

РАЗЛОЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ В БАЗИСЕ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПОЛИНОМОВ ЧЕБЫШЕВА

Побудей П.П.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Власова Г.А. – к.т.н., доцент кафедры защиты информации

Данная работа содержит исследование свойств ортогональных полиномов, а именно полиномов Чебышева, а также разложение некоторых математических функций в базисе данных полиномов.

Для изучения свойств ортогональных полиномов и математических функций, их визуализации (рисунок 1), а также исследования разложения некоторых математических функций в базисе данных полиномов была создана программа на языке JavaScript.

В работе рассматривались следующие ортогональные полиномы:

Полиномы Чебышева (1, 2 рода) [1,2]:

$$T_n(x) = \frac{(x + \sqrt{x^2 - 1})^n + (x - \sqrt{x^2 - 1})^n}{2} - \text{полином Чебышева 1 рода;}$$

$$U_n(x) = \frac{(x + \sqrt{x^2 - 1})^{n+1} - (x - \sqrt{x^2 - 1})^{n+1}}{2\sqrt{x^2 - 1}} - \text{полином Чебышева 2 рода;}$$



Рисунок 1 – Визуализация на примере полинома Чебышева 1 рода.

При разложении функций в базисе полиномов Чебышева для расчета спектральных составляющих использовалось следующее выражение [1]:

$$c_n = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{f(x) T_n(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

Функция $\sin(10x)$ и ее разложение в базисе полинома Чебышева 1 рода приведены на рисунках 2 и 3.

Введите функцию:

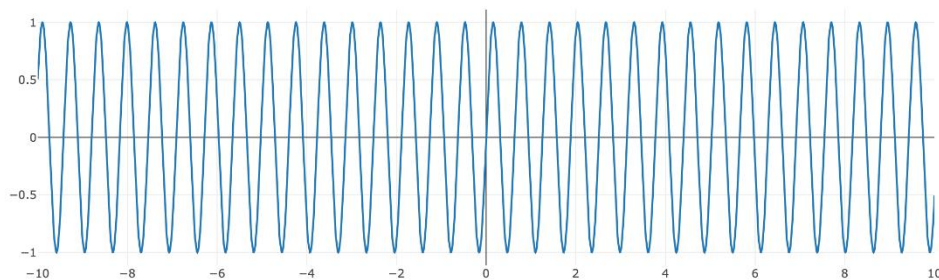


Рисунок 2 – Функция $\sin(10x)$

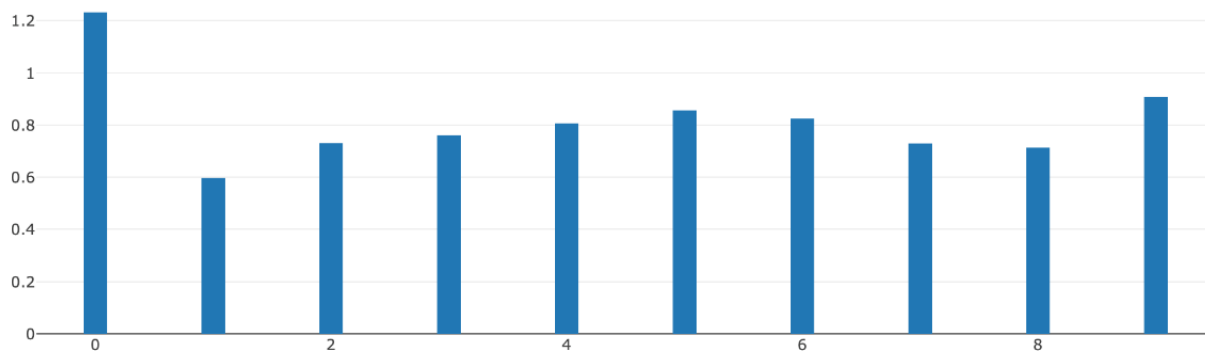


Рисунок 3 – Разложение функции $\sin(10x)$ в базисе полинома Чебышева 1 рода.

Программа предоставляет возможность разложения различных математических функций, например, $\sin(x)/x$, и функции $\sin(10x)/(10x)$ (рисунок 4, 5).

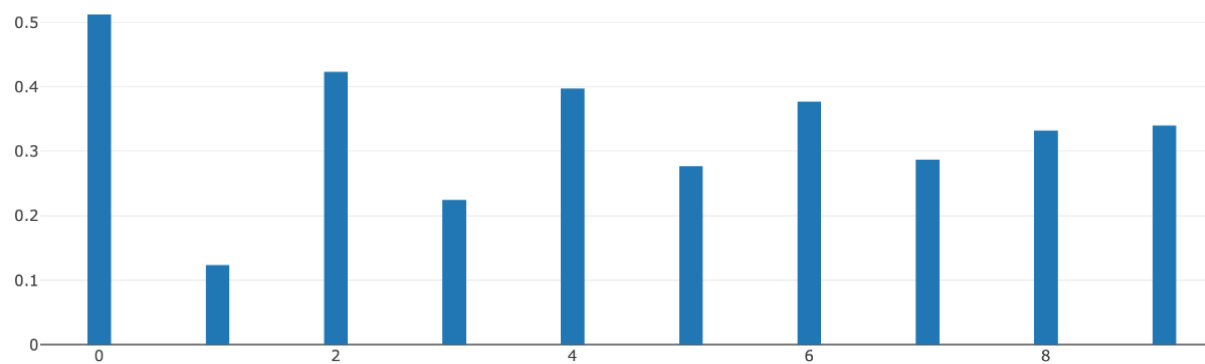


Рисунок 4 – Разложение функции $\sin(x)/x$ в базисе полинома Чебышева 1 рода.

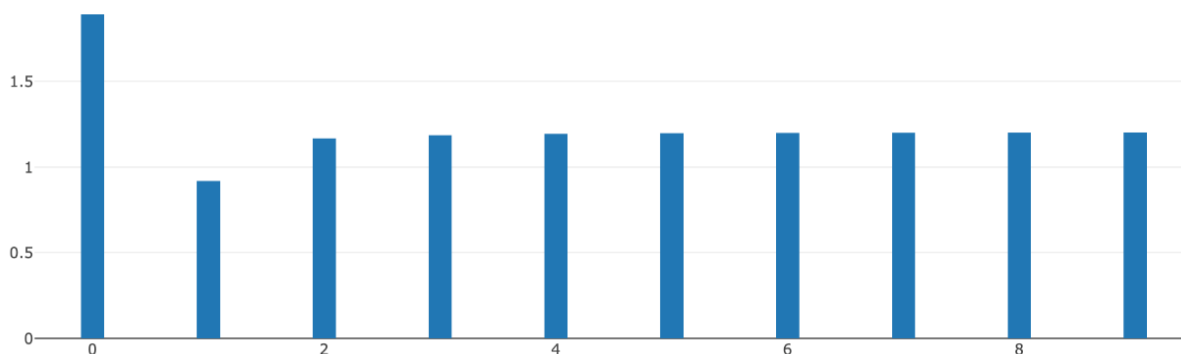


Рисунок 5 – Разложение функции $\sin(10x)/10x$ в базисе полинома Чебышева 1 рода.

Сравнение спектров рассмотренных функций показывает, что при увеличении аргумента функции происходит увеличение значений составляющих, а также наблюдается балансировка по значениям.

Список использованных источников:

12. И.С. Гоноровский: Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986 г. – 512 с.
13. Chebyshev Polynomials [Электронный ресурс]. – Электронные данные. – Режим доступа: <https://www.johndcook.com/ChebyshevPolynomials.pdf>