

# Прогнозирование доходов пункта коллективного пользования с учетом обходов мест обслуживания клиентами

Науменко В.В., Матальцкий М.А.

Кафедра стохастического анализа и эконометрического моделирования

Гродненский государственный университет имени Я. Купалы

Гродно, Республика Беларусь

e-mail: {victornn86, m.matalytski}@gmail.com

**Аннотация**—Объектом исследования является модель изменения доходов пункта коллективного пользования Гродненского филиала РУП «Белтелеком» с учетом обходов операторских мест обслуживания клиентами. В качестве модели изменения ожидаемых доходов использована открытая НМ-сеть с обходами систем обслуживания заявками в переходном режиме. Рассматривается два случая: когда доходы от переходов между состояниями сети являются детерминированными функциями, зависящими от состояний сети и времени, а системы сети являются однолинейными; и когда доходы от переходов между состояниями сети являются функциями, зависящими от случайных величин. Целью исследования является нахождение ожидаемых доходов такой сети в обоих случаях, при условии, что вероятности обходов заявок между системами сети, параметры входящего потока заявок и обслуживания зависят от времени.

**Ключевые слова:** НМ-сеть массового обслуживания; ожидаемый доход; обходы систем обслуживания заявками; условные вероятности переходов

## I. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время значительное развитие получили информационно-телекоммуникационные сети (ИТС). Широко стоит вопрос о справедливом и полном удовлетворении требований их пользователей. На практике часто возникают ситуации, когда пользователь, направляющий запрос в некоторую систему обслуживания ИТС, оценивает, сколько времени ему придется ожидать или сколько запросов пользователей найдется перед ним в очереди, и в зависимости от этой оценки остается ожидать либо пересылает свой запрос в другую систему ИТС. Такая ситуация, например, возникает в сервисных пунктах или пунктах коллективного пользования (ПКП).

## II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим модель изменения доходов одного из ПКП Гродненского филиала РУП «Белтелеком» [1]. ПКП "Белтелеком" – это места для общественного пользования услугами "Белтелеком", а также некоторых дополнительных услуг. Клиент, приходя в ПКП, может воспользоваться одним из предложенных видов услуг. Он может, например, воспользоваться местной, междугородной и международной телефонной связью. В сервисных пунктах также принимается оплата городских, междугородных и международных телефонных переговоров с выдачей справочной информации и расшифровок различного

вида. Клиент может оплатить в ПКП оплату за услуги Интернет и цифрового телевидения, в них также принимаются платежи для мобильных операторов. Кроме того, в ПКП клиент может воспользоваться услугами интернет-кафе, т.е. высокоскоростным доступом к информационным ресурсам глобальной компьютерной сети Интернет.

За предоставление различных услуг, описанных выше, ПКП получает некоторые случайные доходы. Клиент, приходя в ПКП, оценивает, сколько времени ему необходимо будет ожидать в очереди и принимает решение перейти к другому свободному оператору для обслуживания своего запроса, или же к оператору с наименьшей очередью клиентов. Клиент также может перейти из этого ПКП в другой.

В качестве вероятностных моделей таких объектов могут служить сети массового обслуживания (МО) с обходами систем обслуживания (СМО) заявками. Для снижения загруженности СМО и более равномерного распределения нагрузки в сети могут быть использованы различные приемы, один из которых – введение вероятностных обходов СМО заявками. Такая модель, в частности, позволяет учитывать ограничения на число заявок или на предполагаемые длительности ожидания заявок в СМО, а также ограничения на прием заявок, приходящих из определенных других СМО. Кроме того эта модель позволяет оценить и спрогнозировать ожидаемые доходы систем сети.

В работе [2] приводится исследование открытой экспоненциальной сети с многолинейными системами массового обслуживания (СМО) с обходами систем обслуживания заявками в переходном режиме. В [3] найдены нестационарные вероятности состояний и средние характеристики такой сети в случае, когда вероятности обходов заявок между системами сети, параметры входящего потока заявок и обслуживания зависят от времени.

В докладе рассматривается открытая НМ-сеть с доходами, в случае, когда вероятности обходов заявок между системами сети зависят от времени. Доходы от переходов между состояниями сети являются детерминированными функциями, зависящими от состояний сети и времени, либо функциями, зависящими от случайных величин.

## III. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Рассмотрим открытую экспоненциальную сеть МО с однопоточными заявками, состоящую из  $n$  СМО

$S_1, S_2, \dots, S_n$ . Заявка при переходе из одной СМО в другую приносит последней системе некоторый доход и соответственно доход первой системы уменьшается на эту величину. Требуется найти ожидаемые доходы систем сети за время  $t$  при условии, что нам известно ее состояние в начальный момент  $t_0$ .

Пусть  $m_i$  – число идентичных линий обслуживания в системе  $S_i$ ,  $I_i$  – вектор размерности  $n$ , состоящий из нулей, за исключением  $i$ -й компоненты, которая равна 1,  $i = \overline{1, n}$ ;  $p_{ij}$  – вероятность перехода заявки после обслуживания в системе  $S_i$  в систему  $S_j$ ,  $i, j = \overline{0, n}$ , под системой  $S_0$  при этом мы понимаем внешнюю среду. Будем рассматривать случай, когда параметры входящего потока заявок и обслуживания зависят от времени, т.е. на интервале времени  $[t, t + \Delta t)$  в сеть поступает заявка с вероятностью  $\lambda(t)\Delta t + o(\Delta t)$ , и если в момент  $t$  на обслуживании в линии  $i$ -й СМО находится заявка, то на интервале  $[t, t + \Delta t)$  ее обслуживание закончится с вероятностью  $\mu_i(t)\Delta t + o(\Delta t)$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Заявка направляется из внешней среды в  $i$ -ую СМО с вероятностью  $p_{0i}$ ,  $\sum_{i=1}^n p_{0i} = 1$ . Заявка, направленная в эту СМО извне в момент времени  $t$ , когда сеть находится в состоянии  $(k, t)$ , с вероятностью  $f^{(i)}(k, t)$ , присоединяется к очереди, а с вероятностью  $1 - f^{(i)}(k, t)$  не присоединяется к ней, считаясь обслуженной (т.е. время обслуживания у нее с вероятностью 1 равно нулю). Если заявка закончила обслуживаться в  $i$ -ой СМО, она с вероятностью  $p_{ij}$  мгновенно направляется в  $j$ -ую СМО и с вероятностью  $p_{i0}$  покидает сеть МО,  $\sum_{j=0}^n p_{ij} = 1$ ,  $i = \overline{1, \dots, n}$ .

Пусть  $k(t) = (k, t) = (k_1, k_2, \dots, k_n, t)$  – вектор состояний сети, где  $k_i$  – число заявок в момент времени  $t$  в системе  $S_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Обозначим через  $\varphi_i(k, t)$  – условную вероятность того, что заявка, поступающая в  $i$ -ую СМО в момент  $t$ , когда сеть находится в состоянии  $(k, t)$ , не будет обслужена ни одной из СМО;  $\psi_{ij}(k, t)$  – условная вероятность того, что заявка, поступающая в  $i$ -ую СМО извне в момент  $t$ , когда сеть находится в состоянии  $(k, t)$ , впервые получит обслуживание в  $j$ -ой СМО;  $\alpha_i(k, t)$  – условную вероятность того, что заявка, обслуженная в  $i$ -ой СМО в момент  $t$ , когда сеть находится в состоянии  $(k, t)$ , не будет больше обслуживаться ни в

одной из СМО;  $\beta_{ij}(k, t)$  – условную вероятность того, что заявка, обслуженная  $i$ -ой СМО в момент  $t$ , когда сеть находится в состоянии  $(k, t)$ , впервые после этого получит обслуживание в  $j$ -ой СМО,  $i, j = \overline{1, n}$ .

#### IV. НАХОЖДЕНИЕ ОЖИДАЕМЫХ ДОХОДОВ

Пусть  $v_i(k, t)$  – полный ожидаемый доход, который получает система  $S_i$  за время  $t$ , если в начальный момент времени сеть находится в состоянии  $k$ , и предположим, что эта функция дифференцируема по  $t$ ;  $r_i(k)$  – доход системы  $S_i$  в единицу времени, когда сеть находится в состоянии  $k$ ;  $r_{0i}(k + I_i, t)$  – доход системы  $S_i$ , когда сеть совершает переход из состояния  $(k, t)$  в состояние  $(k + I_i, t + \Delta t)$  за время  $\Delta t$ ;  $-R_{i0}(k - I_i, t)$  – доход этой системы, если сеть совершает переход из состояния  $(k, t)$  в состояние  $(k - I_i, t + \Delta t)$ ;  $r_{ij}(k + I_i - I_j, t)$  – доход системы  $S_i$  (расход или убыток системы  $S_j$ ), когда сеть изменяет свое состояние из  $(k, t)$  на  $(k + I_i - I_j, t + \Delta t)$  за время  $\Delta t$ ,  $i, j = \overline{1, n}$ .

Используя формулу полной вероятности для математического ожидания, для ожидаемых доходов систем сети получены системы разностно-дифференциальных уравнений, предложены методы их решения. Для замкнутых сетей система уравнений для ожидаемых доходов может быть сведена к системе конечного числа линейных неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решение системы решение такой системы можно найти, используя прямой метод или метод преобразований Лапласа.

Также получены приближенные соотношения для нахождения ожидаемых доходов систем, в случае, когда доходы от переходов между состояниями сети являются функциями, зависящими от случайных величин. Предложена методика, нахождения среднего числа занятых линий  $\rho_i(t)$  в системах  $S_i$  сети в момент времени  $t$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Подтверждена правильность проведенных исследований и полученных результатов по исследованию открытой НМ-сети с обходами систем обслуживания однотипными заявками.

- [1] Науменко В, Исследование модели изменения доходов пункта коллективного пользования, Вестник ГрГУ. Сер.2., 2012, 1, с. 143 – 157.
- [2] Matalytski M., Naumenko V., Analysis of queuing network with messages bypass of systems in transient behavior, Scientific Research of the Institute of Mathematics and Computer Science Czestochowa University of Technology. 2012, vol. 11, 1.
- [3] Matalytski M., Naumenko V., Analysis of networks with time-dependent transition probabilities and messages bypass between the queuing systems, Scientific Research of the Institute of Mathematics and Computer Science Czestochowa University of Technology. 2012, vol. 11, 2