УДК:621.762.2

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА КОЛЬМАТАЦИИ ДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ В ПОРИСТЫХ ПРОНИЦАЕМЫХ МАТЕРИАЛАХ

М.В. Тумилович
Начальник управления подготовки научных кадров высшей квалификации БГУИР, доктор технических наук, доцент

Л.П. Пилиневич
Профессор кафедры инженерной психологии и эргономики БГУИР, доктор технических наук, профессор

Белорусский Государственный университет информатики и радиоэлектроники, П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь
E-mail: tumilovich@bsuir.by

М.В. Тумилович
Начальник управления подготовки научных кадров вышей квалификации БГУИР, доктор технических наук, доцент.

Л.П. Пилиневич
Профессор кафедры инженерной психологии и эргономики БГУИР, доктор технических наук, профессор, кавалер медали Франциска Скорины.

Аннотация. Проведено теоретическое моделирование процесса кольматации (осаждения) дисперсных частиц из фильтруемого потока суспензии в пористых проницаемых материалах (ППМ) при тангенциальной фильтрации. Получены математические выражения, которые позволяют рассчитать изменения структуры и свойств фильтрующего ППМ на начальном этапе процесса кольматации с учетом распределения частиц фильтруемой суспензии по размерам.

Ключевые слова: Очистка, тангенциальная фильтрация, осаждение, кольматация, дисперсные частицы, суспензия, моделирование, поровая структура.

Фильтрация жидкостей, содержащих механические примеси, сквозь пористые проницаемые материалы (ППМ), может осуществляться либо на поверхности (тангенциальная фильтрация), либо в глубине фильтрующего материала (объемная, фронтальная фильтрация).

Под тангенциальной фильтрацией понимают способ фильтрования, при котором осадок с поверхности фильтрующего элемента постоянно смывается либо собственно потоком суспензии вдоль этой поверхности либо воздействием при определенных условиях других факторов (например, центробежных сил) [1]. Принцип тангенциальной фильтрации отличается от других видов и типов фильтрации как направлением потока относительно фильтрующего элемента, так и его воздействием на частицы суспензии.

При тангенциальной фильтрации поток суспензии направлен параллельно поверхности фильтрующего элемента. Это вызывает действие на оседающие частицы сил сдвига и всплытия, которые предотвращают образование осадка. Фильтрат течет перпендикулярно направлению потока суспензии через образующийся относительно тонкий осадок и фильтрующий элемент

Целью данной работы является теоретическое моделирование процесса кольматации (осаждения) дисперсных частиц из фильтруемого потока суспензии в ППМ при тангенциальной фильтрации с учетом изменения структуры и свойств фильтрующего ППМ на начальном этапе процесса кольматации и распределения частиц фильтруемой суспензии по размерам.

При организации тангенциальной фильтрации в некоторых случаях не удается добиться стопроцентного задержания твердых частиц суспензии на фильтрующей поверхности и избежать их проникновения в поры. Фильтрация с закупоркой пор характерна для разделения суспензий, содержащих в небольшой концентрации относительно малые частицы, взвешенные в жидкости с высокой вязкостью, и наблюдается, например, при очистке сахарных сиропов, прядильных растворов и трансформаторных масел. Проникновение твердых частиц в поры ППМ нежелательно, т.к. это приводит к резкому увеличению его сопротивления, понизить которое последующей промывкой значительно труднее, чем при осаждении твердых частиц на поверхности. Поэтому для разработки методов предотвращения проникновения твердых частиц в поры фильтра целесообразно предварительно аналитически рассмотреть условия кольматации пор в ППМ при тангенциальной фильтрации.

В литературе имеется исчерпывающее рассмотрение процесса кольматации лишь для модельного пористого тела, представленного в виде набора на фильтрующей перегородке одинаковых цилиндрических пор одного диаметра [2, 3–7]. Однако реальные ППМ характеризуются более, или менее широким распределением пор по размерам, что является важным фактором, влияющим на характер процессов фильтрации и кольматации пор ППМ. В связи с изложенным, в настоящей работе рассмотрена задача теоретического описания процесса кольматации пор разного размера при тангенциальной фильтрации в ППМ.

Для учета разброса пор по размерам, в ряде работ принимается, что распределение пор можно описать тем или иным аналитическим выражением, например, логарифмически нормальным законом, однако такие аналитические представления имеют ограниченную область применения, поскольку действительное распределение пор ППМ может значительно отличаться от принятого. В связи с этим в расчетах следует использовать данные о реальной структуре ППМ, полученные экспериментально.

Для изучения продвижения частиц суспензии в поровом пространстве ППМ была использована статистическая модель пористого тела [8], которая предполагает, что пористое тело состоит из набора цилиндрических звеньев различного диаметра (рисунок1).

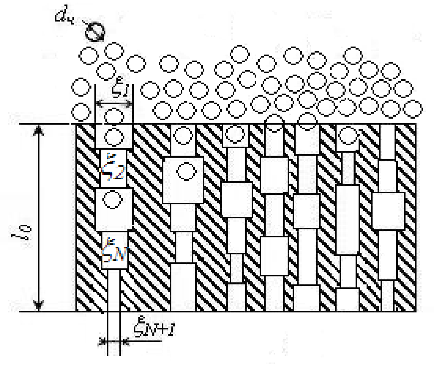


Рисунок 1. Статистическая модель пористого тела

При попадании в пористое тело, характеризующееся функцией распределения диаметра ξ цилиндрических звеньев $\Phi(\xi)$ общей длиной l_0 частица с диаметром $d_ч$ проникает в N по глубине звеньев, если $d_ч < \xi_1 \ldots \xi_N$, и осаждается в нем, когда $d_ч > \xi_{N+1}$. Тогда для функции распределения глубины проникновения частицы $Q(\sigma)$ получим уравнение Вольтера второго рода

$$Q(\sigma) = \int_0^\sigma \Phi_p(x)\left(1 - \mu_ч + \mu_ч Q(\sigma - x)\right)dx\,, \tag{1}$$

дающее решение, которое при $\sigma>0$ может быть аппроксимировано функцией

$$Q(\sigma) = 1 - \mu_ч^{\frac{\sigma}{l_0} - \frac{1}{2}}\,, \tag{2}$$

где σ – глубина проникновения частицы;

$\mu_ч=\mu(d_ч)$ – относительное число звеньев, имеющих диаметр больше диаметра частиц $d_ч$.

Дифференцируя последнее выражение по σ, получим выражение для концентрации задержанных частиц в зависимости от расстояния вглубь ППМ:

$$C(\sigma) = -n\frac{\ln\ \mu_ч}{l_0}\,\mu_ч^{\frac{\sigma}{l_0} - \frac{1}{2}}\,, \tag{3}$$

где n – число вошедших через единицу площади ППМ частиц.

Соответствующие графические зависимости для различных $d_ч$ показаны на рисунке 2.

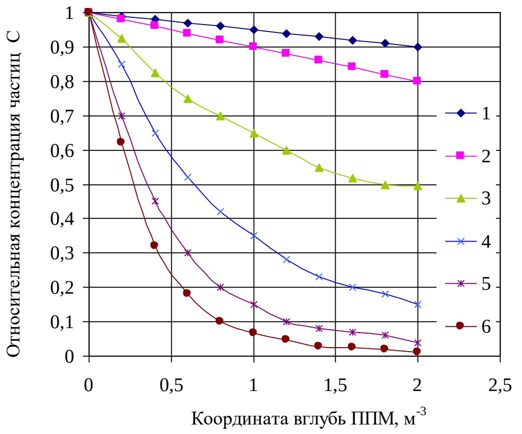
В связи с отмеченным выше наличием различных типов фильтрации, связь между количеством задержанных частиц и проницаемостью ППМ должна в каждом случае выводиться на основе эксперимента. Рассмотрим для примера случай с закупориванием поры одной частицей.

В рамках принятой модели пористого тела для расчета проницаемости ППМ воспользуемся законом Пуазейля, согласно которому проницаемость цилиндрического канала пропорциональна четвертой степени его диаметра. Для коэффициента проницаемости ППМ можно записать выражение:

$$k_0 = b\int_0^\infty \xi^4 \frac{d\mu}{d\xi} d\xi\,. \tag{4}$$

где b – численный коэффициент.

Учитывая чрезвычайную разветвленность порового пространства ППМ, сделаем предположение, что блокировка задержанной частицей отдельного звена не сказывается на течении суспензии в остальной части канала, т.е. что в свободную часть канала за блокированным звеном суспензия некоторым образом без сопротивления попадает из других каналов. Поскольку одна частица блокирует отдельное звено l_0, то в любом перпендикулярном потоку единичном по площади сечении ППМ на глубине σ блокировано $C(\sigma)N_0$ звеньев, имеющих диаметр от 0 до $d_ч$, где N_0 – общее число каналов на единицу площади.



1 – $d_ч$= 40 мкм; 2 – $d_ч$=50 мкм; 3 – $d_ч$= 60 мкм;
4 – $d_ч$=70 мкм; 5 – $d_ч$=80 мкм; 6 – $d_ч$= 100 мкм

Рисунок 2. Зависимость концентрации задержанных частиц *C* разных диаметров от координаты вглубь ППМ σ

Поскольку задержание частицы в звеньях разного диаметра в интервале от 0 до $d_ч$ равновероятно, а общее число звеньев в этом интервале равно $N_0(1-\mu_ч)$, то относительное число заблокированных звеньев с диаметром в любом интервале $\xi,...,\xi+d\xi$ равно:

$$\frac{C(\sigma)}{(1-\mu_ч)}. \tag{5}$$

Умножая эту величину на число звеньев с диаметром в интервале $\xi,...,\xi+d\xi$, равное $N_0 \frac{d\,\mu}{d\xi} d\xi$, получим число заблокированных на глубине σ звеньев с диаметром в интервале $\xi,...\xi+d\xi$:

$$dN_{\sigma,\xi} = \frac{C(\sigma)N_0}{1-\mu_ч}\frac{d\mu}{d\xi}d\xi\,. \tag{6}$$

Величина уменьшения коэффициента проницаемости на глубине σ составит:

$$\Delta k = \frac{bC(\sigma)}{1-\mu_ч}\int_0^{d_ч}\xi^4\frac{d\mu}{d\xi}d\xi\,. \tag{7}$$

Из уравнений (3), (4) и (7) получаем выражение для зависимости коэффициента проницаемости от глубины проникновения σ:

$$\frac{k(\sigma)}{k_0} = 1 + \frac{n\mu_ч^{\frac{\sigma}{l_0}-\frac{1}{2}} \ln \mu_ч}{(1-\mu_ч)} \cdot \frac{\int_0^{d_ч} \xi^4 \frac{d\mu}{d\xi} d\xi}{\int_0^{\infty} \xi^4 \frac{d\mu}{d\xi} d\xi} \quad (8)$$

Таким образом, на основе модельных представлений пористого тела проведены теоретические исследования процесса кольматации пор разного размера при фильтрации суспензий с частицами одного размера. Однако разработанная теория пригодна для описания процесса на начальном этапе, когда пораспределение материала и проницаемость можно считать неизменными. С течением процесса фильтрации и увеличением числа задержанных частиц происходит постепенное изменение порораспредения, причем последнее становится неоднородным вдоль потока суспензии, уменьшается коэффициент проницаемости, что, в свою очередь, влияет на изменение концентрации частиц.

Поэтому рассмотрим особенности процесса тангенциальной фильтрации для суспензий, характеризующихся некоторым разбросом частиц загрязнений по диаметру с учетом изменения во времени и взаимовлияния порораспределения, коэффициента проницаемости и концентрации частиц, а также возникающей неоднородности порораспределения вдоль направления потока.

Наиболее простой случай распределения частиц суспензии по размерам – наличие частиц с двумя разными значениями диаметров G_1 и G_2 (для определенности $G_1<G_2$).

При не слишком высоких значениях концентрации частиц твердой фазы в суспензии движение и взаимодействие частиц разного диаметра с ППМ можно считать независимыми друг от друга. Тогда, согласно выражению (3), концентрации частиц разного диаметра равны:

$$C(\sigma) = -n_1 \frac{\ln \mu_i}{l_0} \mu_i^{\frac{\sigma}{l_0}-\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

где i=1,2;

$\mu_i = \mu(G_i)$.

Суммарная концентрация равна:

$$C(\sigma) = C_1(\sigma) + C_2(\sigma). \quad (10)$$

Учитывая чрезвычайную разветвленность порового пространства ППМ, по–прежнему предполагаем, что блокировка задержанной частицей отдельного звена не сказывается на течении суспензии в остальной части канала, т.е. в свободную часть канала за блокированным звеном суспензия некоторым образом без сопротивления попадает из других каналов. Поскольку одна частица блокирует отдельное звено длиной l_0, то на любой перпендикулярной потоку единичном по площади глубине ППМ (σ) блокировано $C_1(\sigma)l_0$ звеньев, имеющих диаметр в интервале от G_1 до G_2. Поскольку задерживание частиц в звеньях разного диаметра в интервале от 0 до G_1 равновероятно, а общее число звеньев в этом интервале равно $N_0(1-G_1)$, то относительное число заблокированных звеньев с диаметром в любом интервале ($\xi, ..., \xi+d\xi$) равно:

$$\frac{C(\sigma)}{(1-\mu_1)}. \quad (11)$$

Умножая это величину на число звеньев с диаметром в интервале $(\xi,...,\xi+d\xi)$, равное $N_0 \frac{d\mu}{d\xi} d\xi$, получаем число заблокированных на глубине σ звеньев в интервале $(\xi,...,\xi+d\xi)$, где ξ изменяется от 0 до G_1:

$$dN_1 = -\frac{C(\sigma)l_0}{1-\mu}\frac{d\mu}{d\xi}d\xi\,. \tag{12}$$

Поскольку в звеньях с диаметром в интервале $G_1<\xi<G_2$ задерживаются только частицы с диаметром G_2, то относительное число заблокированных звеньев с диаметром в указанном интервале равно:

$$\frac{C_2(\sigma)l_0}{N_0(\mu_1-\mu_2)}, \tag{13}$$

т.к. общее число звеньев в этом интервале равно $N_0(\mu_1-\mu_2)$.

Для числа заблокированных на глубине (σ) звеньев с диаметром $(\xi,...,\xi+d\xi)$, где $G_1<\xi<G_2$ получим выражение:

$$dN_2 = -\frac{C_2(\sigma)l_0}{N_0(\mu_1-\mu_2)}\frac{d\mu}{d\xi}d\xi\ . \tag{14}$$

Таким образом, уменьшение коэффициента проницаемости на глубине (σ) составляет:

$$\Delta k = -bl_0\left(\frac{C(\sigma)l_0}{1-\mu_1}\int_0^{G_1}\xi^4\frac{d\mu}{d\xi} + \frac{C_2(\sigma)}{\mu_1-\mu_2}\int_{G_1}^{G_2}\xi^4\frac{d\mu}{d\xi}d\xi\right). \tag{15}$$

Из уравнений (4), (8), (14) получим выражение для расчета коэффициента проницаемости от глубины проникновения частиц σ:

$$\frac{k(\sigma)}{k_0} = 1 - \frac{\frac{A+B}{1-\mu_1}\int_0^{G_1}\xi^4\frac{d\mu}{d\xi}d\xi + \frac{B}{\mu_1-\mu_2}\int_{G_1}^{G_2}\xi^4\frac{d\mu}{d\xi}d\xi}{N_0\int_0 \xi^4\frac{d\mu}{d\xi}d\xi}, \tag{16}$$

где $A = n_1 \ln \mu_1 \mu_1^{\frac{\sigma}{l_0}-\frac{1}{2}}$; $\quad B = n_2 \ln \mu_2 \mu_2^{\frac{\sigma}{l_0}-\frac{1}{2}}$.

В общем случае распределение частиц суспензии по размерам произвольно и характеризуется плотностью распределения $g(\delta)$. Физический смысл функции $g(\delta)$ состоит в том, что из n частиц суспензии диаметр в интервале $\delta, ..., \delta+d\delta$ имеет число частиц dn_δ, равное

$$dn_\delta = n\, g(\delta)d\delta. \tag{17}$$

Концентрация частиц с диаметром в интервале $\delta, \dots, \delta+d\delta$, задержанных на глубине σ равна:

$$dC_\delta(\sigma) = n\frac{\ln \mu_\delta}{l_0} \cdot \mu_\delta^{\frac{\sigma}{l_0}-\frac{1}{2}} g(\delta) d\delta\,, \tag{18}$$

где $\mu_\delta = \mu(\delta)$, а μ – по-прежнему характеризует распределение пор ППМ по размерам.

По аналогии с выражением (15) для уменьшения коэффициента проницаемости ППМ, обусловленного блокировкой пор в интервале $\delta, \dots, \delta+d\delta$ запишем при $\delta > \delta_{min}$:

$$dk(\sigma) = -bl_0\left(\frac{dC_\delta(\sigma)}{d\mu}\int_\delta^{\delta+d\delta} \xi^4 \frac{d\mu}{d\xi}\right) = -bl_0\frac{dC_\delta(\sigma)}{d\mu}\delta^4\frac{d\mu}{d\delta}d\delta = -bl_0\frac{dC_\delta(\sigma)}{d\delta}\delta^4 d\delta\,. \tag{19}$$

Общее уменьшение коэффициента проницаемости на глубине σ обусловлено двумя составляющими:

$$\Delta k(\sigma) = \Delta k_1(\sigma) + \Delta k_2(\sigma), \tag{20}$$

где $\Delta k_1(\sigma)$ – член, обусловленный блокировкой пор с диаметром $\xi < \delta_{min}$, вычисляемый из общей концентрации задержанных частиц $C(\sigma)$:

$$C(\sigma) = \int_{\delta_{\min}}^{\delta_{\max}} dC_\delta(\sigma) = \frac{n}{l_0}\int_{\delta_{\min}}^{\delta_{\max}} \ln \mu_\delta \mu_\delta^{\frac{\sigma}{l_0}-\frac{1}{2}} g(\delta) d\delta\,; \tag{21}$$

$$\Delta k_1(\sigma) = \frac{b_n}{1-\mu_{\delta_{\min}}}\int_{\delta_{\min}}^{\delta_{\max}} \ln \mu_\delta \mu_\delta^{\frac{\sigma}{l_0}-\frac{1}{2}} g(\delta) d\delta \int_0^{\delta_{\min}} \xi^4 \frac{d\mu}{d\xi} d\xi\,. \tag{22}$$

Второй член $\Delta k_2(\sigma)$ – член, обусловленный блокировкой отдельных пор:

$$\Delta k_2(\sigma) = \int_{\delta_{\min}}^{\delta_{\max}} dk(\sigma) = -nb\int_{\delta_{\min}}^{\delta_{\max}} \ln \mu_\delta \mu_\delta^{\frac{\sigma}{l_0}-\frac{1}{2}} g(\delta)\delta^4 d\delta\,. \tag{23}$$

Из выражений (20), (22), (23) получим:

$$\Delta k(\sigma) = b_n \int_{\delta_{\min}}^{\delta_{\max}} \ln \mu_\delta \mu_\delta^{\frac{\sigma}{l_0}-\frac{1}{2}} g(\delta)\left(\frac{\int_0^{\delta_{\min}} \xi^4 \frac{d\mu}{d\xi} d\xi}{1-\mu_{\delta_{\min}}} - \delta^4\right) d\delta\,. \tag{24}$$

Выражение для зависимости коэффициента проницаемости от глубины (σ) получим из выражений (4) и (24):

$$\frac{k(\sigma)}{k_0}=1-\frac{n\int\limits_{\delta_{\min}}^{\delta_{\max}}\ln\mu_\delta\mu_\delta^{\frac{\sigma}{l_0}-\frac{1}{2}}g(\delta)\left(\frac{\int\limits_0^{\delta_{\min}}\xi^4\frac{d\mu}{d\xi}d\xi}{1-\mu_{\delta_{\min}}}-\delta^4\right)d\delta}{N_0\int\limits_0^{\infty}\xi^4\frac{d\mu}{d\xi}d\xi}. \qquad (25)$$

Таким образом, выражения (17), (21), (25) дают полную картину изменения поровой структуры и свойств фильтрующего ППМ на начальном этапе процесса кольматации с учетом распределения частиц суспензии по размерам.

Литература

1. Ерошенко, В.М. Гидродинамика и тепло-массообмен на проницаемых поверхностях/ В.М. Ерошенко, Л.И. Зайчик. – Москва: Наука, 1984. – 274 с.
2. Жужиков, В.А. Фильтрование/ В.А. Жужиков. – Москва: Химия, 1980. – 400 с.
3. Жевноватый, А.Ю. Основы фильтрации суспензий с образованием осадка// Журнал прикладной химии. –1973. –N 48. – С.334–338.
4. Henry, J.D. Cross Flow Filtration// Recent Developments in Separation Science. J.D/. Henry. – New-York: CRC Press, 1980. – 312 p.
5. Rushton, A. Shear Effects in Cake Formation Mechanisms/ A. Rushton M. Hosseini// Filtration & Separation 16. –1979. – N5. – P.458–459.
6. Bagdasarian, A. High-Pressure, Thin-Cake. Stage of Filtration/ A. Bagdasarian, F.M. Tiller, J. Donovan// Filtration & Separation 14. –1977. – N5. –P.455–460.
7. Feet–Fluessig–Trennung/ hrsg. W.Stahl, 10 Auflage: TU Karlsruhe, 1989. – 849 S.
8. Маркин, В.С. О свойствах межфазной границы в одной модели пористого тела/ В.С. Маркин// Известия АН СССР. ОХН. – 1963. – N 9. –С.1690 –1692.

MODELING OF THE PROCESS OF COLMATATION OF DISPERSED PARTICLES IN POROUS PERMEABLE MATERIALS

M.V. TUMILOVICH
Head of the Department for the Training of Scientific Personnel of Higher Qualification of BSUIR, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor

L.P. PILINEVICH
Professor of Engineering Psychology and Ergonomics BSUIR, Doctor of Technical Sciences, Professor, holder of the Francis Skaryna Medal

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, P. Brovka, 6, Minsk, 220013, Belarus
E-mail: tumilovich@bsuir.by

Abstract. Theoretical modeling of the process of clogging (sedimentation) of dispersed particles from the filtered suspension flow in porous permeable materials (MRP) during tangential filtration was carried out. Mathematical expressions have been obtained that allow calculating changes in the structure and properties of the filtering media at the initial stage of the mudding process, taking into account the size distribution of particles of the filtered suspension.

Keywords: Purification, tangential filtration, sedimentation, mudding, dispersed particles, suspension, modeling, pore structure.