АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ДВУХ КЛАССОВ НЕЛИНЕЙНЫХ ТРЕХМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ХАОТИЧЕСКИМ ПОВЕДЕНИЕМ

В.В. Цегельник

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
П. Бровки 6, 220013 Минск, Беларусь
tsegvv@bsuir.by

В работах [1], [2] с помощью компьютерного моделирования получены два класса нелинейных трехмерных автономных систем дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z, \ \ \dot{z} = -x - 0.6y - 2z + z^2 - 0.4xy. \tag{1}$$

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z, \ \ \dot{z} = -0.5x - y - 0.55z - 1.2z^2 - xz - yz. \tag{2}$$

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z, \ \ \dot{z} = -3.4x - y - 4z + y^2 + xy. \tag{3}$$

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z, \ \ \dot{z} = -x - 1.7z + y^2 + 0.6xy - 1. \tag{4}$$

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z. \ \ \dot{z} = -x - z - z^2 + 0.4xy - 2.7. \tag{5}$$

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z, \ \ \dot{z} = -x - 2.9z^2 + xy + 1.1xz - 1 \tag{6}$$

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z, \ \ \dot{z} = -7y + 4.5z + x^2 + 3xz. \tag{7}$$

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z, \ \ \dot{z} = -y - z - 4x^2 + 3y^2 - xz. \tag{8}$$

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z, \ \ \dot{z} = -y + x^2 - 3y^2 + xz. \tag{9}$$

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z, \ \ \dot{z} = -9y + 6z + x^2 + 3xz. \tag{10}$$

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z, \ \ \dot{z} = -0.2y - z - 2x^2 + 3y^2 - xz. \tag{11}$$

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z, \ \ \dot{z} = y + 4z - x^2 - 3xy - xz. \tag{12}$$

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z, \ \ \dot{z} = -z + x^2 - y^2 + 0.6xz. \tag{13}$$

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z, \ \ \dot{z} = 0.5z + 7x^2 + 4.5xy - 2y^2 + xz. \tag{14}$$

$$\dot{x} = y, \ \ \dot{y} = z, \ \ \dot{z} = 9x^2 + 4.5xy - 2.5y^2 + xz. \tag{15}$$

Общим (с качественной точки зрения) для систем (1)–(6) и (7)–(15) являются их хаотическое поведение. Каждая из систем (1)–(6) имеет только одну устойчивую точку покоя и обладает скрытым аттрактором.

Для систем (7)–(15) характерным является наличие у каждой из них странного аттрактора и неустойчивой негиперболической точки покоя.

Целью работы является исследование характера подвижных особых точек решений систем (1)–(6) и (7)–(15). Полагая независимую переменную t комплексной, выясним не имеют ли общие решения приведенных выше систем подвижных критических особых точек, т.е. выполняется ли для них так называемое свойство Пенлеве. Системы (уравнения) со свойством Пенлеве называют системами (уравнениями) Пенлеве-типа или P–типа.

Теорема 1. *Каждое из уравнений* (1)–(6) *эквивалентно уравнению*

$$\dddot{x} = -x - 0.6\dot{x} - 2\ddot{x} + \dot{x}^2 - 0.4xx, \tag{16}$$

$$\dddot{x} = -0.5x - \dot{x} - 0.55\ddot{x} - 1.2\dot{x}^2 - x\dot{x} - xx, \tag{17}$$

$$\dddot{x} = -3.4x - \dot{x} - 4\ddot{x} + \dot{x}^2 + x\dot{x}, \tag{18}$$

$$\dddot{x} = -x - 1.7\ddot{x} + \dot{x}^2 + 0.6x\dot{x} - 1, \tag{19}$$

$$\dddot{x} = -x - \ddot{x} - \ddot{x}^2 + 0.4x\dot{x} - 2.7, \tag{20}$$

$$\dddot{x} = -x - 2.9\ddot{x}^2 + x\dot{x} + 1.1x\ddot{x} - 1 \tag{21}$$

соответственно.

Следствие 1. *Каждое из уравнений* (1)–(6) *имеет хаотическое поведение.*

Ни одно из уравнений (16)–(21) не входит в список [3] уравнений $\dddot{u} = P(t, u, \dot{u}, \ddot{u})$, где P – многочлен относительно $u, \dot{u}, \ddot{u}$ с аналитическими по t коэффициентами, общие решения которых свободны от подвижных критических особых точек.

Теорема 2. *Ни одно из уравнений* (16)–(21) *не является уравнением Пенлеве-типа.*

Следствие 2. *Ни одна из систем* (1)–(6) *не является системой P– типа.*

Аналогичные утверждения справедливы и для систем (7)–(15)

Библиографические ссылки

1. *Malaie M., Jafari S., Sprott J.C., Mohammad S.* Simple chaotic flows with one stable equilibrium// Int. J. Bifurc. Chaos, 2013. Vol. 23. № 1. P. 1350188 (7 pages).
2. *Wei Zh., Sprott J.C., Chen H.* Elementary quadratic chaotic flows with a single non-hyperbolic equilibrium // Phys. Lett. A., 2015. Vol. 379. P. 2184–2187.
3. *Cosgrove C.M.* Higher-order Painlevé equation in the polynomial class. I // Stud. Appl. Math., 2000. Vol. 104. №1. P. 1–65.

МЕТОД ПРОГРАММНЫХ ИТЕРАЦИЙ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ С ПОЛНОЙ ПАМЯТЬЮ

А.Г. Ченцов

Институт математики и механики имени Н.Н.Красовского УрО РАН

С.Ковалевской 16, 620990 Екатеринбург, Россия

chentsov@imm.uran.ru

Уральский федеральный университет, Мира 19, 620002 Екатеринбург, Россия

В рамках подхода Н.Н. Красовского, А.И. Субботина [1–3] рассматривается метод решения дифференциальной игры (ДИ) с функциональным целевым множеством для нелинейной системы, удовлетворяющей условиям обобщенной единственности (программных движений) в духе [4]. В основе метода — программные конструкции, реализуемые в итерационном режиме; точнее, используется вариант известного [5–8] метода программных итераций (МПИ). Исследуется процедура построения множества (успешной) разрешимости в классе квазистратегий для игровой задачи о реализации траекторий в заданном множестве функций на конечном промежутке времени. Показано, что предел последовательности итераций в пространстве функциональных множеств является искомым множеством разрешимости. Установлена структура разрешающей многозначной квазистратегии, действующей в пространстве обобщенных управлений, определяемых в классе статических борелевских мер. При этом найденная на основе МПИ квазистратегия, рассматриваемая как мультифункция, оказывается наибольшим элементом множества всех квазистратегий, разрешающих исходную задачу для каждой функциональной позиции из множества разрешимости.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы Президиума РАН “Фундаментальная математика и ее приложения”.