1, ..., \pm l . \tag{34}$$

Согласно (34) возможные значения проекций момента импульса имеют квантованные значения.

31[*]. Оператор функции Гамильтона (гамильтониан).

Ответ: В квантовой механике полная энергия не равна сумме кинетической и потенциальной энергий, так как первая зависит от импульсов, а вторая – от координат, которые одновременно не могут быть измерены (см. вопрос 17). Поэтому полная энергия измеряется как целое. $\hat{H}$ – оператор функции Гамильтона (гамильтониан). Выделяют случаи: силы не зависят от скорости микрочастицы и зависят от ее скорости. В общем (последнем) случае

$$\hat{H} = \hat{T} + U(x, y, z, t), \qquad (35)$$

где $\hat{T}$ – оператор кинетической энергии, а U называется силовой функцией. В случае независимости силовой функции от времени она равна потенциальной энергии. В общем случае гамильтониан, характеризующий движение микрочастицы, записывается в виде

$$\hat{H} = \frac{1}{2\mu}(\hat{P} - \frac{e}{c}\vec{A})^2 + eV + U_c, \qquad (36)$$

где V и $\vec{A}$ – скалярный и векторный потенциалы электромагнитного поля, а U_c описывает силы, кроме электромагнитных. Гамильтониан определяется следующими факторами: природой микрочастицы и действующими на нее полями. Оператор $\hat{H}$ – основной в квантовой механике, так как после его задания формулируются все особенности исследуемой системы.

32. Нестационарное уравнение Э. Шредингера.

Ответ: Это уравнение для волновой функции ψ имеет вид

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \hat{H}\psi \qquad (37)$$

и является одним из основных в квантовой механике.

33. Закон сохранения числа частиц.

Ответ[1]: Закон записывается в виде уравнения

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \nabla\vec{J} = 0, \qquad (38)$$

где

$$\vec{J} = \frac{i\hbar}{2\mu}(\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi). \qquad (39)$$

Здесь $w = \psi\psi^*$ – плотность вероятности, $\vec{J}$ – вектор плотности тока вероятности.

[1] При наличии магнитного поля закон сохранения, описываемый уравнением непрерывности, остается в силе. Меняется только соотношение для плотности тока.

34. Закон сохранения массы.

Ответ[1]: Данный закон имеет вид

$$\frac{\partial \rho_\mu}{\partial t} + \nabla \vec{J}_\mu = 0, \tag{40}$$

где

$$\vec{J}_\mu = \frac{i\hbar}{2}(\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi), \tag{41}$$

а средняя плотность вещества $\rho_\mu = \mu |\psi|^2$; $\vec{J}_\mu$ – средняя плотность тока вещества.

35. Закон сохранения заряда.

Ответ[1]: Данный закон выражается с помощью

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla \vec{J}_e = 0, \tag{42}$$

где

$$\vec{J}_e = \frac{ie\hbar}{2\mu}(\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi), \tag{43}$$

а средняя плотность заряда $\rho_e = e|\psi|^2$, $\vec{J}_e$ – средняя плотность тока заряда.

36. Уравнение Шредингера для стационарных состояний.

Ответ: Оно имеет вид

$$\hat{H}\psi = E\psi . \tag{44}$$

37. Выражения для коммутатора и квантовой скобки Пуассона.

Ответ: Соотношение для коммутатора

$$\left\{\hat{H}, \hat{L}\right\} = \hat{H}\hat{L} - \hat{L}\hat{H}, \tag{45}$$

а квантовая скобка Пуассона дается формулой

$$\left[\hat{H}, \hat{L}\right] = \frac{1}{i\hbar}\left\{\hat{L}, \hat{H}\right\}. \tag{46}$$

38. Квантовые уравнения Гамильтона.

Ответ: Они имеют вид

$$\frac{d\hat{X}}{dt}=\left[\hat{H},\hat{X}\right],\ \frac{d\hat{Y}}{dt}=\left[\hat{H},\hat{Y}\right],\ \frac{d\hat{Z}}{dt}=\left[\hat{H},\hat{Z}\right], \qquad (47)$$

$$\frac{d\hat{P}_x}{dt}=\left[\hat{H},\hat{P}_x\right],\ \frac{d\hat{P}_y}{dt}=\left[\hat{H},\hat{P}_y\right],\ \frac{d\hat{P}_z}{dt}=\left[\hat{H},\hat{P}_z\right]. \qquad (48)$$

39. Теоремы Эренфеста.

Ответ: Теоремами П. Эренфеста являются уравнения

$$\frac{d}{dt}\int\psi^* x\psi\,dx=\frac{1}{\mu}\int\psi^*\hat{P}_x\psi\,dx\,, \qquad (49)$$

$$\frac{d}{dt}\int\psi^*\hat{P}_x\psi\,dx=-\int\psi^*\frac{\partial U}{\partial x}\psi\,dx\,. \qquad (50)$$

40. Квантовое уравнение Ньютона.

Ответ: Задается в виде

$$\mu\frac{d^2\overline{x}}{dt^2}=-\overline{\frac{\partial U}{\partial x}}=\overline{F}_x \qquad (51)$$

и следует из теорем Эренфеста.

41. Определение интеграла движения.

Ответ: Величина L называется интегралом движения, если справедливо соотношение

$$\frac{d\hat{L}}{dt}=0, \qquad (52)$$

где $\hat{L}$ – оператор, изображающий L.

42*. Закон сохранения энергии в квантовой механике.

Ответ: Данный закон имеет вид

$$\frac{d\hat{H}}{dt} = 0\,. \tag{53}$$

43*. Что называется волновым пакетом?

Ответ: Если ψ заметно отличается от нуля в очень малой области пространства Δx, то состояние, характеризуемое ψ, называется волновым пакетом.

44. Когда можно считать, что движение микрочастицы происходит по законам классической механики?

Ответ: Когда удовлетворяются условия:

$$\overline{p}^2 >> \frac{\hbar^2}{4\overline{(\Delta x)^2}}\,; \tag{54}$$

$$\left|\frac{\partial U(\overline{x})}{\partial \overline{x}}\right| >> \frac{1}{2}\left|\frac{\partial^3 U(\overline{x})}{\partial \overline{x}^3}\right|\overline{(\Delta x)^2}\,, \tag{55}$$

а $\overline{(\Delta x)^2}$ задается (16). Следовательно, замена квантовых уравнений движения на классические возможна при переходе к большим кинетическим энергиям микрочастиц (см. (54)) и не сильно меняющимся силовым полям (см. (55)).

45. Какие системы называются квазиклассическими?

Ответ: Если длина волны де Бройля микрочастицы мала по сравнению с характеристическим размером $L_{хар}$ системы, то такая система называется квазиклассической.

46. Какой метод эффективен для анализа квазиклассических систем?

Ответ: Метод Вентцеля – Крамерса – Бриллюэна (ВКБ-метод).

47. Условие применимости квазиклассического приближения.

Ответ: Условие квазиклассичности:

$$\left|\frac{d\lambda}{dx}\right| = \left|\frac{d}{dx}\left(\frac{2\pi\hbar}{p}\right)\right| << 2\pi\,. \tag{56}$$

Из (56) следует, что квазиклассическое приближение не должно применяться при очень малом импульсе p микрочастицы, в частности, вблизи точек поворота, когда в соответствии с классической механикой микрочастица остановилась бы и начала двигаться в обратном направлении.

48. Первый постулат квантовой механики.

Ответ: Принцип суперпозиции состояний (см. вопрос 11).

49. Второй постулат квантовой механики.

Ответ: Каждой механической величине L в квантовой механике ставится в соответствие линейный самосопряженный оператор $\hat{L}$. При этом между операторами аналогичные соотношения, как и между соответствующими классическими величинами.

50. Третий постулат квантовой механики.

Ответ: Среднее значение любой физической величины L в состоянии, описываемом волновой функцией ψ и оператором $\hat{L}$, определяется соотношением

$$\overline{L} = \int \psi^* \hat{L} \psi \, d\upsilon = \int \psi \hat{L}^* \psi^* \, d\upsilon . \qquad (57)$$

51. Четвертый постулат квантовой механики.

Ответ: Динамическая переменная (физическая величина) может иметь только такие значения, которые содержатся в спектре собственных значений ее оператора.

52. Пятый постулат квантовой механики.

Ответ: Значение волновой функции в момент времени $t + dt$ определяется через значение волновой функции в момент времени t уравнением Шредингера (37).

Это уравнение отражает принцип причинности в квантовой механике.

53. Преобразование волновой функции от «p»-представления к «x»-представлению.

Ответ: Оно имеет вид

$$\psi(x,t) = \int C(p,t) \psi_p(x) \, dp , \qquad (58)$$

где $\psi_p(x)$ – собственные функции оператора импульса. $\psi(x,t)$, $C(p,t)$ – волновые функции в «x»- и «p»-представлении.

54. Преобразование волновой функции от «x»-представления к «p»-представлению.

Ответ: Выражается согласно

$$C(p,t) = \int \psi(x,t)\psi_p^*(x)dx. \tag{59}$$

55. Преобразование волновой функции от «x»-представления к «E»-представлению, когда энергия имеет дискретный спектр значений.

Ответ: Дается соотношением

$$C_n(t) = \int \psi(x,t)\psi_n^*(x)dx, \tag{60}$$

где $\psi_n(x)$ – собственные функции оператора энергии, совокупность $C_n(t)$ – волновая функция в «E»-представлении.

56. Оператор физической величины L в «E»-представлении, когда энергия имеет дискретный спектр значений.

Ответ: Пусть $\hat{L}$ – оператор физической величины L в «x»-представлении, а $\psi_n(x)$ – собственные функции оператора энергии, тогда совокупность всех L_{mn}, вычисляемых согласно

$$L_{mn} = \int \psi_m^*(x)\hat{L}\psi_n(x)dx, \tag{61}$$

является оператором $\hat{L}$ в «E»-представлении и может быть задана в виде матрицы

$$\boldsymbol{L} = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1n} & \dots \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2n} & \dots \\ & . \; . \; . & & & \\ L_{m1} & L_{m2} & \dots & L_{mn} & \dots \\ & . \; . \; . & & & \end{vmatrix}, \tag{62}$$

где L_{mn} – матричные элементы. Представление операторов в виде матриц называется представлением операторов в матричной форме.

57. Какое представление называется шредингеровским?

Ответ: Когда вся информация о зависимости квантовой системы от времени описывается волновой функцией $\psi(x,t)$, являющейся решением уравнения Шредингера (37), то такой способ описания – шредингеровское представление операторов $\hat{L}$ и волновых функций $\psi(x,t)$. При этом $\hat{L}$ не зависит от времени.

58*. Какое представление называется гейзенберговским?

Ответ: Когда временная зависимость переносится на операторы с помощью

$$\hat{L}(t) = \hat{S}^{-1}(t,0)\hat{L}\hat{S}(t,0)\,, \tag{63}$$

то волновые функции $\Phi(x)$ не зависят от времени, а соответствующее представление операторов и волновых функций – гейзенберговское представление. В соотношении (63) $\hat{S}$ – унитарный оператор.

59. Какое представление называется дираковским, или представлением взаимодействия?

Ответ: Если

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{W}(x,t)\,, \tag{64}$$

$$\hat{H}_0\psi_n = E_n\psi_n\,, \tag{65}$$

где $\hat{W}(x,t)$ – оператор малого возмущения, то решение уравнения Шредингера (37) можно искать в виде

$$\psi(x,t) = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t}\Phi(x,t)\,. \tag{66}$$

Подставив (64) и (66) в (37), а также учитывая (65), получаем

$$i\hbar\frac{\partial\Phi(x,t)}{\partial t} = \hat{V}(x,t)\Phi(x,t)\,, \tag{67}$$

$$\hat{V}(x,t) = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t}\hat{W}(x,t)e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t}\,, \tag{68}$$

где $\hat{V}(x,t)$ – оператор энергии возмущения, $\Phi(x,t)$ – волновая функция в представлении взаимодействия (П. Дирака). Следовательно, в этом случае операторы и волновые функции зависят от времени явно.

60. Определение матрицы плотности.

Ответ: Если смешанный ансамбль описывается набором ψ_α и P_α (см. вопрос 16), то среднее значение вычисляется согласно

$$\overline{L} = \sum_\alpha P_\alpha \overline{L}_\alpha = \sum_\alpha P_\alpha \iint dx dx' \psi_\alpha^*(x') L_{x'x} \psi_\alpha(x), \tag{69}$$

причем $\sum_\alpha P_\alpha = 1$. Эквивалентной формой записи (69) является

$$\overline{L} = \iint dx' dx \rho_{xx'} L_{x'x}, \tag{70}$$

где

$$\rho_{xx'} = \sum_\alpha P_\alpha \psi_\alpha^*(x') \psi_\alpha(x). \tag{71}$$

Элементы $\rho_{xx'}$ формируют матрицу плотности $\boldsymbol{\rho}$.

Для дискретного спектра аналог (70) имеет вид

$$\overline{L} = \sum_m \sum_n \rho_{nm} L_{mn}, \tag{72}$$

где

$$\rho_{nm} = \sum_\alpha P_\alpha C_{\alpha m}^* C_{\alpha n}, \tag{73}$$

а $C_{\alpha m}$ – амплитуды разложения ψ_α по собственным функциям $\hat{M}$.

61. Уравнение Лиувилля – фон Неймана для статистического оператора.

Ответ: Статистический оператор $\hat{\rho}$ (матрица плотности $\boldsymbol{\rho}$) может быть найден из решения уравнения Лиувилля – фон Неймана

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\left[\hat{H}, \hat{\rho}\right], \tag{74}$$

где $\left[\hat{H}, \hat{\rho}\right]$ – квантовая скобка Пуассона. Оператор $\hat{\rho}$ позволяет единообразно описывать как смешанные, так и чистые ансамбли. Статистический оператор (матрица плотности) и смешанные ансамбли (смеси) были впервые введены Й. фон Нейманом. С помощью статистического оператора можно рассматривать не только движение микрочастиц, но и макроскопических систем, взаимодействие между ними. Отмеченные свойства важны в практических приложениях, в частности, в электронике при описании транспортных явлений.

62. Что такое гармонический осциллятор?

Ответ: Гармонический осциллятор – система, описываемая гамильтонианом

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}_x^2}{2\mu} + \frac{\mu\omega_0^2}{2}\hat{X}^2, \qquad (75)$$

где ω_0 – собственная (циклическая) частота осциллятора.

63. Выражение для уровней энергии гармонического осциллятора. Нулевая энергия осциллятора.

Ответ: Энергия гармонического осциллятора имеет дискретные значения

$$E_n = \hbar\omega_0(n + \frac{1}{2}),\ n = 0, 1, 2, \dots\ , \qquad (76)$$

где n – главное квантовое число. Наименьшая (нулевая) энергия гармонического осциллятора равна

$$E_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2}. \qquad (77)$$

Нулевая энергия – следствие справедливости соотношения неопределенностей.

64. Вид спектра энергии в случае отталкивания микрочастицы.

Ответ: На рис. 1 приведена потенциальная энергия $U(r)$ для этого случая.

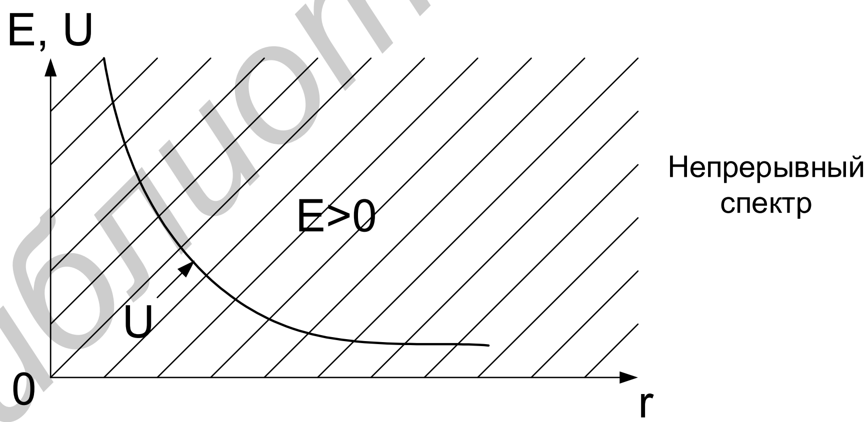

Рис. 1

Для него полная энергия положительна и спектр энергии непрерывен, т. е. $E \in [0, +\infty)$.

65. Вид спектра энергии в случае притяжения микрочастицы.

Ответ: На рис. 2 показана потенциальная энергия $U(r)$ для этого случая. Выделим две ситуации: 1) $E > 0$; 2) $E < 0$. В первой ситуации спектр непрерывный, во второй – дискретный. Сплошной спектр (ситуация 1) соответствует ионизированному атому, энергия ионизации атома $I = -E_1$, где E_1 – энергия электрона в нормальном (невозбужденном) состоянии. Вторая ситуация характерна для электрона в атоме.

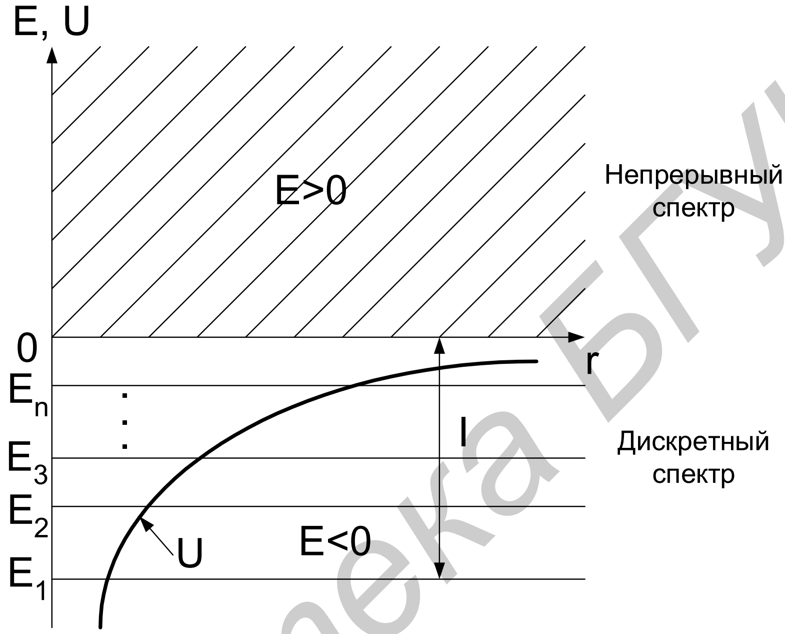

Рис. 2

66. Вид спектра энергии в случае двухатомной молекулы.

Ответ: Потенциальная энергия $U(r)$, характерная двухатомным молекулам АВ, показана на рис. 3. При больших r атомы А и В не взаимодействуют ($U \to 0$ при $r \to \infty$). При меньших r атомы притягиваются. При еще меньших r атомы отталкиваются вследствие отталкивания ядер и электронных оболочек при проникновении одного атома в другой. Если $E > 0$, то спектр непрерывен. Если $E < 0$, то спектр дискретный. В этом случае атомы образуют молекулу АВ. Работа по диссоциации молекулы $D = -E_1$.

67*. Выражение для уровней энергии атома водорода и водородоподобных ионов.

Ответ: Оно имеет вид

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 \mu}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}, \tag{78}$$

где главное квантовое число $n = 1, 2, \ldots$, а Z – номер ядра в системе Менделеева, e – элементарный заряд.

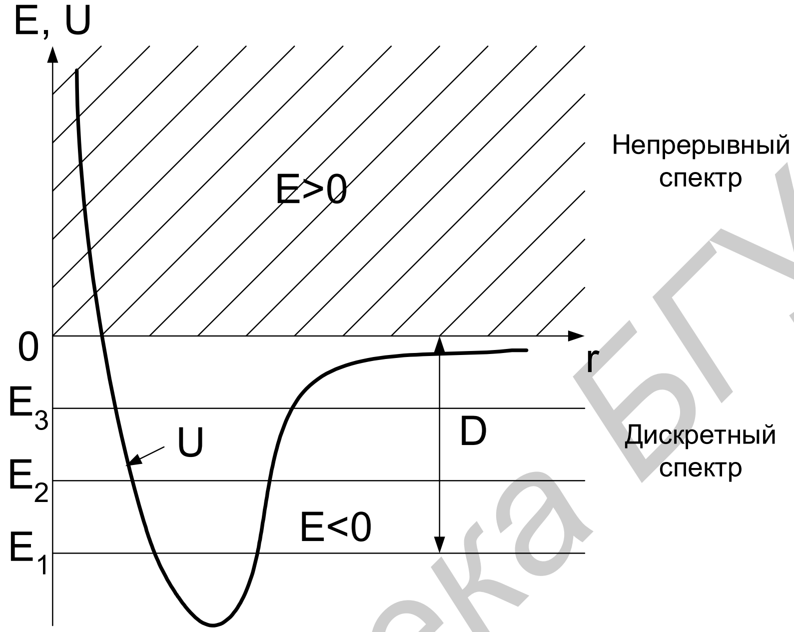

Рис. 3

68. Спектральная серия Лаймана.

Ответ: Переходы на уровень $n = 1$ образуют спектральную серию Лаймана водорода

$$\nu = R(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}),\ n = 2, 3, \ldots , \tag{79}$$

где ν – частота, R – постоянная Ридберга – Ритца, равная $3{,}27 \cdot 10^{15}\,\text{с}^{-1}$.

69. Спектральная серия Бальмера.

Ответ: Переходы на уровень $n = 2$ образуют спектральную серию Бальмера водорода

$$\nu = R(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}),\ n = 3, 4, \ldots . \tag{80}$$

70. Что такое спин электрона?

Ответ: Кроме орбитальных механического и магнитного моментов, создаваемых в результате движения центра тяжести электрона, он характеризуется собственными механическим и магнитным моментами вследствие его вращения подобно волчку. Собственный механический и магнитный моменты – спиновые моменты. Явление же называется спином электрона.

71. Соотношение для проекции собственного (спинового) механического момента электрона.

Ответ: Проекция собственного механического момента электрона на направление 0z равна

$$s_z = \pm\frac{\hbar}{2}. \qquad (81)$$

72. Соотношение для проекции собственного (спинового) магнитного момента электрона.

Ответ: Проекция собственного магнитного момента на направление 0z равна

$$M_z = \pm\frac{e\hbar}{2\mu c}. \qquad (82)$$

73*. Уравнение Паули.

Ответ: Уравнение В. Паули имеет вид

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \frac{1}{2\mu}(\hat{P}+\frac{e}{c}\vec{A})^2\Psi - eV\Psi + U\Psi + \frac{e\hbar}{2\mu c}(\vec{\sigma}\vec{H})\Psi\ , \qquad (83)$$

где

$$\Psi = \begin{vmatrix}\psi_1 & 0\\ \psi_2 & 0\end{vmatrix}, \qquad (84)$$

а $\psi_1 = \psi(x, y, z, +\hbar/2, t)$, $\psi_2 = \psi(x, y, z, -\hbar/2, t)$, $\vec{s} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}$, $\vec{s}$ – собственный механический момент, $\vec{\sigma}$ – вектор-оператор с компонентами спиновых матриц. Остальные обозначения в (83) соответствуют принятому в гамильтониане (36). При этом в (83) учтен знак заряда электрона. Вследствие (84) уравнение Паули, учитывающее спин электрона, – это фактически два уравнения Шредингера.

74. Сущность простого эффекта Зеемана.

Ответ: Расщепление спектральных линий в сильном магнитном поле – простой эффект Зеемана.

75. Правила квантования полного момента импульса и его проекции.

Ответ: Оператор полного момента импульса $\hat{J}$ равен сумме операторов орбитального $\hat{M}$ и спинового $\hat{s}$ моментов, а именно:

$$\hat{J} = \hat{M} + \hat{s}. \tag{85}$$

Подобно орбитальному моменту (см. (31) и (34)), правила квантования полного момента импульса и его проекции записываются в виде

$$J^2 = \hbar^2 j(j+1),\ j = 1/2, 3/2, \ldots, \tag{86}$$

$$J_z = \hbar m_j,\ m_j = \pm 1/2, \pm 3/2, \ldots, \pm j, \tag{87}$$

где

$$j = l + l_s \text{ или } j = |l - l_s|, \tag{88}$$

а l – орбитальное число, l_s – спиновое число.

76. Предмет теории возмущения.

Ответ: Предположим, что задача может быть приближенно сведена к более простой с гамильтонианом $\hat{H}^0$. Это допустимо, когда оператор $\hat{H}$ решаемой задачи мало отличается от $\hat{H}^0$, для которого собственные значения E_n^0 и функции ψ_n^0 известны. Пусть отличие определяется внешним полем. Тогда действие этого поля можно интерпретировать в качестве возмущения. Методы решения такого типа задач – предмет теории возмущения.

77. Сущность эффекта Штарка.

Ответ: Расщепление спектральных линий атомов в электрическом поле – эффект Штарка.

78. К каким последствиям может приводить возмущение для системы, которая в невозмущенном состоянии имела непрерывный спектр?

Ответ: Возможны две ситуации: 1) непрерывность спектра не нарушается; 2) возникает спектр, состоящий из разрешенных и запрещенных зон.

79. Какое рассеяние называется упругим, а какое – неупругим?

Ответ: Пусть на микрочастицу падает поток электронов. При этом они могут: 1) изменить направление движения; 2) часть своей энергии ε отдать микрочастице. При упругом рассеянии $\varepsilon = 0$, а неупругом $\varepsilon \neq 0$.

80. Дифференциальное и полное эффективные сечения микрочастицы.

Ответ: Пусть поток электронов, рассеянных на микрочастице, через площадку ds, с энергией $E-\varepsilon$ равен dN_ε. Число dN_ε пропорционально числу микрочастиц N на 1 см^2 в 1 с в первичном потоке и телесному углу $d\Omega$:

$$dN_\varepsilon = N\sigma(\varepsilon,\theta,\varphi)d\Omega\,, \qquad (89)$$

где θ, φ – сферические координаты. Вероятность рассеяния в угол $d\Omega$ с уменьшением энергии ε выражается с помощью

$$\frac{dN_\varepsilon}{N} = \sigma(\varepsilon,\theta,\varphi)d\Omega\,, \qquad (90)$$

где $\sigma(\varepsilon,\theta,\varphi)$ – дифференциальное эффективное сечение микрочастицы для неупругого рассеяния в угол $d\Omega$ с потерей энергии ε. Полное эффективное сечение микрочастицы вычисляется согласно

$$\sigma_\varepsilon = \int \frac{dN_\varepsilon}{N}. \qquad (91)$$

Если ε изменяется непрерывно, то (90) заменяется на

$$\frac{dN_\varepsilon}{N} = \sigma(\varepsilon,\theta,\varphi)d\varepsilon d\Omega\,, \qquad (92)$$

где смысл дифференциального сечения имеет $\sigma d\varepsilon$.

Эффективное сечение может зависеть и от других величин, например спина.

81. Основная задача теории столкновений.

Ответ: Расчет дифференциального эффективного сечения микрочастицы.

82. Формула Резерфорда.

Ответ: Упругое рассеяние достаточно быстрых микрочастиц описывается формулой Э. Резерфорда для дифференциального эффективного сечения

$$\sigma(\theta) = \frac{e_1^2 e^2 Z^2}{4\mu^2 \upsilon^4} \operatorname{cosec}^4\left(\frac{\theta}{2}\right), \tag{93}$$

где Z – атомный номер рассеивающей микрочастицы, μ и e_1 – масса и заряд рассеянных микрочастиц, υ – их скорость.

83. Формула Резерфорда в случае рассеяния микрочастицы в кулоновском поле и условие ее применимости.

Ответ: Она принимает вид

$$\sigma(\theta) = \frac{e^4 Z_1^2 Z_2^2}{4\mu^2 \upsilon^4} \operatorname{cosec}^4\left(\frac{\theta}{2}\right), \tag{94}$$

где eZ_1 и eZ_2 – заряды микрочастиц. Формула применима, когда

$$\hbar\upsilon >> e^2 Z_1 Z_2 . \tag{95}$$

84. Основная задача теории квантовых переходов.

Ответ: Вычисление вероятности перехода с одного квантового уровня на другой.

85*. Какой характер носит переход с одного квантового уровня E_n на другой E_m?

Ответ: Он носит резонансный характер, т. е. в спектре возмущения должна содержаться частота

$$\omega_{mn} = (E_m - E_n)/\hbar . \tag{96}$$

86*. Правила отбора.

Ответ: С участием света возможны переходы, в которых орбитальное l и магнитное m квантовые числа изменяются согласно правилам отбора

$$\begin{aligned} l' - l &= \pm 1, \\ m' - m &= \pm 1{,}0 . \end{aligned} \tag{97}$$

Они подтверждены спектроскопическими исследованиями. Согласно (97) оптические переходы происходят только между s - и p -, p - и d -, d - и f -термами.

87. Основная задача теории дисперсии.

Ответ: Расчет характеристик рассеяния света.

88. Какие компоненты называются «фиолетовыми» и «красными» рассеянного комбинационного излучения?

Ответ: Пусть с атомом в состоянии с энергией E_n «сталкивается» квант света $\varepsilon = \hbar\omega$, часть энергии которого идет на возбуждение атома на уровень $E_m > E_n$ (рис. 4). В результате рассеянный квант имеет энергию

$$\hbar\omega'' = \hbar\omega - (E_m - E_n). \qquad (98)$$

Если атом в состоянии $E_m > E_n$, то рассеянный квант света может приобрести энергию от атома (рис. 5), т.е.

$$\hbar\omega' = \hbar\omega + \left(E_m - E_n\right). \qquad (99)$$

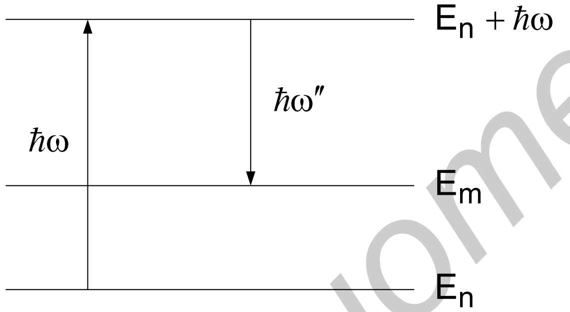

Рис. 4

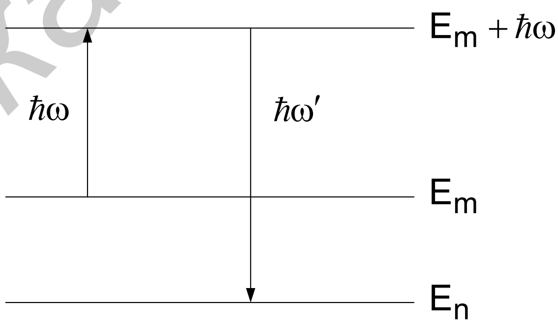

Рис. 5

Частоты $\omega' > \omega$ – «фиолетовые» компоненты, а частоты $\omega'' < \omega$ – «красные» компоненты рассеянного комбинационного излучения. Экспериментально явление было установлено Г. Ландсбергом и Л. Мандельштамом для твердых тел.

89. Основная задача теории фотоэлектрического эффекта на атомах.

Ответ: Расчет вероятности ионизации атома под действием световой волны и нахождение распределения вылетающих электронов.

90. Основные выводы теории фотоэлектрического эффекта на атомах.

Ответ: Расчет вероятности перехода приводит к выводам: 1) число вылетающих электронов пропорционально интенсивности падающего света; 2) скорость электронов υ зависит от частоты ω падающего света согласно уравнению А. Эйнштейна

$$\frac{\mu\upsilon^2}{2} = \hbar\omega - \xi, \tag{100}$$

где ξ – работа выхода; 3) максимальное число электронов вылетает в направлении электрического вектора световой волны.

91*. Что называется туннельным эффектом?

Ответ: Прохождение микрочастицы через (сквозь) барьер (при $E < U_m$, где U_m – высота потенциального барьера, а E – энергия микрочастицы) называется туннельным эффектом.

92*. Может ли быть обобщена квантовомеханическая теория движения одной микрочастицы на систему N микрочастиц?

Ответ: Да. С этой целью можно рассмотреть систему из N микрочастиц как одну микрочастицу с $3N$ степенями свободы, а с учетом спина – $4N$.

93*. Уравнение Шредингера для системы микрочастиц.

Ответ: Если рассматривается система N микрочастиц с координатами x_k, y_k, z_k $(k = \overrightarrow{1, N})$ с массами μ_k, то волновая функция задается в виде

$$\psi = \psi(x_1, y_1, z_1, ..., x_N, y_N, z_N, t). \tag{101}$$

Она находится из уравнения Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \hat{H}\psi, \tag{102}$$

где $\hat{H}$ – гамильтониан системы вида

$$\hat{H} = \sum_{k=1}^{N}\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu_k}\nabla_k^2 + U_k(x_k, y_k, z_k, t)\right] + \sum_{k \neq j = 1}^{N} U_{kj}(x_k, y_k, z_k, x_j, y_j, z_j), \tag{103}$$

где U_k – силовая функция k-й микрочастицы во внешнем поле, U_{kj} – энергия взаимодействия k-й и j-й микрочастиц.

94. Гамильтониан системы одинаковых микрочастиц.

Ответ: Рассмотрим систему N одинаковых микрочастиц (массы μ, заряда e, спина s и т. д.), которые в определенных условиях (внешнее поле, другие микрочастицы) ведут себя одинаковым образом. Координаты k-й микрочастицы – $q_k(x_k, y_k, z_k)$, а также, возможно, s_k. Гамильтониан системы имеет вид

$$\hat{H}(q_1,...,q_N,t) = \sum_{k=1}^{N}\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla_k^2 + U(q_k,t)\right] + \sum_{k>j=1}^{N} W(q_k,q_j), \qquad (104)$$

где $U(q_k,t)$ – энергия k-й микрочастицы во внешнем поле, $W(q_k,q_j)$ – энергия взаимодействия k-й и j-й микрочастиц. Тождественность микрочастиц отражена в одинаковости μ, U, W во всех членах гамильтониана.

95. Принцип тождественности микрочастиц (шестой постулат квантовой механики).

Ответ: В системе одинаковых микрочастиц реализуются состояния, которые не изменяются при обмене одинаковых микрочастиц.

96*. Какие состояния в квантовой механике называются симметричными и антисимметричными?

Ответ: Когда

$$\hat{P}_{kj}\Psi_s = +\Psi_s \text{ для всех } kj, \qquad (105)$$

$$\hat{P}_{kj}\Psi_a = -\Psi_a \text{ для всех } kj, \qquad (106)$$

где $\hat{P}_{kj}$ – оператор перестановки, то функции Ψ_s называются симметричными, а функции Ψ_a – антисимметричными. Заметим, что не может быть функций, которые в части микрочастиц симметричны, а в иной – антисимметричны. При этом если система обнаружена в состоянии того или иного класса (Ψ_s или Ψ_a), то она никогда не перейдет в другой класс.

97. Какие микрочастицы называются микрочастицами Бозе?

Ответ: Если спин $s = \hbar m$, $m = 0, 1, ...$ микрочастиц, описываемых симметричными функциями, то их называют микрочастицами Ш. Бозе (бозонами), а совокупность таких микрочастиц – ансамблем Бозе – Эйнштейна.

98. Какие микрочастицы называются микрочастицами Ферми?

Ответ: Если спин $s = \hbar m$, $m = 1/2, 3/2, ...$ микрочастиц, описываемых антисимметричными функциями Ψ_a, то их называют микрочастицами Э. Ферми (фермионами), а совокупность – ансамблем Ферми – Дирака.

99. Какие микрочастицы являются фермионами со спином 1/2?

Ответ: К простейшим микрочастицам Ферми со спином 1/2 относятся: электроны, протоны, нейтроны, гипероны, μ-мезоны, нейтрино и их античастицы.

100. Какие микрочастицы являются бозонами со спином 0 и 1?

Ответ: К простейшим микрочастицам Бозе относятся: π-мезоны, K-мезоны (их спин равен нулю) и фотон (спин равен единице).

101. Каким образом определяется принадлежность сложной системы к тому или иному классу микрочастиц?

Ответ: Она определяется числом и классом более простых микрочастиц, входящих в микрочастицу.

102[*]. Принцип Паули.

Ответ: В состоянии, определяемом полным набором четырех квантовых чисел, не может быть более одного фермиона.

103. Сущность метода вторичного квантования.

Ответ: Ансамбли одинаковых микрочастиц эффективно анализируются методом вторичного квантования. В нем в качестве независимых переменных вместо полного набора четырех механических величин для описания состояния отдельных микрочастиц используют числа микрочастиц в этих состояниях.

104. Распределение Ферми – Дирака.

Ответ: Для среднего числа микрочастиц в состоянии с энергией ε_m распределение Ферми – Дирака задается в виде

$$\overline{N}_m = \overline{N(\varepsilon_m)} = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_m}{\beta} - \alpha} + 1}, \qquad (107)$$

где ε_m – собственное значение энергии частиц, β, α – постоянные. Причем $\beta = k_Б T$. Постоянная α определяется согласно закону сохранения числа микрочастиц. Статистика Ферми – Дирака справедлива для микрочастиц Ферми, которые подчиняются принципу Паули и характеризуются антисимметричными волновыми функциями Ψ_a.

105. Распределение Бозе – Эйнштейна.

Ответ: Для среднего числа микрочастиц в состоянии с энергией ε_m распределение Бозе – Эйнштейна задается в виде

$$\overline{N}_m = \overline{N(\varepsilon_m)} = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_m}{\beta} - \alpha} - 1}. \qquad (108)$$

Статистика Бозе – Эйнштейна справедлива для микрочастиц Бозе, характеризуемых симметричными функциями Ψ_s.

106. Из каких частей состоит энергия, обусловленная взаимодействием электронов?

Ответ: Она состоит из взаимной кулоновской и обменной энергий. Обменная энергия возникает при любом взаимодействии одинаковых микрочастиц в квантовой механике и не имеет аналогов в классической физике.

107. С помощью какой теории может быть объяснена периодическая система элементов Менделеева?

Ответ: С помощью квантовой механики.

108. Исходный гамильтониан, используемый при построении зонной теории твердых тел.

Ответ: Кристалл является единой системой легких (электроны) и тяжелых (ядра) микрочастиц и описывается волновой функцией

$$\psi = \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_i, \ldots; \vec{R}_1, \vec{R}_2, \ldots, \vec{R}_\alpha, \ldots), \qquad (109)$$

где $\vec{r}_i$, $\vec{R}_\alpha$ – координаты электронов и ядер. Когда релятивистские эффекты и спины электронов и ядер не играют существенной роли, то гамильтониан задается соотношением

$$\hat{H} = -\sum_{\alpha}\frac{\hbar^2\nabla_\alpha^2}{2M_\alpha} - \sum_i \frac{\hbar^2\nabla_i^2}{2m_0} + \frac{1}{2}\sum_{i,j\neq i}\frac{e^2}{\left|\vec{r}_i - \vec{r}_j\right|} + \frac{1}{2}\sum_{\alpha,\beta\neq\alpha}\frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{\left|\vec{R}_\alpha - \vec{R}_\beta\right|} - \frac{1}{2}\sum_{i,\alpha}\frac{Z_\alpha e^2}{\left|\vec{R}_\alpha - \vec{r}_i\right|} + \hat{V}, \tag{110}$$

где m_0, M_α – массы электрона и α-го ядра, eZ_α – заряд α-го ядра. Первые два члена – кинетические энергии ядер и электронов, третий, четвертый и пятый члены – энергия попарного кулоновского взаимодействия электронов, ядер и электронов с ядрами (1/2 входит из-за двойного учета одной и той же энергии в суммах), $\hat{V}$ – энергия всех микрочастиц во внешнем поле (часто полагается $\hat{V}=0$). Таким образом, уравнение Шредингера содержит $3(Z+1)N$ переменных, если N – число атомов в кристалле. Известно, что в 1 см^3 около $5\cdot10^{22}$ атомов. Следовательно, для Z = 14 получаем ~ $2\cdot10^{24}$ переменных. Очевидно, что такое уравнение решить невозможно.

109. Основной методологический подход, используемый при построении зонной теории твердых тел.

Ответ: Он заключается в сведении задачи с большим числом взаимодействующих микрочастиц к системе невзаимодействующих микрочастиц.

110. Основные приближения, используемые при построении зонной теории твердых тел.

Ответ: Ими являются адиабатическое приближение Борна – Оппенгеймера и одноэлектронное приближение. В адиабатическом приближении полагается, что ядра покоятся при рассмотрении движения электронов, а на положение ядер влияние оказывает лишь усредненное движение электронов. К сожалению, после его введения задача остается многоэлектронной, так как исключаются только первый и четвертый члены в (110). Эффективным является использование метода Хартри – Фока, позволяющего свести эту многоэлектронную задачу к одноэлектронной. Идея метода заключается в замене потенциальной энергии взаимодействия электронов (третий член в (110)) эффективным внешним электрическим полем, в котором каждый электрон движется независимо. В результате уравнение Шредингера распадается на следующие одноэлектронные уравнения:

$$\left\{-\frac{\hbar^2\nabla_i^2}{2m_0}+U'(\vec{r}_i)+U_{эф}(\vec{r}_i)\right\}\psi_i(\vec{r}_i)=\varepsilon_i\psi_i(\vec{r}_i), \qquad (111)$$

где U' – потенциальная энергия i-го электрона в поле всех ионов, $U_{эф}$ – потенциальная энергия, характеризующая действие эффективного внешнего поля. Следовательно, каждый электрон в кристалле описывается одноэлектронной волновой функцией $\psi_i(\vec{r}_i)$. Зонная теория твердых тел основана на указанных двух базовых приближениях. Если предположить, что атомы идеальной кристаллической решетки зафиксированы, то потенциал атомных остовов меняется в пространстве с периодичностью решетки. В связи с этим логично допустить, что и $U_{эф}$ меняется периодично. Тогда полный потенциал кристалла

$$V(\vec{r})=U'+U_{эф} \qquad (112)$$

обладает периодичностью решетки, а (111) упрощается к виду

$$\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m_0}\psi+\left[E-V(\vec{r})\right]\psi=0, \qquad (113)$$

где $V(\vec{r})$ – потенциал самосогласованного поля. Решение уравнения (113) для исследуемого твердого тела (соответствующего вида $V(\vec{r})$) и приводит к построению его зонной теории.

111. Два рода связей, приводящих к образованию молекул.

Ответ: К образованию молекул приводят связи: 1) ионные (гетерополярные); 2) гомополярные. Когда молекулу можно представить как образованную из положительных и отрицательных ионов, например NaCl, говорят об ионной связи. Если деление на ионы провести невозможно, например H_2, то имеет место гомополярная связь. Ведущая роль в образовании молекулы водорода принадлежит обменным силам.

112. Парамагнетизм и диамагнетизм атомов.

Ответ: Оператор проекции магнитного момента атома вдоль направления магнитного поля состоит из двух частей: первая зависит от магнитного поля, вторая – нет. Когда преобладает первая часть, то это случай парамагнетизма, когда вторая – диамагнетизма.

113. Сущность ферромагнетизма вещества.

Ответ: Ферромагнитные вещества могут оставаться намагниченными и в отсутствии внешнего магнитного поля. Гейзенберг доказал, что силы, ориентирующие элементарные магниты в этих материалах, – обменные силы.

114. Применима ли квантовая механика к описанию атомного ядра?

Ответ: Да. Квантовая механика позволяет проанализировать характер ядерных взаимодействий и соответствующие экспериментальные данные.

Дополнительные вопросы

К вопросу 6

115. Группа волн.

Ответ: Это суперпозиция волн, которые мало отличаются по длине волны и направлению распространения.

116. Фазовая и групповая скорости.

Ответ: Рассмотрим одномерный случай. Тогда в (6) величина

$$\alpha = \omega t - kx \qquad (114)$$

называется фазой волны, а скорость распространения точки x с определенной фазой α

$$u = \frac{\omega}{k} \qquad (115)$$

является фазовой скоростью. В то же время центр группы волн перемещается с групповой скоростью V, которая равна механической скорости микрочастицы υ, с движением которой связана эта группа волн.

К вопросу 9

117. Плотность вероятности.

Ответ: Она определяется из соотношения (см. (11) и (12))

$$w(x, y, z, t) = \frac{dW}{d\upsilon} = \left|\psi(x, y, z, t)\right|^2. \qquad (116)$$

К вопросу 11

118. Следствие принципа суперпозиции.

Ответ: Если имеются состояния системы, описываемые волновыми функциями ψ_1, ψ_2, … ,ψ_n, то в соответствии с принципом суперпозиции она может находиться и в состоянии

$$\psi = \sum_{i=1}^{n} c_i \psi_i, \qquad (117)$$

где c_i – произвольные комплексные числа.

Если в суперпозиции состояния отличаются бесконечно мало, то вместо суммы (117) используется интеграл.

К вопросам 14–16

119. Можно ли рассматривать волновую функцию или набор волновых функций (в случае смешанного ансамбля) как объективную характеристику квантовой системы?

Ответ: Да, они не зависят от наблюдателя.

К вопросам 15 и 16

120. Явление, существенным образом различающее чистые и смешанные ансамбли.

Ответ: Если в чистом ансамбле имеется интерференция между частными состояниями, то в смешанном ансамбле она отсутствует.

К вопросам 19 и 43

121. Редукция (сведение) волнового пакета.

Ответ: В общем случае состояние микрочастицы ψ характеризуется волновым пакетом (см. вопрос 43). В результате измерения первоначальное состояние ψ переходит в одно из состояний ψ_i. Такое изменение волновой функции – редукция (сведение) волнового пакета. Это означает, что после измерения микрочастица принадлежит новому чистому ансамблю, описываемому ψ_i.

К вопросу 20

122. Линейный самосопряженный (эрмитовский) оператор.

Ответ: Для линейного оператора $\hat{L}$ справедливо соотношение

$$\hat{L}(c_1 u_1 + c_2 u_2) = c_1 \hat{L} u_1 + c_2 \hat{L} u_2, \qquad (118)$$

где u_1, u_2 – функции, c_1, c_2 – постоянные, которые могут быть произвольными. Когда линейный оператор $\hat{L}$ удовлетворяет равенству

$$\int u_1^*(x) \hat{L} u_2(x) dx = \int u_2(x) \hat{L}^* u_1^*(x) dx, \qquad (119)$$

то он называется самосопряженным (эрмитовским).

К вопросу 23

123. Что такое «квантование»?

Ответ: Если физическая величина имеет дискретные (квантованные) значения, то говорят, что наблюдается ее «квантование».

К вопросу 24

124. Условие нормировки собственных функций непрерывного спектра.

Ответ: Функции $\psi(x, L)$, где L – собственные значения физической величины, нормируются согласно

$$\int \psi^*(x, L')\psi(x, L)dx = \delta(L' - L), \tag{120}$$

где $\delta(L' - L)$ – функция Дирака, или δ-функция.

К вопросу 28

125. Оператор координаты микрочастицы.

Ответ: Есть само число x, т. е.

$$\hat{X} = x. \tag{121}$$

Поэтому более строгий вид, например, первого соотношения в (28) следующий:

$$\hat{X}\hat{P}_x - \hat{P}_x\hat{X} = i\hbar. \tag{122}$$

К вопросу 31

126. Оператор кинетической энергии.

Ответ: Выражается согласно

$$\hat{T} = \frac{\hat{P}^2}{2\mu} = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2. \tag{123}$$

К вопросам 31 и 42

127. Оператор полной энергии.

Ответ: Задается в виде

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{U}(x, y, z), \tag{124}$$

где $\hat{U}$ – оператор потенциальной энергии, равный потенциальной энергии.

Если гамильтониан не зависит явно от времени, то силовая функция в (35) совпадает с потенциальной энергией, а следовательно, он равен оператору полной энергии. Именно для этого случая и записан закон сохранения энергии (53).

К вопросам 31, 92, 93

128. Число степеней свободы системы.

Ответ: Равно числу независимых переменных, входящих в гамильтониан.

К вопросу 58

129. Унитарная матрица.

Ответ: Для унитарной матрицы (унитарного оператора) $\boldsymbol{S}$ справедливы соотношения

$$\boldsymbol{S}^{+}\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}\boldsymbol{S}^{+} = \mathbf{1}, \qquad (125)$$

где индекс «+» означает эрмитовское сопряжение. Для элементов матрицы $\boldsymbol{S}^{+}$ справедливо равенство

$$(\boldsymbol{S}^{+})_{nm} = (\boldsymbol{S}^{*})_{mn}. \qquad (126)$$

Отметим, что $\boldsymbol{S}$ не является эрмитовским (см. вопрос 122), так как согласно (125)

$$\boldsymbol{S}^{+} = \boldsymbol{S}^{-1}. \qquad (127)$$

В то же время для эрмитовской матрицы $\boldsymbol{F}$

$$\boldsymbol{F}^{+} = \boldsymbol{F}. \qquad (128)$$

К вопросу 67

130. Спектральный терм.

Ответ: Величина энергии квантового уровня атома, деленная на $\hbar$. Для атома водорода – это $E_n / \hbar$, где E_n задается (78).

К вопросам 67 и 86

131. Что такое s-, p-, d-, f-термы и состояния?

Ответ: Когда квантовые числа l и m (см. вопросы 29 и 30) равны 0, то говорят об s-состоянии. Соответствующий терм – s-терм. Для p-состояния и терма

$l = 1$ $(m = 0, \pm 1)$. Для d-состояния и терма $l = 2$ $(m = 0, \pm 1, \pm 2)$. Для f-состояния и терма $l = 3$ $(m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3)$.

К вопросу 73

132. Спиновые матрицы.

Ответ: Спиновые матрицы σ_x, σ_y, σ_z задаются двухрядными матрицами

$$\sigma_x = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}, \ \sigma_y = \begin{vmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{vmatrix}, \ \sigma_z = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}. \tag{129}$$

Для операторов проекций спина $\hat{s}_x$, $\hat{s}_y$, $\hat{s}_z$ тогда справедливы соотношения

$$\hat{s}_x = \frac{\hbar}{2}\sigma_x, \ \hat{s}_y = \frac{\hbar}{2}\sigma_y, \ \hat{s}_z = \frac{\hbar}{2}\sigma_z. \tag{130}$$

К вопросу 85

133. Комбинационный принцип Ритца.

Ответ: Частоты атомов задаются как разности их спектральных термов $E_m / \hbar$ (см. вопрос 130) и образуют матрицу

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{vmatrix} 0 & \omega_{12} & \dots & \omega_{1n} & \dots \\ \omega_{21} & 0 & \dots & \omega_{2n} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \omega_{m1} & \omega_{m2} & \dots & \omega_{mn} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}, \tag{131}$$

где ω_{mn}, следовательно, вычисляется согласно (96).

К вопросу 86

134. Орбитальное и магнитное квантовые числа.

Ответ: В атоме водорода главное квантовое число n определяет величину энергии E_n (78), орбитальное число l – величину момента импульса M_l^2 (см. (31)), магнитное число m – величину проекции момента импульса M_z (см. (34)). В общем случае квантовый уровень атома характеризуется тремя квантовыми числами: n, l и m или j (см. вопрос 75).

К вопросу 91

135. Что такое потенциальный барьер?

Ответ: Две области разделены потенциальным барьером, если потенциальная энергия в них меньше, чем в области между ними (в барьере).

136. Коэффициент отражения и прохождения (прозрачности) барьера.

Ответ: Коэффициентом отражения R называют отношение потока отраженных от потенциального барьера микрочастиц к потоку падающих на него. Коэффициент прохождения (прозрачности) D – отношение потока прошедших через (сквозь) барьер микрочастиц к потоку падающих на него.

К вопросу 96

137. Оператор перестановки.

Ответ: Под ним подразумевается оператор $\hat{P}_{kj}$, означающий то, что координаты k-й и j-й частиц должны быть переставлены местами.

К вопросу 102

138. Полный набор квантовых чисел.

Ответ: Полностью квантовое состояние задается четырьмя квантовыми числами (полным набором квантовых чисел), характеризующими энергию (n), орбитальный момент (l), проекцию орбитального момента (m), проекцию спина (m_S), например для электрона.

Литература

Основная

1. Блохинцев, Д. И. Основы квантовой механики / Д. И. Блохинцев. – М. : Наука, 1976. – 664 с.
2. Ландау, Л. Д. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Т.3 / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М. : Наука, 1974. – 752 с.
3. Карякин, Н. И. Краткий справочник по физике / Н. И. Карякин, К. Н. Быстров, П. С. Киреев. – М. : Высш. шк., 1969. – 600 с.
4. Киреев, П. С. Физика полупроводников / П. С. Киреев. – М.: Высш. шк., 1975. – 584 с.
5. Джеммер, М. Эволюция понятий квантовой механики / М. Джеммер. – М. : Наука, 1985. – 384 с.
6. Абрамов, И. И. Статистическая физика и квантовая механика. Учебная программа для высших учебных заведений по специальности 41 01 02 «Микроэлектроника»: сб. типовых учеб. программ для высш. учеб. заведений по спец. 41 01 02 (Т.07.01.00) «Микроэлектроника». Общенаучные и общепрофессиональные дисциплины / И. И. Абрамов. – Минск : БГУИР, 2002. – С. 31–38.

Дополнительная

1. Давыдов, А. С. Квантовая механика / А. С. Давыдов. – М. : Физматгиз, 1963. – 748 с.
2. Дирак, П. Принципы квантовой механики / П. Дирак. – М. : Наука, 1979. – 480 с.
3. Бом, Д. Квантовая теория / Д. Бом. – М. : Физматгиз, 1961. – 728 с.
4. Соколов, А. А. Квантовая механика и атомная физика: учеб. пособие / А. А. Соколов, И. М. Тернов. – М. : Просвещение, 1970. – 423 с.
5. Елютин, П. В. Квантовая механика (с задачами): учеб. пособие / П. В. Елютин, В. Д. Кривченков. – М. : Наука, 1976. – 336 с.
6. Шифф, Л. Квантовая механика / Л. Шифф. – М. : Иностранная литература, 1957. – 475 с.

Часть II. Статистическая физика. Вопросы и ответы

Список основных обозначений

$k_Б$ – постоянная Больцмана ($k_Б$=1,38·10^{-23} Дж/град)

$\hbar$ – постоянная Планка, деленная на 2π ($\hbar$=1,05·10^{-27} эрг·с)

x, y, z – пространственные координаты

$\vec{r}$ – радиус-вектор точки пространства

t – время

e – заряд электрона

m_0 – масса частицы

ε – относительная диэлектрическая проницаемость материала

ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума

$\vec{p}$, p_x, p_y, p_z – импульс частицы и его составляющие

E – энергия

$E_П$ – потенциальная энергия

F – свободная энергия

U – внутренняя энергия

n – концентрация

υ – скорость

V – объем

P – давление

T – температура

N – число частиц

1. Задачи, рассматриваемые в статистической физике, и математические методы при этом используемые.

Ответ: Обычно это задачи по описанию явлений, определяемых поведением большого числа частиц. Для их решения применяются методы теории вероятностей и математической статистики.

2. Какая теория является более общей: классическая статистическая механика или квантовая механика?

Ответ: Квантовая механика.

3. Вероятность W нахождения частиц в объеме $\Delta\tau$ из объема V при их равномерном распределении.

Ответ: Вычисляется согласно

$$W = \Delta\tau / V . \qquad (1)$$

4. Среднее число частиц в объеме $\Delta\tau$ из их общего числа N, находящихся в объеме V, при равномерном распределении.

Ответ: Находится из соотношения

$$\bar{n} = N\Delta\tau / V . \qquad (2)$$

5. Определение флуктуаций числа частиц.

Ответ: Флуктуации – отклонение числа частиц от их среднего значения.

6. Распределение Максвелла для импульса частицы.

Ответ: Вероятность dW того, что компоненты импульса $\vec{p}$ частицы заключены в интервалах: $[p_x, p_x + dp_x]$; $[p_y, p_y + dp_y]$; $[p_z, p_z + dp_z]$, т. е. находятся в элементарном объеме импульсного пространства

$$d\Omega = dp_x dp_y dp_z , \qquad (3)$$

представима в виде

$$dW = w_p d\Omega , \qquad (4)$$

где плотность вероятности w_p вычисляется согласно

$$w_p^M = \frac{1}{(2\pi m_0 k_Б T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{p^2}{2m_0 k_Б T}\right). \tag{5}$$

Равновесное распределение Д. Максвелла задается формулами (4), (5).

7. Физические предположения, лежащие в основе распределения Максвелла.

Ответ: Этими допущениями являются: 1) все направления в пространстве для импульса $\vec{p}$ равноправны (свойство изотропности w_p); 2) независимость движения вдоль осей x, y, z.

8. Вид распределения Максвелла в одномерном случае.

Ответ: Оно задается следующими соотношениями:

$$dW_{p_x} = w_{p_x} dp_x; \tag{6}$$

$$w_{p_x}^M = \frac{1}{(2\pi m_0 k_Б T)^{1/2}} \exp\left(-\frac{p_x^2}{2m_0 k_Б T}\right). \tag{7}$$

Формула (7) соответствует плотности вероятности распределения Гаусса (нормального распределения). Функция $w_{p_x}^M$ показана на рис. 1.

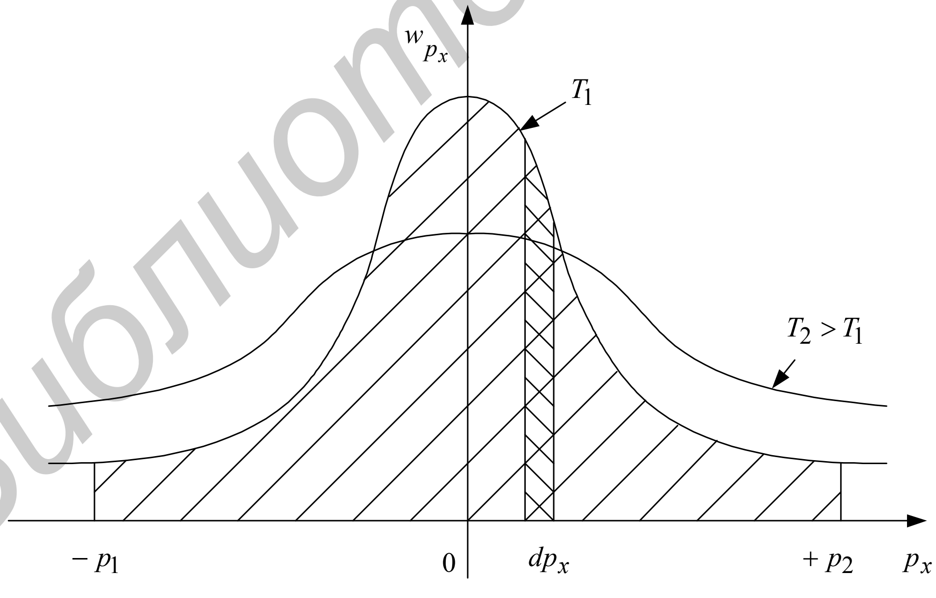

Рис. 1

Она симметрична относительно $p_x = 0$:

$$\max(w^M_{p_x}) = (2\pi m_0 k_Б T)^{-\frac{1}{2}}. \tag{8}$$

При $T_2 > T_1$ w_{p_x} изменяется, как показано на рис. 1. Вероятность (6) соответствует площади с двойной штриховкой. Вероятность того, что $p_x \in [-p_1, p_2]$, проиллюстрирована площадью с одной штриховкой. В соответствии с условием нормировки полные площади под кривыми равны 1.

9. Плотность вероятности распределения Максвелла для скорости частиц.

Ответ: Задается формулой

$$w^M_\upsilon = \left(\frac{m_0}{2\pi k_Б T}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 \upsilon^2}{2k_Б T}\right), \tag{9}$$

где υ – скорость частицы.

10. Плотность вероятности распределения Максвелла по энергии.

Ответ: Вычисляется согласно

$$w^M_\varepsilon = \frac{2\sqrt{E}}{\sqrt{\pi}\,(k_Б T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{E}{k_Б T}\right), \tag{10}$$

где E – энергия частицы.

11. Сущность явления термоэлектронной эмиссии.

Ответ: Заключается в том, что из нагретого до высокой температуры металла или полупроводника вылетают электроны.

12. Формула Ричардсона.

Ответ: Имеет вид

$$i_z = -ej_z = -\frac{en\upsilon_c}{4} \exp\left(-\frac{A}{k_Б T}\right), \tag{11}$$

где

$$\upsilon_c = \left(\frac{8k_Б T}{\pi m_0}\right)^{1/2}, \tag{12}$$

а i_z – ток термоэлектронной эмиссии, j_z – плотность тока, n – концентрация электронов, A – работа выхода. Формула (11) выводится на основе распределения Максвелла.

13. Принцип детального равновесия.

Ответ: В истинном равновесии каждому потоку можно сопоставить ему противоположный, так что равновесие имеет место не только в целом, но и детально по каждой паре противоположных процессов.

14. Распределение Больцмана.

Ответ: Для концентрации частиц n задается формулой

$$n(\vec{r}_2) = n(\vec{r}_1)\exp\left\{\frac{-[E_П(\vec{r}_2) - E_П(\vec{r}_1)]}{k_Б T}\right\}, \qquad (13)$$

где $E_П$ – потенциальная энергия, $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ – радиусы-векторы. Данное равновесное распределение справедливо для потенциальных полей.

15. Барометрическая формула.

Ответ: Барометрическая формула описывает изменение плотности атмосферы с высотой в предположениях равновесия и постоянства температуры. Потенциальная энергия вычисляется согласно

$$E_П(z) = m_0 g z, \qquad (14)$$

где g – ускорение, z – высота над уровнем моря. Тогда из распределения Л. Больцмана (13) получим

$$n(z) = n(0)\exp(-m_0 g z / k_Б T), \qquad (15)$$

где $n(z)$ – концентрация частиц на высоте z. Соотношение (15) – барометрическая формула. С ее помощью можно вычислить постоянную Больцмана $k_Б$.

16. Контактная разность потенциалов.

Ответ: Распределение Больцмана (13) применялось для построения упрощенной теории контактной разности потенциалов. В ней проводники интерпретируются как «сосуды», содержащие газ электронов. Теория применима и к полупроводникам с небольшой концентрацией подвижных носителей заряда. Рассматривается случай, когда проводники располагаются близко и между ними есть обмен электронами, хотя бы вследствие термоэлектронной эмиссии. В результате между проводниками возникает разность потенциалов φ_{12}, называемая контактной и вычисляемая согласно

$$\varphi_{12} = \varphi_T \ln\left(\frac{n_1}{n_2}\right) - \frac{A_1 - A_2}{e}, \qquad (16)$$

где $\varphi_T = k_Б T / e$ – температурный потенциал, равный 25,8 мВ при 300 К; n_1, n_2 – концентрации электронов в первом и втором проводниках, а A_1, A_2 – работы выхода из них.

17. Закон Вольта.

Ответ: В замкнутой цепи, состоящей из различных полупроводников, сумма контактных разностей потенциалов равна нулю.

18. Сущность эффекта поля.

Ответ: Изменение концентраций подвижных носителей заряда в приповерхностном слое полупроводника под действием электрического поля – эффект поля.

19. Каким уравнением можно описать эффект поля?

Ответ: Уравнением самосогласованного поля, которое имеет вид

$$\nabla^2 \varphi = \frac{e n_1}{\varepsilon \varepsilon_0}\left[\exp(e\varphi / k_Б T) - 1\right] \qquad (17)$$

и следует из уравнения Пуассона в предположении справедливости распределения Больцмана. Таким образом, решив (17) для электростатического потенциала φ, можем найти концентрацию электронов n согласно

$$n = n_1 \exp(e\varphi / k_Б T), \qquad (18)$$

где n_1 – концентрация в глубине полупроводника. При решении (17) необходимо задать граничные условия. Данный случай характерен для МОП* -конденсатора или МОП-транзистора при нулевых смещениях на стоке и истоке.

20. Функция распределения Максвелла – Больцмана.

* МОП – металл-оксид-полупроводник.

Ответ: Равновесная функция распределения f Максвелла – Больцмана определяется согласно соотношению

$$dN = f d\tau d\Omega = C_N \exp\left\{-\left[\frac{p^2}{2m_0} + E_П(\vec{r})\right] / k_Б T\right\} d\tau d\Omega, \tag{19}$$

где

$$C_N = \frac{N}{\int \exp\left\{-\left[\frac{p^2}{2m_0} + E_П(\vec{r})\right] / k_Б T\right\} d\tau d\Omega}. \tag{20}$$

Соотношение (20) – условие нормировки, а $d\tau, d\Omega$ – элементарные объемы координатного и импульсного пространств.

21. Определение фазового пространства.

Ответ: Под фазовым пространством (μ-пространством) понимается шестимерное пространство, в котором по трем осям откладывают координаты частицы, а по трем оставшимся – компоненты ее импульса.

22. Что характеризует распределение Максвелла – Больцмана?

Ответ: Среднее число частиц в элементе объема μ-пространства $d\gamma$, а именно:

$$dN = NdW = Nw^{МБ}(\vec{r}, \vec{p}) d\gamma = NC_w \exp\left(-\frac{E}{k_Б T}\right) d\gamma, \tag{21}$$

где E – полная энергия; $w^{МБ}$ – плотность вероятности Максвелла – Больцмана, N – полное число частиц, а C_w определяется из условия нормировки.

23. Определение полного фазового пространства системы.

Ответ: Полным фазовым пространством ($Г$-пространством) системы N частиц называется $6N$-мерное пространство, по осям которого откладывается $3N$ координат и $3N$ проекций импульсов всех частиц. Следовательно, точка $Г$-пространства определяет состояние системы.

24. Распределение Гиббса.

Ответ: Имеет вид

$$dW(\vec{r}_1, \vec{p}_1; ...; \vec{r}_N, \vec{p}_N) = \exp\left(\frac{F - E}{k_Б T}\right) dΓ, \tag{22}$$

где $\vec{r}_i$, $\vec{p}_i$ – координаты *i*-й частицы в фазовом пространстве, E – полная энергия системы, а F определяется из условия нормировки и называется свободной энергией. Она задается соотношением

$$F = -k_Б T \ln Z, \tag{23}$$

где

$$Z = \int \exp\left(-\frac{E}{k_Б T}\right) dΓ, \tag{24}$$

а Z – интеграл состояний. Соотношение (22) – распределение Д. Гиббса, которое определяет состояние всех N частиц в целом и является центральным соотношением статистической физики равновесных состояний. Оно справедливо для любой классической системы. Данное распределение может быть принято в качестве одного из основных постулатов классической статистической физики. Все свойства равновесных систем могут быть получены как следствие его справедливости.

25. Полная и свободная энергии одноатомного идеального газа.

Ответ: Полная энергия задается соотношением

$$E = \sum_{i=1}^{N} E_i = \sum_{i=1}^{N} \left[E_{Пi}(\vec{r}) + \frac{p_i^2}{2m_0} \right], \tag{25}$$

где E_i – полная энергия *i*-й частицы, а свободная энергия вычисляется согласно

$$F = -k_Б T \ln Z = -k_Б T N \left[\ln V + \frac{3}{2} \ln T + \frac{3}{2} \ln(2\pi\, m_0 k_Б) \right], \tag{26}$$

где N – полное число частиц, V – объем, занимаемый газом.

26. Теорема о равномерном распределении по степеням свободы энергии классической системы частиц.

Ответ: На одну степень свободы любой классической равновесной системы приходится средняя кинетическая энергия $k_Б T / 2$.

27. Чем и как определяется чувствительность приемно-усилительных устройств?

Ответ: Чувствительность ограничена тепловыми флуктуациями (шумами). Рассмотрим случай, когда на входе усилителя с большим коэффициентом усиления стоит колебательный *RLC* контур (рис. 2).

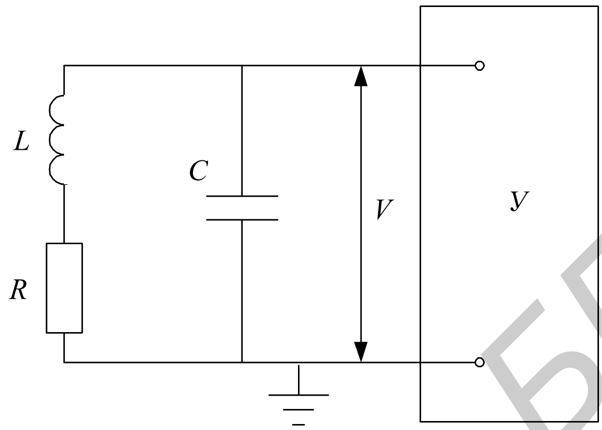

Рис. 2

Так как в данном случае основной причиной флуктуаций являются случайные движения электронов в резисторе, то среднее значение квадрата тепловых флуктуаций напряжения можно вычислить с использованием распределения Гиббса, что дает

$$\overline{V_{фл}^2} = 4k_Б T z_R \Delta\nu\,, \qquad (27)$$

где $\Delta\nu$ – ширина полосы частот контура, а $z_R = L/RC$. Если входное напряжение $V < \sqrt{\overline{V_{фл}^2}}$, то такой сигнал не различим на фоне тепловых флуктуаций.

28. Чем отличается принципиально идеальный газ от реального?

Ответ: В идеальном газе частицы (атомы, молекулы и др.) его составляющие не взаимодействуют между собой, что не имеет места в реальном газе.

29. Полная энергия реального газа.

Ответ: Энергия системы взаимодействующих частиц реального газа описывается соотношением

$$E=\sum_{i=1}^{N}\left[E_{Пi}(\vec{r})+\frac{p_i^2}{2m_0}\right]+\frac{1}{2}\sum_{i,k\neq i}E_{ik}\ ,\qquad(28)$$

где $E_{Пi}(\vec{r})$ – потенциальная энергия i-й частицы, E_{ik} – потенциальная энергия взаимодействия i-й и k-й частиц. Принципиальное отличие от идеального газа заключается в учете взаимодействия между частицами (третий член в (28)). Энергия E_{ik} – сложная функция расстояния r_{ik} между ними (рис. 3).

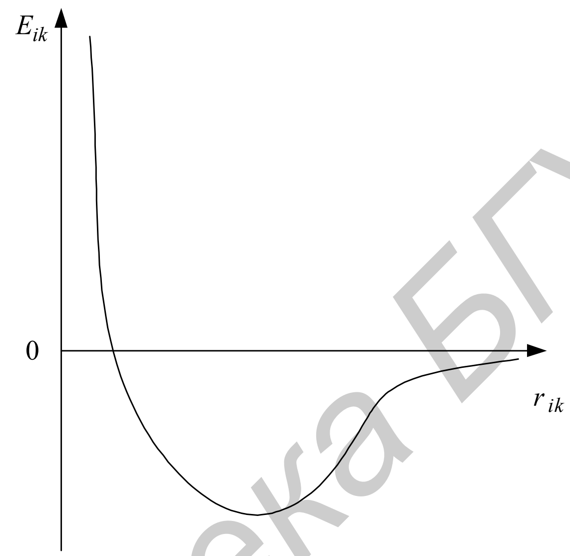

Рис. 3

30. Какое уравнение называют уравнением состояния системы?

Ответ: Зависимость давления P от объема V и температуры T, а именно:

$$P=P(V,T)\qquad(29)$$

называется уравнением состояния системы.

31. Уравнение состояния одноатомного идеального газа.

Ответ: Имеет вид

$$P=k_Б NT/V=k_Б N_A\frac{M}{\mu}\cdot\frac{T}{V},\qquad(30)$$

где M – масса газа, μ – молярная масса, N_A – постоянная Авогадро, N – полное число частиц. Уравнение (30) – уравнение Клапейрона – Менделеева.

32. Каким образом получается уравнение состояния для неидеального газа?

Ответ: На основе исходного соотношения

$$P = -\frac{\partial F}{\partial V}, \qquad (31)$$

где F – свободная энергия газа.

33. Физический смысл свободной энергии.

Ответ: Свободная энергия F – функция состояния системы, изменение которой в изотермическом процессе равно работе, совершенной системой, но взятой с обратным знаком.

34. Уравнение Гиббса – Гельмгольца.

Ответ: Задается соотношением

$$\overline{E} = F - T\frac{\partial F}{\partial T}, \qquad (32)$$

где $\overline{E}$ – среднее значение энергии системы, равное внутренней энергии системы U.

35. Определение энтропии.

Ответ: Энтропия S – функция состояния системы, вычисляемая согласно

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T}. \qquad (33)$$

36. Термодинамический смысл энтропии.

Ответ: Энтропия – функция состояния системы, изменение которой dS в обратимом процессе равно отношению количества теплоты dQ, введенного в рассматриваемом процессе, к температуре T, при которой оно вводилось, т. е.

$$dS = \frac{dQ}{T}. \qquad (34)$$

37. Статистический смысл энтропии.

Ответ: Энтропия – умноженная на постоянную Больцмана, – мера хаотичности состояния системы, а именно:

$$S = -k_Б \int w^Г \ln w^Г dГ = -k_Б \overline{\ln w^Г}, \qquad (35)$$

где $w^Г$ – плотность вероятности распределения Гиббса (22), а $dГ$ – элемент объема $Г$-пространства.

38. Первое начало термодинамики.

Ответ: Оно выражает закон сохранения энергии с учетом тепловых явлений, а именно:

$$dU + dA = dQ, \qquad (36)$$

где dU, dA, dQ – изменения внутренней энергии, работы, совершенной системой, количества тепла, подведенного к системе в анализируемом процессе.

39. Второе начало термодинамики.

Ответ: Невозможно, отняв тепло от системы, полностью превратить его в работу без того, чтобы в системе или окружающей ее среде не произошли другие одновременные изменения.

40. Возможен ли вечный двигатель второго рода?

Ответ: Невозможно осуществить периодически действующую тепловую машину, полностью превращающую в работу все переданное ей тепло, т. е. вечный двигатель (второго рода).

Данное положение – возможная формулировка второго начала термодинамики.

41. Различия в энтропиях реального и идеального газов.

Ответ: В реальном газе энтропия меньше по сравнению с идеальным газом вследствие наличия сил отталкивания.

42. Теплоемкость системы частиц.

Ответ: Теплоемкость – величина, равная количеству теплоты, которую необходимо передать системе частиц, чтобы нагреть ее на один градус, т. е.

$$C = \frac{dQ}{dT}. \qquad (37)$$

В газах, в которых сжимаемость велика, различают теплоемкости C_V (при постоянном V) и C_P (при постоянном P). В конденсированных средах (жидкие, твердые тела), так как изменение объема, как правило, мало, то $C_V \approx C_P$.

43. Каноническое распределение в квантовой статистике.

Ответ: Распределение Гиббса в квантовой статистике равновесных состояний задается соотношением

$$W_\nu = \exp\left(\frac{F^* - E_\nu}{k_Б T}\right), \tag{38}$$

где W_ν – вероятность состояния ν с энергией E_ν, F^* – свободная энергия квантовой системы, вычисляемая из условия нормировки. Введя статистическую сумму

$$Z^* = \sum_\nu \exp\left(-\frac{E_\nu}{k_Б T}\right), \tag{39}$$

получим

$$F^* = -k_Б T \ln Z^*. \tag{40}$$

Основные различия в формулах (38)–(40) по сравнению с (22)–(24) вызваны следующими причинами: 1) в квантовой статистике состояния могут быть дискретными; 2) в квантовой статистике необходимо учитывать принцип тождественности частиц (и принцип Паули для фермионов). Следовательно, F^* в общем случае не совпадает с классической свободной энергией F.

44. Энтропия в случае дискретного спектра квантовой системы.

Ответ: Из уравнения Гиббса – Гельмгольца следует

$$S^* = \frac{U - F^*}{T} = -k_Б \sum_\nu \frac{F^* - E_\nu}{k_Б T} \exp\left(\frac{F^* - E_\nu}{k_Б T}\right) = -k_Б \sum_\nu W_\nu \ln W_\nu, \tag{41}$$

т. е. энтропия S^* пропорциональна среднему значению логарифма вероятности состояния системы.

45. Третье начало термодинамики.

Ответ: Энтропия системы частиц S^* при $T = 0\,\text{K}$ равна нулю, т. е.

$$S^*\Big|_{T=0K} = 0. \qquad (42)$$

Соотношение (42) выражает третье начало термодинамики. Легко показать, что (42) следует из (41).

46. Принцип максимума энтропии.

Ответ: Энтропия в равновесном состоянии системы достигает максимума, а следовательно, оно является наиболее хаотичным из всех возможных.

Принцип можно положить в основу статистической физики равновесных состояний. Из него, в частности, может быть получено распределение Гиббса.

47. Большое каноническое распределение.

Ответ: Вероятность того, что система, состоящая из N-частиц и находящаяся в равновесии с термостатом, обладает энергией E_{ν_N}, вычисляется согласно

$$W_{\nu_N} = \exp\left(\frac{\Omega^* - E_{\nu_N} + \mu N}{k_Б T}\right). \qquad (43)$$

Соотношение (43) – большое каноническое распределение Гиббса. Величины Ω^*, T, μ определяются с помощью формул

$$\sum_{\nu_N} W_{\nu_N} = 1;\ \sum_{\nu_N} W_{\nu_N} E_{\nu_N} = U;\ \sum_{\nu_N} N W_{\nu_N} = \overline{N}, \qquad (44)$$

где Ω^* – омега-потенциал, T – температура, μ – химический потенциал. С использованием (43) легко показать, что для равновесия двух систем необходимо, чтобы их температуры и химические потенциалы были равны.

48. Связь омега-потенциала и химического потенциала с распределением Бозе – Эйнштейна.

Ответ: Среднее число бозонов, находящихся в состоянии i, задается соотношением

$$\overline{n_i} = -\frac{\partial \Omega_i^*}{\partial \mu} = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - \mu}{k_Б T}\right) - 1}, \tag{45}$$

где Ω_i^* – омега-потенциал i-й подсистемы, μ – химический потенциал, E_i – энергия i-го состояния. Формула (45) выражает равновесное распределение Бозе – Эйнштейна.

49. Распределение фотонов.

Ответ: Задается распределением Бозе – Эйнштейна вида

$$\overline{n_i} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega_i}{k_Б T}\right) - 1}, \tag{46}$$

где $\overline{n_i}$ – среднее число фотонов i-го состояния, $\hbar\omega_i$ – энергия фотона.

50. Каким распределением оценивается поведение фононов в твердом теле?

Ответ: Распределением Бозе – Эйнштейна.

51. Связь омега-потенциала и химического потенциала с распределением Ферми – Дирака.

Ответ: Среднее число фермионов, находящихся в состоянии i, задается соотношением

$$\overline{n_i} = -\frac{\partial \Omega_i^*}{\partial \mu} = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - \mu}{k_Б T}\right) + 1}. \tag{47}$$

Формула (47) выражает равновесное распределение Ферми – Дирака.

52. Какой статистикой описывается электронный газ?

Ответ: Квантовой статистикой Ферми – Дирака.

53. Какой статистикой может быть описан невырожденный электронный газ?

Ответ: Классической статистикой Максвелла – Больцмана.

54. Критерий невырожденного электронного газа.

Ответ: Задается соотношением

$$n << \left(\frac{m_0 k_Б T}{\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{2}}. \qquad (48)$$

Следовательно, классическая статистика применима в случаях, когда концентрация частиц мала, а их температура достаточно высока.

55. Когда электронный газ называется вырожденным?

Ответ: Электронный газ при условии $\mu >> k_Б T$ является вырожденным, где μ – химический потенциал.

56. Критерий вырожденного электронного газа.

Ответ: Задается соотношением

$$n >> \left(\frac{m_0 k_Б T}{\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{2^{3/2}}{5\sqrt{\pi}}. \qquad (49)$$

57. Вид распределения Ферми – Дирака и смысл химического потенциала.

Ответ: Приведен на рис. 4 для среднего числа частиц (см. (47)) в состоянии i. В соответствии с этим рисунком химический потенциал – энергия такого состояния системы, вероятность заполнения которого равна 0,5.

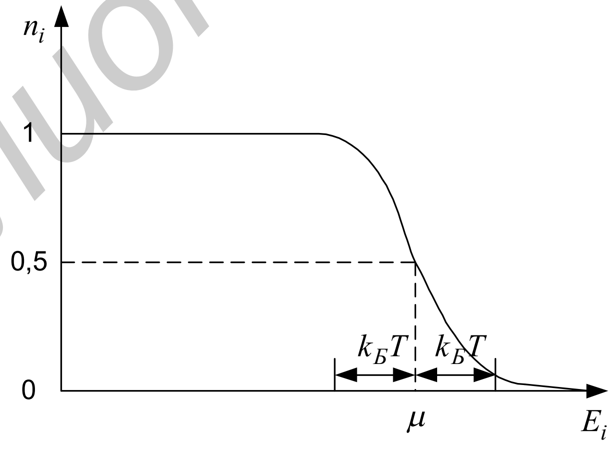

Рис. 4

58. Связь функции распределения f с вероятностью обнаружить частицу dW в объеме $d\gamma$.

Ответ: Задается соотношением

$$dW(\vec{r},\vec{p}) = \frac{dn}{N} = f(\vec{r},\vec{p})d\gamma\,\frac{1}{N}. \qquad (50)$$

Формула (50) описывает вероятность обнаружить частицу в объеме $d\gamma$ μ-пространства.

59. Основная задача теории идеального газа в неравновесном состоянии.

Ответ: Нахождение неравновесной функции распределения одной частицы, т. е. одночастичной функции распределения f.

60. Уравнение непрерывности для газа.

Ответ: Рассмотрим газ плотностью ρ. Его концентрация задается соотношением

$$n = \frac{\rho}{m_0}, \qquad (51)$$

где m_0 – масса одной частицы газа. Тогда уравнение непрерывности имеет вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -div(n\vec{\upsilon}), \qquad (52)$$

где $\vec{\upsilon}$ – скорость, и описывает изменение числа частиц во времени в некотором объеме, которое равно превышению числа втекающих в него частиц над числом вытекающих.

61. Кинетическое уравнение Больцмана.

Ответ: Имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\vec{p}}{m_0} grad_r f - \vec{F}_{вн} grad_p f + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{cm}, \qquad (53)$$

где f – одночастичная функция распределения; $\vec{F}_{вн}$ – внешняя сила; $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{cm}$ – интеграл столкновений. Соотношение (53) является одним из основных уравнений, описывающих неравновесные состояния классических систем частиц.

62. Теорема Лиувилля.

Ответ: Функция распределения в замкнутой системе во времени сохраняется постоянной, т. е. является интегралом движения.

Кинетическое уравнение Больцмана является следствием теоремы Лиувилля.

63. Кинетическое уравнение Больцмана в приближении времени релаксации.

Ответ: Имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\vec{p}}{m_0} grad_r f - \vec{F}_{вн} grad_p f - \frac{f - f_0}{\tau}, \qquad (54)$$

где τ – время релаксации, f_0 – равновесная функция распределения.

64. Почему, строго говоря, нельзя использовать кинетическое уравнение Больцмана для квантовых систем?

Ответ: Это в первую очередь связано с соотношением неопределенностей Гейзенберга, так как импульс и координата, являющиеся переменными уравнения (53), одновременно неизмеримы. Поэтому в квантовом случае в кинетическое уравнение Больцмана необходимо вводить квантовомеханические коррекции.

Литература

Основная

1. Васильев, А. М. Введение в статистическую физику: учеб. пособие / А. М. Васильев. – М. : Высш. шк., 1980. – 272 с.
2. Ансельм, А. И. Основы статистической физики и термодинамики / А. И. Ансельм. – М. : Наука, 1973. – 424 с.
3. Карякин, Н. И. Краткий справочник по физике / Н. И. Карякин, К. Н. Быстров, П. С. Киреев. – М. : Высш. шк., 1969. – 600 с.
4. Абрамов, И. И. Статистическая физика и квантовая механика. Учебная программа для высших учебных заведений по специальности 41 01 02 «Микроэлектроника»: сб. типовых учеб. программ для высш. учеб. заведений по спец. 41 01 02 (Т.07.01.00) «Микроэлектроника». Общенаучные и общепрофессиональные дисциплины / И. И. Абрамов. – Минск : БГУИР, 2002. – С. 31–38.

Дополнительная

1. Исихара, А. Статистическая физика / А. Исихара. – М. : Мир, 1973. – 472 с.
2. Климонтович, Ю. Л. Статистическая физика / Ю. Л. Климонтович. – М. : Наука, 1982. – 608 с.
3. Ландау, Л. Д. Статистическая физика. Т.5 / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М. : Наука, 1964. – 568 с.
4. Леонтович, М. А. Введение в термодинамику. Статистическая физика / М. А. Леонтович. – М. : Наука, 1983. – 416 с.
5. Терлецкий, Я. П. Статистическая физика / Я. П. Терлецкий. – М. : Высш. шк., 1973. – 280 с.

Часть III. Задания

Курсовая работа 1. «Расчет уровней энергии частицы в прямоугольной потенциальной яме»

Задание (рис.1): а) найти уравнения, определяющие уровни энергии частицы для потенциальной ямы; б) записать уравнения, определяющие уровни энергии для симметричной ямы ($U_1 = U_2$); в) найти ширину ямы a, при которой не будет существовать ни одного дискретного уровня энергии в яме; г) изобразить вид уровней энергии для a, для которого они существуют.

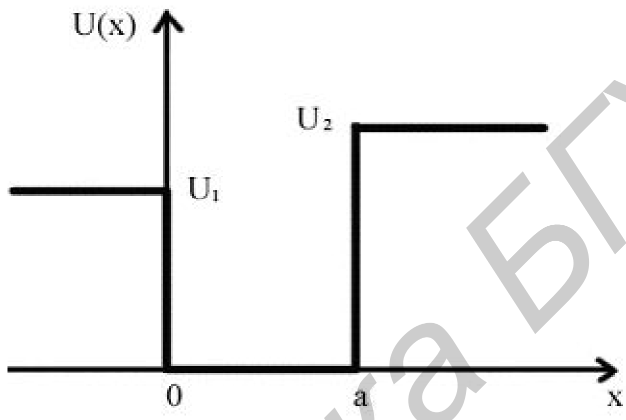

Рис. 1

Вариант 1
а) электрон;
б) $U_1 = 1$ эВ;
$U_2 = 2$ эВ.

Вариант 2
а) электрон;
б) $U_1 = 1$ эВ;
$U_2 = 10$ эВ.

Вариант 3
а) электрон;
б) $U_1 = 0{,}1$ эВ;
$U_2 = 0{,}5$ эВ.

Вариант 4
а) электрон;
б) $U_1 = 0{,}1$ эВ;
$U_2 = 10$ эВ.

Вариант 5
а) электрон;
б) $U_1 = 1$ эВ;
$U_2 = 5$ эВ.

Литература [1, с. 88–90].

Курсовая работа 2. «Расчет уровней энергии частицы в поле потенциальной энергии»

Задание: а) найти уравнения, определяющие уровни энергии частицы для поля потенциальной энергии (рис. 2):

$U(x) = A(e^{-2\alpha x} - 2e^{-\alpha x});$

б) найти параметр, при котором дискретный спектр отсутствует; в) изобразить вид уровней энергии для параметра, для которого они существуют.

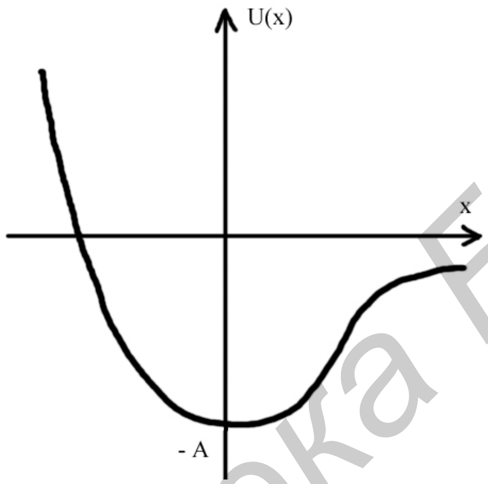

Рис. 2

Вариант 1
а) электрон;
б) A = 10 эВ

Вариант 2
а) электрон;
б) A = 0,1 эВ

Вариант 3
а) электрон;
б) α = 0,1 нм $^{-1}$

Вариант 4
а) электрон;
б) α = 0,05 нм $^{-1}$

Вариант 5
а) электрон;
б) A = 5 эВ.

Литература [1, с. 96–97].

Курсовая работа 3. «Расчет коэффициента прохождения частицы через потенциальный барьер»

Задание: а) найти соотношение для коэффициента прохождения частицы через прямоугольный потенциальный барьер (рис. 3); б) рассчитать коэффициент прохождения при $E = E_1$; в) рассчитать коэффициент прохождения при $E = E_2$; г) найти коэффициент отражения.

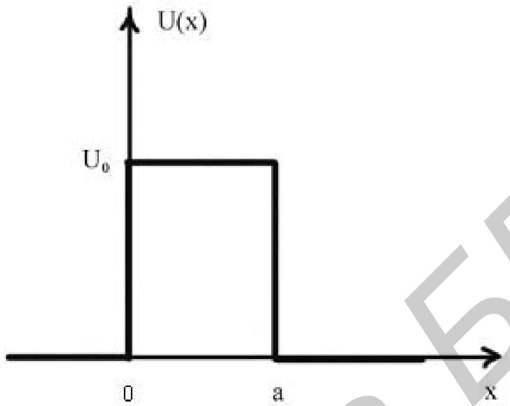

Рис. 3

Вариант 1

а) электрон;

б) $U_0 = 1$ эВ;

$E_1 = 2$ эВ;

$E_2 = 0{,}1$ эВ;

$a = 10$ нм.

Вариант 2

а) электрон;

б) $U_0 = 0{,}5$ эВ;

$E_1 = 10$ эВ;

$E_2 = 0{,}4$ эВ;

$a = 15$ нм.

Вариант 3

а) электрон;

б) $U_0 = 10$ эВ;

$E_1 = 11$ эВ;

$E_2 = 5$ эВ;

$a = 40$ нм.

Вариант 4

а) электрон;

б) $U_0 = 2$ эВ;

$E_1 = 6$ эВ;

$E_2 = 0{,}1$ эВ;

$a = 1$ нм.

Вариант 5

а) электрон;

б) $U_0 = 5$ эВ;

$E_1 = 6$ эВ;

$E_2 = 1$ эВ;

$a = 10$ нм.

Литература [1, с. 103–104].

Курсовая работа 4. «Расчет коэффициента прохождения частицы через колокольный потенциальный барьер»

Задание (рис. 4): а) найти соотношение для коэффициента прохождения частицы через потенциальный барьер

$$U(x) = \frac{U_0}{ch^2 \alpha x},$$

энергия частицы $E < U_0$;

б) рассчитать коэффициент прохождения; в) найти коэффициент отражения.

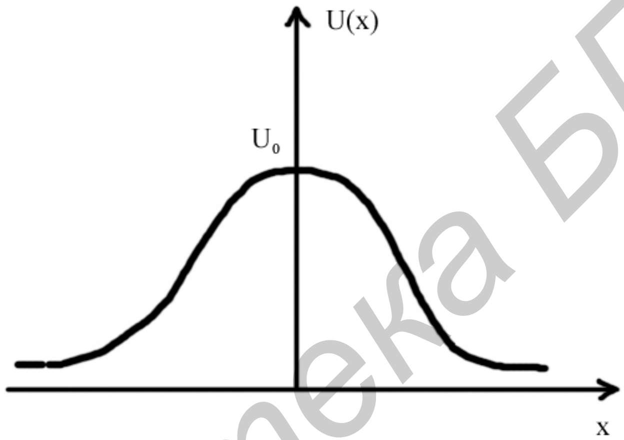

Рис. 4

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
а) электрон;	а) электрон;	а) электрон;	а) электрон;
б) U_0 = 1 эВ;	б) U_0 = 0,5 эВ;	б) U_0 = 2 эВ;	б) U_0 = 4 эВ;
E = 0,5 эВ;	E = 0,1 эВ;	E = 0,01 эВ;	E = 3 эВ;
α = 1 нм$^{-1}$.	α = 10 нм$^{-1}$.	α = 1 нм$^{-1}$.	α = 2 нм$^{-1}$.

Литература [1, с. 105–106].

Курсовая работа 5. «Расчет коэффициента отражения частицы от прямоугольной потенциальной стенки»

Задание (рис. 5): а) найти соотношение для коэффициента отражения частицы от прямоугольной потенциальной стенки; б) энергия частицы $E > U_0$; в) найти коэффициенты отражения и прохождения.

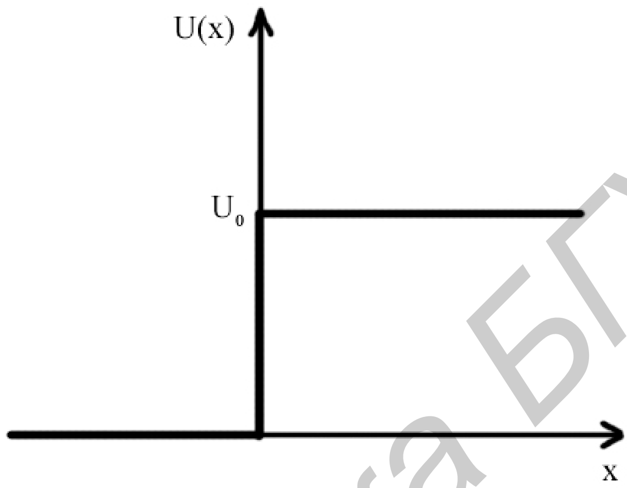

Рис. 5

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
а) электрон;	а) электрон;	а) электрон;	а) электрон;
б) $U_0 = 1$ эВ;	б) $U_0 = 2$ эВ;	б) $U_0 = 5$ эВ;	б) $U_0 = 1$ эВ;
$E = 10$ эВ.	$E = 2{,}2$ эВ.	$E = 7$ эВ.	$E = 1{,}1$ эВ.

Вариант 5	Вариант 6	Вариант 7
а) электрон;	а) электрон;	а) электрон;
б) $U_0 = 3$ эВ;	б) $U_0 = 4$ эВ;	б) $U_0 = 5$ эВ;
$E = 3{,}2$ эВ.	$E = 6$ эВ.	$E = 7$ эВ.

Литература [1, с. 103].

Курсовая работа 6. «Расчет коэффициента отражения частицы от потенциальной стенки»

Задание: а) найти соотношение для коэффициента отражения частицы от потенциальной стенки, определяемой формулой

$U(x) = U_0 /(1 + e^{-\alpha x})$;

б) найти коэффициенты отражения и прохождения.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
а) электрон;	а) электрон;	а) электрон;
б) $U_0 = 1$ эВ;	б) $U_0 = 2$ эВ;	б) $U_0 = 5$ эВ;
$E = 10$ эВ;	$E = 2{,}2$ эВ;	$E = 7$ эВ;
$\alpha = 1$ нм$^{-1}$.	$\alpha = 0{,}1$ нм$^{-1}$.	$\alpha = 0{,}05$ нм$^{-1}$.

Вариант 4	Вариант 5
а) электрон;	а) электрон;
б) $U_0 = 1$ эВ;	б) $U_0 = 3$ эВ;
$E = 1{,}1$ эВ;	$E = 5$ эВ;
$\alpha = 10$ нм$^{-1}$.	$\alpha = 1$нм$^{-1}$.

Литература [1, с. 104–105].

Курсовая работа 7. «Расчет коэффициента отражения частицы от потенциального барьера»

Задание: а) найти соотношение для коэффициента отражения частицы от прямоугольного потенциального барьера (см. рис. 3); б) рассчитать коэффициент отражения при $E = E_1$; в) рассчитать коэффициент отражения при $E = E_2$; г) найти коэффициент прохождения.

Вариант 1

а) электрон;

б) $U_0 = 3$ эВ;

$E_1 = 5$ эВ;

$E_2 = 1$ эВ;

$a = 5$ нм.

Вариант 2

а) электрон;

б) $U_0 = 1$ эВ;

$E_1 = 2$ эВ;

$E_2 = 0{,}5$ эВ;

$a = 100$ нм.

Вариант 3

а) электрон;

б) $U_0 = 0{,}5$ эВ;

$E_1 = 1$ эВ;

$E_2 = 0{,}1$ эВ;

$a = 1$ нм.

Вариант 4

а) электрон;

б) $U_0 = 10$ эВ;

$E_1 = 11$ эВ;

$E_2 = 0{,}01$ эВ;

$a = 10$ нм.

Вариант 5

а) электрон;

б) $U_0 = 7$ эВ;

$E_1 = 9$ эВ;

$E_2 = 0{,}5$ эВ;

$a = 2$ нм.

Литература [1, с. 103–104].

Курсовая работа 8. «Расчет коэффициента отражения частицы от колокольного потенциального барьера»

Задание: а) найти соотношение для коэффициента отражения частицы от потенциального барьера (см. рис. 4)

$$U = \frac{U_0}{ch^2 \alpha x}, E < U_0;$$

б) рассчитать коэффициент отражения; в) найти коэффициент прохождения.

Вариант 1

а) электрон;

б) $U_0 = 2$ эВ;

$E = 1$ эВ;

$\alpha = 2$ нм$^{-1}$.

Вариант 2

а) электрон;

б) $U_0 = 0{,}5$ эВ;

$E = 0{,}2$ эВ;

$\alpha = 5$ нм$^{-1}$.

Вариант 3

а) электрон;

б) $U_0 = 1$ эВ;

$E = 0{,}1$ эВ;

$\alpha = 1$ нм$^{-1}$.

Вариант 4
а) электрон;
б) $U_0 = 4$ эВ;
$E = 2$ эВ;
$\alpha = 10$ нм $^{-1}$.

Вариант 5
а) электрон;
б) $U_0 = 4$ эВ;
$E = 3$ эВ;
$\alpha = 6$ нм $^{-1}$.

Литература [1, с. 105–106].

Курсовая работа 9. «Расчет электрического поля около примесного положительного иона»

Задание: а) найти уравнение для электростатического потенциала около примесного иона (положительного иона), окруженного облаком свободных электронов с концентрацией n при условии $e\varphi / kT \ll 1$; б) найти радиус экранирования.

Вариант 1
а) электроны;
б) $n = 2 \cdot 10^{10}$ см $^{-3}$;
в) полупроводник – кремний;
г) $T = 300$ К.

Вариант 2
а) электроны;
б) $n = 1{,}7 \cdot 10^{10}$ см $^{-3}$;
в) полупроводник – кремний;
г) $T = 300$ К.

Вариант 3
а) электроны;
б) $n = 1{,}9 \cdot 10^{10}$ см $^{-3}$;
в) полупроводник – кремний;
г) $T = 300$ К.

Вариант 4
а) электроны;
б) $n = 1{,}8 \cdot 10^{10}$ см $^{-3}$;
в) полупроводник – кремний;
г) $T = 300$ К.

Литература [2, с. 67–68].

Курсовая работа 10. «Расчет предельной чувствительности усилителя»

Задание: а) найти соотношение для предельной чувствительности усилителя с большим коэффициентом усиления с резонансным контуром на входе (рис. 6); б) рассчитать предельную теоретическую чувствительность.

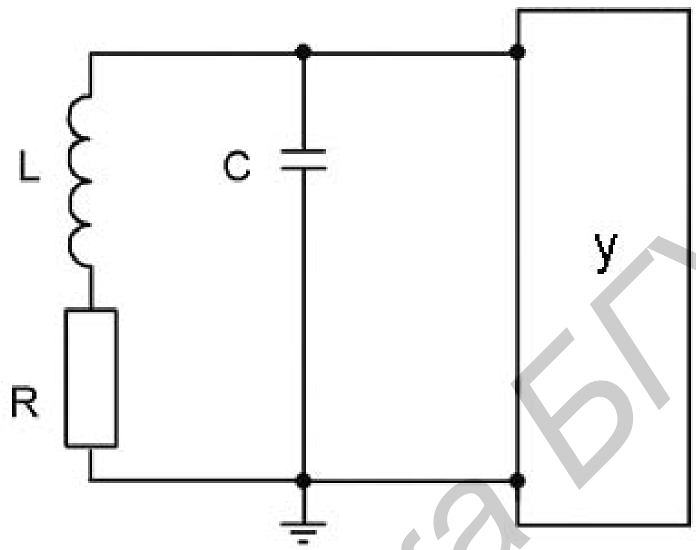

Рис. 6

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
T = 300 К;	T = 273 К;	T = 350 К;
C = 5000 пФ.	C = 3000 пФ.	C = 1500 пФ.

Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
T = 400 К;	T = 320 К;	T = 380 К;
C = 7000 пФ.	C = 700 пФ.	C = 1000 пФ.

Литература [3, с. 112].

Литература

1. Ландау, Л. Д. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Т. 3 / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М. : Наука, 1974. – 752 с.
2. Ансельм, А. И. Основы статистической физики и термодинамики / А. И. Ансельм. – М. : Наука, 1973. – 424 с.
3. Васильев, А. М. Введение в статистическую физику / А. М. Васильев. – М. : Высш. шк., 1980. – 272 с.

Оглавление

Св. план 2013, поз. 43

Учебное издание

Абрамов Игорь Иванович

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА И СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА: ВОПРОСЫ, ОТВЕТЫ, ЗАДАНИЯ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Редактор *М. А. Зайцева*
Корректор *Е. Н. Батурчик*
Компьютерная правка, оригинал-макет *В. М. Задоля*

Подписано в печать 21.02.2014. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».
Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. 4,65. Уч.-изд. л. 4,5. Тираж 100 экз. Заказ 244.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
ЛИ №02330/0494371 от 16.03.2009. ЛП №02330/0494175 от 03.04.2009.
220013, Минск, П.Бровки, 6