

УДК 621.396.67

## ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДИРЕКТОРНОЙ АНТЕННЫ МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С СОКРАЩЕНИЕМ ЧИСЛА СЕГМЕНТОВ РАЗБИЕНИЯ ПАССИВНЫХ ПРОВОДНИКОВ

Ю.Н. ЕГОРОВ

*Военная академия Республики Беларусь, Республика Беларусь*

*Поступила в редакцию 4 мая 2019*

**Аннотация.** Выполнено решение тестовой задачи численного электродинамического анализа директорной антенны с использованием математической модели, разработанной на основе интегрального уравнения Поклингтона и метода Крылова–Боголюбова с сокращением числа сегментов разбиения пассивных проводников. Полученные результаты демонстрируют высокую эффективность предложенной модели, обусловленную сочетанием высокой точности решения и экономии вычислительных ресурсов.

*Ключевые слова:* проволочная антенна, директорная антенна, численный метод.

**Abstract.** It has been solved the problem task for the numerical electrodynamic analysis of a Yagi-antenna using a mathematical model developed with the Poklington integral equation and the Krylov–Bogolyubov method with a reduction in the number of partitioning segments of passive conductors. The obtained results demonstrate the high efficiency of the proposed model, due to the combination of high accuracy solutions and saving computational resources.

*Keywords:* wire antenna, director antenna, numerical method.

**Doklady BGUIR. 2019, Vol. 123, No. 5, pp. 94-100**

**Electrodynamic analysis of the director antenna by the method of integral equations  
with a reduction in the number of partitioning segments of passive conductors**

**Yu.N. Egorov**

**DOI: <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2019-123-5-94-100>**

### Введение

Важной задачей электродинамики является разработка и совершенствование эффективных методов анализа антенн, обеспечивающих сочетание универсальности по отношению к геометрии излучателя, высокой точности решения и быстродействия процесса моделирования. В этой связи широкое практическое применение находит метод интегральных уравнений (ИУ) [1]. Так, в частности, в работах [2–5] предложена новая методика построения математической модели проволочных антенн на основе ИУ Поклингтона и метода Крылова–Боголюбова с сокращением числа сегментов разбиения пассивных проводников. Эффективность методики успешно подтверждена решением тестовых задач для линейного симметричного вибратора и двухэлементного проволочного излучателя, в связи с чем практический интерес для дальнейшего обобщения представляет изучение ее применимости к более сложным конструкциям проволочных антенн.

Цель данной работы – апробация изложенной в [2–5] методики численного моделирования на примере тестовой задачи электродинамического анализа директорной антенны.

## Конструкция и основные радиотехнические параметры антенной системы

В качестве объекта исследования рассмотрена семиэлементная директорная антенна DL6WU для двухметрового любительского диапазона (144–146 МГц) [6]. Устройство антенны представлено на рис. 1. Ее пассивные элементы (рефлектор и директоры) выполнены из проводника диаметром  $2r_0 = 4$  мм. Активным элементом служит линейный вибратор диаметром  $2r_0 = 12$  мм.

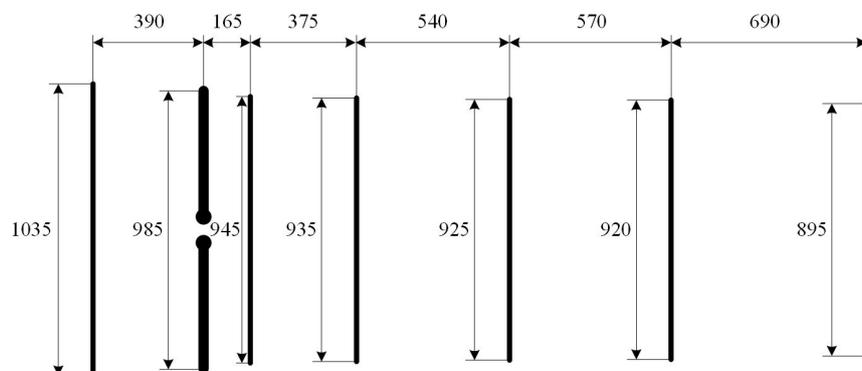


Рис. 1. Устройство семиэлементной директорной антенны DL6WU

Согласно исходным данным антенна имеет следующие электрические параметры: входное сопротивление в рабочем диапазоне частот 50–75 Ом; коэффициент усиления 10,2 дБд; отношение уровней прямого излучения к обратному 16 дБ; ширина ДН в  $E$ -плоскости  $44^\circ$ ; ширина ДН в  $H$ -плоскости  $51^\circ$ .

Конструкция антенны предусматривает крепление без изоляции всех ее пассивных элементов в сквозных отверстиях металлической траверсы квадратного сечения  $15 \times 15$  мм. Известно [6–8], что подобный монтаж укорачивает эффективную длину проводников, изменяя их реактивность. По этой причине в геометрии математических моделей учтена поправка к длине пассивных элементов, позволяющая выполнять электродинамический расчет антенны без учета влияния траверсы. Величина поправки определена примерно на основе рекомендаций, изложенных в [6–8], и составляет минус 3,2 мм.

Активный элемент антенны монтируется под траверсой на расстоянии 15 мм от ее оси и крепится через изоляционную прокладку. Благодаря отсутствию гальванического соединения и удалению, равному размеру поперечного сечения траверсы, ее влияние на эффективную длину вибратора значительно ослабевает, полагается пренебрежимо малым [6–8] и поэтому в геометрии моделей не учитывается.

### Математическая модель антенны

Математическая модель исследуемой антенны, как указано во введении, основана на ИУ Поклингтона и методе Крылова-Боголюбова, а методика ее реализации подробно изложена в работах [2–5]. В алгоритмах моделирования учтена зеркальная симметрия излучающей системы [1] относительно ее магнитной плоскости, что позволило вдвое сократить размерность системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и, соответственно, существенно снизить вычислительные затраты. Первичное поле в зазоре возбуждения активного проводника задано с помощью модели  $\delta$ -генератора, как и в работах [3–5] при исследовании линейного симметричного вибратора и двухэлементного проволочного излучателя.

Расчет характеристик и параметров антенны выполнен с помощью трех сегментных моделей:

1. *Базовая модель* с длиной сегментов  $\Delta L = \Delta L_\mu \approx 1,37r_0$  на всех проводниках, отвечающая интервалу сходимости решения по усредненному в диапазоне частот нормированному числу обусловленности СЛАУ [4–5];

2. *Оптимизированная модель* с длиной сегментов  $\Delta L_1 \approx 1,37r_0$  на активном излучателе

и  $\Delta L_2 \approx opt$  на рефлекторе и директорах, отвечающая интервалу сходимости решения по усредненному в диапазоне частот нормированному числу обусловленности СЛАУ с сокращением числа сегментов на пассивных элементах [5];

3. Типовая модель с длиной сегментов  $\Delta L \approx 3,5r_0$ , отвечающая интервалу сходимости решения по составляющим входного сопротивления [3–5].

Дополнительная верификация проведена с помощью программы MMANA с исходными параметрами автосегментации [9].

Исследование оптимизированной модели показали, что опубликованная автором в работе [5] методика аналитического расчета оптимальных длин сегментов пассивных проводников излучателя ( $\Delta L'_{opt}$ ) является неточной, в связи с чем выполнена ее доработка.

Уточненные данные определения  $\Delta L'_{opt}$ , полученные при различных соотношениях длины пассивного проводника и его радиуса ( $L/r_0 = 50 \dots 4000$ ) по критерию наименьшей погрешности решения, представлены на рис. 2 в виде обозначенных маркерами дискретных отсчетов. В целом отмечается плавное увеличение оптимальной длины сегментов на интервале  $L/r_0 = 50 \dots 1500$ , после которого (при  $L/r_0 > 1500$ ) величина  $\Delta L'_{opt}$  практически не изменяется по отношению к радиусу провода и примерно составляет  $7,323r_0$ . При этом наличие или отсутствие учета симметрии электродинамической системы не имеет влияния на полученный результат.

Регрессия дискретных значений  $\Delta L'_{opt}$  выполнена на интервале их изменения  $L/r_0 = [50; 1500]$  с помощью полинома 7-й степени:

$$\frac{\Delta L'_{opt}}{r_0} \left( \frac{L}{r_0} \right) = \sum_{i=0}^7 C_i \cdot \left( \frac{L}{r_0} 10^{-3} \right)^i, \quad (1)$$

где  $C_0 = 4,30326$ ;  $C_1 = 20,31864$ ;  $C_2 = -75,29788$ ;  $C_3 = 154,77048$ ;  $C_4 = -180,88785$ ;  $C_5 = 119,77222$ ;  $C_6 = -41,79013$ ;  $C_7 = 5,96072$ .

График полученной полиномиальной функции (1) в области ее определения представлен на рис. 2 в виде сплошной кривой.

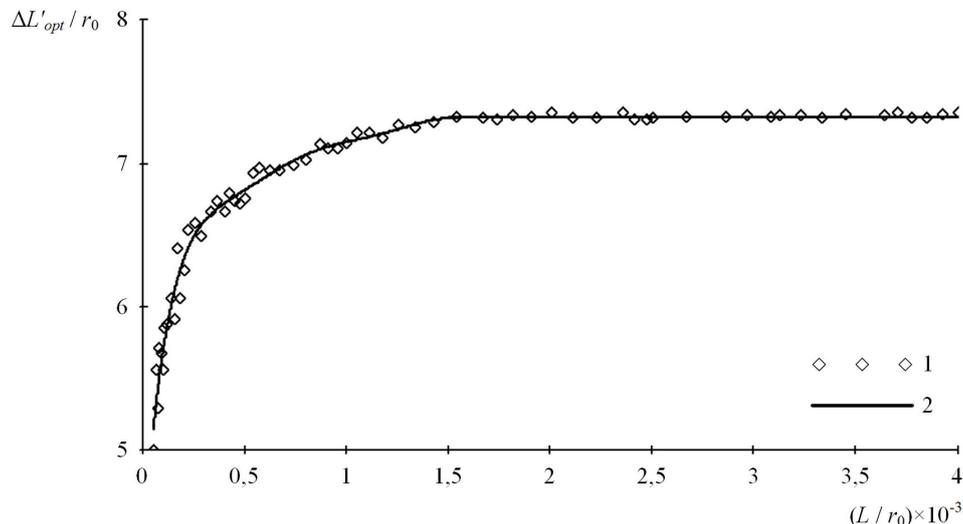


Рис. 2. Оптимальная длина сегментов пассивного проводника (1 – дискретные значения; 2 – регрессия)

Количественная оценка сокращения числа сегментов на пассивном проводнике выполнена в виде

$$\frac{N'_\mu}{N'_{opt}} = \frac{\Delta L'_{opt} \left( \frac{L}{r_0} \right)}{\Delta L_\mu}, \quad (2)$$

где  $N'_\mu = L/\Delta L_\mu$  – количество сегментов при исходной длине всех сегментов, взятой на усредненном интервале сходимости усредненного нормированного числа обусловленности СЛАУ;  $N'_{opt} = L/\Delta L'_{opt}$  – количество сегментов при оптимальной сегментации.

Данные оценки (2), полученные на интервале значений  $L/r_0 = [50;1500]$  при  $\Delta L_\mu = 1,37r_0$ , показывают, что применение оптимальной сегментации позволяет сократить число сегментов на пассивном проводнике примерно в 3,8 раза при  $L/r_0 = 50$  и в 5,3 раза при  $L/r_0 \geq 1500$ . При этом обеспечивается практически полное повторение результатов решения, полученных на усредненном интервале сходимости по обусловленности СЛАУ.

### Анализ результатов моделирования

Результаты моделирования представлены на рис. 3, 4 и в табл. 1. Их анализ однозначно показывает, что преимущество в точности решения имеет базовая модель, использующая критерий сходимости по числу обусловленности СЛАУ. Это подтверждается хорошим сходством полученных с ее помощью характеристик и параметров с исходными данными тестовой задачи, а также с результатами моделирования в программе MMANA.

Таблица 1. Результаты моделирования семиэлементной директорной антенны DL6WU на частоте 144 МГц и в диапазоне частот 144–146 МГц

Параметр	Математическая модель				
	базовая ( $\Delta L/r_0 \approx 1,37$ )	оптимизированная ( $\Delta L/r_0 \approx opt$ )	типовая ( $\Delta L/r_0 \approx 3,5$ )	MMANA	
Входное сопротивление ( $R_{вх} + iX_{вх}$ ), Ом	59,71+12,48i	60,12+13,66i	42,75–5,69i	59,71+10,07i	
Максимальный КНД ( $D_m$ ), дБд	10,11	10,12	9,52	10,16	
Отношение уровней излучения вперед/назад ( $F/B$ ), дБ	15,63	15,55	21,33	15,26	
Ширина ДН в $E$ -плоскости ( $2\theta_{0,5E}$ ), градус	44,8	44,8	47,5	44,7	
Ширина ДН в $H$ -плоскости ( $2\theta_{0,5H}$ ), градус	52,7	52,6	57,1	52,4	
Количество сегментов (* – с учетом симметрии)	1088*	268*	426*	277	
Среднее (между максимальным и минимальным) значение $R_{вх}$ в рабочем диапазоне частот ( $R_{cp}$ ), Ом	66,1	67,1	49,4	64,7	
Относительная погрешность расчета, %	$R_{cp}$	5,8	7,4	21	3,5
	$D_m$	2	1,8	14,5	0,9
	$F/B$	8,2	9,8	241,2	15,7
	$2\theta_{0,5E}$	1,8	1,8	8	1,6
	$2\theta_{0,5H}$	3,3	3,1	12	2,7

Типовая модель, использующая критерий сходимости по составляющим входного сопротивления, характеризуется большой погрешностью расчета всех оцениваемых параметров и сильно уступает в точности базовой модели: в 3,6 раза по среднему значению входного сопротивления в рабочем диапазоне частот, в 7,3 раза по максимальному КНД, примерно в 4 раза по ширине ДН в главных плоскостях и практически в 27 раз по значению отношения уровней излучения вперед/назад.

Оптимизация (увеличение) длины сегментов на пассивных проводниках позволяет сократить общую размерность решаемой задачи на 75 %, однако, в то же время приводит

к изменению решения, что хорошо видно по частотным характеристикам входного сопротивления (рис. 4). Причина этому явлению раскрыта в работе [5] на примере двухэлементного проволочного излучателя и обусловлена объективной невозможностью точного соблюдения требуемых параметров сегментации проводников конечного радиуса. При этом возможная степень несоответствия решения возрастает по мере увеличения радиуса пассивного проводника и сближения с активным элементом.

Исходя из вышесказанного, можно предположить, что наибольший вклад в изменение решения оптимизированной модели вносит ошибка сегментации первого директора, расположенного ближе остальных проводников к активному вибратору. На этом элементе величина  $\Delta L''_{opt}$ , согласно (1), должна быть равна  $6,789r_0$ , но ее ближайшее возможное значение в сегментной модели, учитывающей симметрию, составляет  $6,727r_0$  и реализуется разбиением одного плеча на 35 одинаковых отрезков. В результате реальная длина сегментов отличается от оптимальной примерно на 0,9 %.

Если же исключить из математической модели учет симметрии для первого директора, то разницу между требуемой и реальной длинами его сегментов можно сократить практически вдвое. В этом случае проводник полной длины разбивается на 69 одинаковых отрезков, длина которых составляет  $6,825r_0$  и отличается от оптимальной примерно на 0,5 %.

Результат уменьшения ошибки сегментации первого директора наглядно продемонстрирован на рис. 5 с помощью частотных характеристик составляющих входного сопротивления антенны. Видно, что качество решения в этом случае значительно улучшается, обеспечивая хорошее сходство с характеристиками базовой модели. При этом коэффициент сокращения размерности СЛАУ снижается незначительно и составляет 72 %.

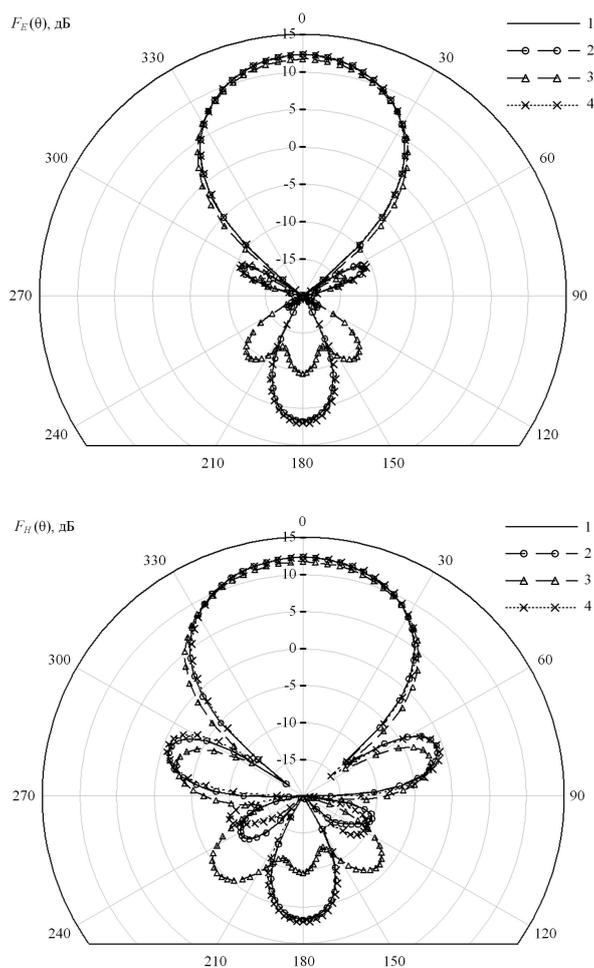


Рис. 3. Плоскостные диаграммы направленности семиэлементной директорной антенны DL6WU  
 (1 – базовая модель ( $\Delta L/r_0 \approx 1,37$ ); 2 – оптимизированная модель ( $\Delta L_1/r_0 \approx 1,37$ ,  $\Delta L_2/r_0 \approx opt$ );  
 3 – типовая модель ( $\Delta L/r_0 \approx 3,5$ ); 4 – MMANA)

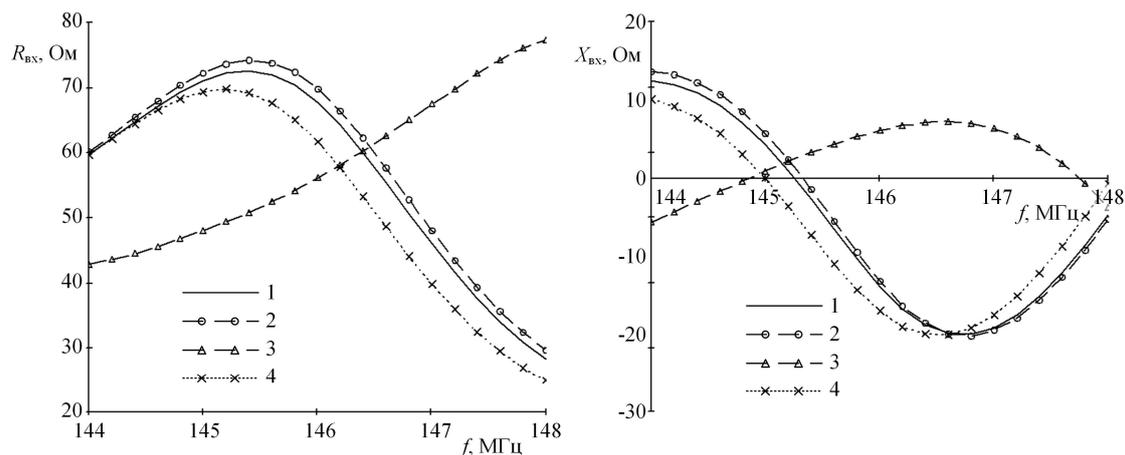


Рис. 4. Частотные характеристики входного сопротивления семиэлементной директорной антенны DL6WU: 1 – базовая модель ( $\Delta L/r_0 \approx 1,37$ ); 2 – оптимизированная модель ( $\Delta L_1/r_0 \approx 1,37$ ,  $\Delta L_2/r_0 \approx opt$ ); 3 – типовая модель ( $\Delta L/r_0 \approx 3,5$ ); 4 – MMANA

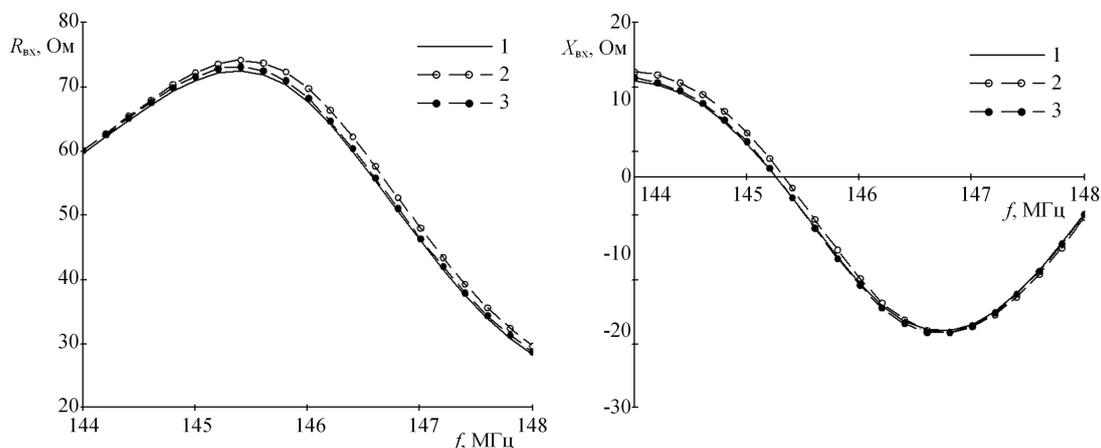


Рис. 5. Частотные характеристики входного сопротивления семиэлементной директорной антенны DL6WU: 1 – базовая модель; 2 – оптимизированная модель; 3 – оптимизированная модель с уменьшенной ошибкой сегментации первого директора

Расширенный анализ типовой математической модели показывает, что выявленные отличия результатов ее решения от тестовых фактически заключаются в смещении расчетных характеристик антенн в область более высоких частот. Так, из рис. 4 видно, что резонансная частота типовой модели превышает резонансную частоту базовой модели примерно на 2,4 МГц. Если учесть это в типовой модели как поправку и выполнить расчет на частоте 146,4 МГц, то его результаты получаются близкими к тестовым и имеют следующие значения: входное сопротивление  $60,3 + 7,1i$  Ом; коэффициент усиления 10,12 дБд; отношение уровней прямого излучения к обратному 16,8 дБ; ширина ДН в  $E$ -плоскости  $44,8^\circ$ ; ширина ДН в  $H$ -плоскости  $52,6^\circ$ .

### Заключение

Рассмотренный пример электродинамического анализа семиэлементной директорной антенны наглядно демонстрирует преимущества оптимизированной математической модели, основанной на методике, изложенной в [2–5]. Используемый в ней критерий устойчивости решения по максимуму усредненного в диапазоне частот числа обусловленности СЛАУ обеспечивает высокую достоверность результатов численного моделирования и более чем в 3 раза повышает точность расчета основных радиотехнических параметров исследуемой антенны в сравнении с критерием сходимости решения по составляющим входного сопротивления.

Посредством разработанного в [5] и уточненного в данной статье метода сокращения числа сегментов на пассивных проводниках оптимизированная модель демонстрирует сочетание высокой точности решения и экономии вычислительных ресурсов. При этом ключевыми факторами, благоприятно влияющими на общее время моделирования, являются существенное уменьшение размерности СЛАУ и отсутствие необходимости проверки решения на сходимость, так как оптимальные параметры сегментации определяются аналитически исходя из геометрии проводников антенны.

Предложенный способ увеличения точности типовой модели с помощью поправки по частоте показывает свою эффективность и открывает новое направление практического применения разработанной методики для оценки достоверности и «калибровки» существующих программ электродинамического анализа и САПР проволочных антенн.

### Список литературы

1. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Митры. М.: Мир, 1977. 485 с.
2. Егоров Ю.Н., Гладейчук В.В. Математическая модель проволочных фрактальных антенн произвольной геометрии // Электроника инфо. 2015. № 6 (120). С. 51–55.
3. Егоров Ю.Н., Гладейчук В.В. Оценка устойчивости численного решения ИУ Поклингтона методом Крылова-Боголюбова // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2016. № 2 (51). С. 55–61.
4. Егоров Ю.Н., Гладейчук В.В. Методика численного решения задачи токораспределения для проволочных антенн методом интегральных уравнений // Докл. БГУИР. 2017. № 4 (106). С. 56–61.
5. Егоров Ю.Н., Гладейчук В.В. Методика численного электродинамического анализа двухэлементного проволочного излучателя // Докл. БГУИР. 2018. № 4 (114). С. 71–78.
6. Ротхаммель К., Кришке А. Антенны. Том 2. М.: Данвел, 2007. С. 50–65.
7. Hoch G. Wirkungsweise und optimale Dimensionierung von Yagi-Antenn // UKW-Berichte. 1977. № 1. P. 27–36.
8. Hoch G. Mehr Gewinn mit Yagi-Antenn // UKW-Berichte. 1978. № 1. P. 2–9.
9. Гончаренко И.В. Компьютерное моделирование антенн. Все о программе MMANA. М.: ИП РадиоСофт; журнал «Радио», 2002. 80 с.

### References

1. Vychislitel'nye metody v jelektrodinamike / Pod red. R. Mitry. M.: Mir, 1977. 485 s. (in Russ.)
2. Egorov Ju.N., Gladejchuk V.V. Matematicheskaja model' provolochnyh fraktal'nyh antenn proizvol'noj geometrii // Jelektronika info. 2015. № 6 (120). S. 51–55. (in Russ.)
3. Egorov Ju.N., Gladejchuk V.V. Ocenka ustojchivosti chislenogo reshenija IU Poklingtonga metodom Krylova-Bogoljubova // Vestn.Voen. akad. Resp. Belarus'. 2016. № 2 (51). S. 55–61. (in Russ.)
4. Egorov Ju.N., Gladejchuk V.V. Metodika chislenogo reshenija zadachi tokoraspređenija dlja provolochnyh antenn metodom integral'nyh uravnenij // Dokl. BGUIR. 2017. № 4 (106). S. 56–61. (in Russ.)
5. Egorov Ju.N., Gladejchuk V.V. Metodika chislenogo jelektrodinamicheskogo analiza dvuhjelementnogo provolochnogo izluchatelja // Dokl. BGUIR. 2018. № 4 (114). S. 71–78. (in Russ.)
6. Rothammel' K., Krishke A. Antenny. Tom 2. M.: Danvel, 2007. S. 50–65. (in Russ.)
7. Hoch G. Wirkungsweise und optimale Dimensionierung von Yagi-Antenn // UKW-Berichte. 1977. № 1. P. 27–36.
8. Hoch G. Mehr Gewinn mit Yagi-Antenn // UKW-Berichte. 1978. № 1. P. 2–9.
9. Goncharenko I.V. Komp'juternoe modelirovanie antenn. Vse o programme MMANA. M.: IP RadioSoft; zhurnal «Radio», 2002. 80 s. (in Russ.)

### Сведения об авторе

Егоров Ю.Н., начальник цикла кафедры радиотехники  
Военной академии Республики Беларусь.

### Information about the author

Egorov Yu.N., head of cycle of department of radio  
engineering of Military academy of the Republic of Belarus.

### Адрес для корреспонденции

220057, Республика Беларусь,  
г. Минск, пр. Независимости, 220,  
Военная академия Республики Беларусь  
тел. +375-29-778-19-05;  
e-mail: egorov\_yury@mail.ru  
Егоров Юрий Николаевич

### Address for correspondence

220057, Republic of Belarus,  
Minsk, Nezavisimosti ave., 220,  
Military academy of the Republic of Belarus  
tel. +375-29-778-19-05;  
e-mail: egorov\_yury@mail.ru  
Egorov Yury Nikolaevich