К. О. Чистова

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЦЕПЕЙ МАРКОВА ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПОГОДЫ

В настоящее время цепи Маркова широко используются при гидрометеорологических исследованиях. В данной работе я использую цепь Маркова первого порядка для прогнозирования вероятностей состояний погоды на апрель.

Введение

Смену состояний погоды можно рассматривать как Марковский процесс, т.к. состояния являются случайными (все процессы, имеющие развитие во времени, являются стохастическими), но в них существует влияние предыдущих состояний на последующие. Имеется дискретное количество состояний погоды в зависимости от наличия, отсутствия осадков и степени облачности: облачно, малооблачно, пасмурно, солнечно, идёт дождь, идёт град, идёт гроза.

I. Фундаментальная матрица

На основании данных из дневника погоды[1] для апреля за последние десять лет была получена квадратная матрица вероятностей переходов P (см.рис.1).

сегодня / завтра	*облачно*	*солнечно*	*дождь*	⋯
облачно	0,2405063	0,07594936	0,2278481	⋯
солнечно	0,1538462	0,2307692	0,1153846	⋯
дождь	0,1909091	0,05454545	0,4454545	⋯
⋮	⋮	⋮	⋮	⋱

Рис. 1 – Матрица переходов

При степени n, стремящейся к бесконечности, матрица в данной степени, умноженная на матрицу P, останется равной матрице P^n, т.е. $P^n * P = P^n = A$, где A – предельное состояние матрицы переходов вероятностей. В матрице A все элементы в каждом столбце будут равняться между собой с заданной точностью (см.рис.2).

сегодня / завтра	*облачно*	*солнечно*	*дождь*	⋯
облачно	0,2444214	0,06262714	0,3212982	⋯
солнечно	0,2444217	0,06262727	0,3212971	⋯
дождь	0,2444212	0,06262708	0,3212985	⋯
⋮	⋮	⋮	⋮	⋱

Рис. 2 – Фундаментальная матрица

Предельная матрица A была получена на 12-й итерации, что означает: на 12-ый день и последующие дни состояние погоды будет не будет зависеть от состояния системы в предыдущие дни при заданной точности равной 0,0001. Строки предельной матрицы равны между собой и представляют собой вектор предельных вероятностей a. Элемент a_j равняется вероятности появления состояния j в апреле.

II. Среднее время достижения

Важной характеристикой является продолжительность времени, затраченного на прохождения из состояния i в состояние j, т.е. так называемое время первого достижения. Матрица средних времен достижения определяется по формуле $M = (J - Z + E * Zd)^{-1}$, где E – матрица, все элементы которой равны единице, Z_d – диагональная матрица, образованная из матрицы A, D – диагональная матрица, у которой элемент $d_{jj} = 1/a_j$, J – единичная матрица, Z определеяется по формуле $Z = (J - P + A)^{-1}$ (см.рис.3).

сегодня / завтра	*облачно*	*солнечно*	*дождь*	⋯
облачно	4,0913378	20,086332	4,0512287	⋯
солнечно	4,3437302	15,967661	4,9481284	⋯
дождь	4,4391802	20,528952	3,1123874	⋯
⋮	⋮	⋮	⋮	⋱

Рис. 3 – Матрица средних времен достижения

Для независимых событий выполняется равенство $M = E * D$. Для событий, рассматриваемых в данном работе, равенство не выполняется, что подтверждает наличие зависимости между состояниями[2].

III. Выводы

Время совершения перехода к погодному состоянию может быть определено только с некоторой долей вероятности, однако цепи Маркова высших порядков дают хороший результат.

Список литературы

1. Дневник погоды [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://rp5.by/Дневник-погоды-в-Минске.– Дата доступа: 15.03.2019.
2. Применение теории однородных марковских цепей для прогнозирования сроков наступления событий [Электроннный ресурс]. – Режим доступа :https://pandia.ru/text/78/165/56375.php. – Дата доступа : 22.04.2019.

Научный руководитель: Гуринович Алевтина Борисовна, кандидат физико-математических наук наук, доцент, gurinovich@bsuir.by.