Утверждение. *Если матрица D_4 приводит матрицу V_1 к треугольному виду, то фундаментальное уравнение (1) в окрестности точки a_1 имеет вид*

$$u_1(z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(z - a_1)^n, \quad v_1(z) = (z - a_1)^{1+\sigma_1-\rho_1} \sum_{n=0}^{\infty} B_n(z - a_1)^n,$$

а коэффициенты A_n, B_n рядов находится из рекуррентных соотношений

$$A_{n+1} = \frac{1}{p'_n}(r_n A_n + s_n A_{n-1}), \quad B_{n+1} = \frac{1}{p'_n}(r'_n A_n + s'_n B_{n-1}),$$

где

$$p_n = (n+1)(\rho_1 - \sigma_1 + n), \quad p'_n = (n+1)(2 + \sigma_1 - \rho_1 + n),$$

$$r_n = \sum_{j=2}^{3} \frac{(\rho_{1j} - \rho_1 - \rho_j + n)(\sigma_{1j} - \rho_1 - \rho_j + n)}{a_1 - a_j},$$

$$r'_n = \sum_{j=2}^{3} \frac{(\rho_{1j} - \sigma_1 - \rho_j + n + 1)(\sigma_{1j} - \sigma_1 - \rho_j + n + 1)}{a_1 - a_j},$$

$$s_n = \frac{(\rho + n - 1)(\sigma + n - 1)}{(a_1 - a_2)(a_1 - a_3)}, \quad s'_n = \frac{(\rho + \sigma_1 - \rho_1 + n - 1)(\sigma_1 + \sigma_1 - \rho_1 + n - 1)}{(a_1 - a_2)(a_1 - a_3)}.$$

Аналогичные утверждения имеют место и в случаях, когда матрица D_4 приводит матрицу V_2 или V_3 к треугольному виду.

Литература

1. Хвощинская Л.А. *О применении логарифмирования произведения матриц к решению проблемы Римана* // Математические методы в технике и технологиях (ММТТ–28): сб. тр. XXVII Междунар. науч. конф. Т. 7. Рязань, 2015. С. 28–31.

О РЕШЕНИЯХ СЕМЕЙСТВА ТРЕХМЕРНЫХ КОНСЕРВАТИВНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ОДНОЙ КВАДРАТИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

В.В. Цегельник

В докладе представлены результаты исследования аналитических свойств решений консервативных систем

$$\dot{x} = y^2 + ky, \quad \dot{y} = z, \quad \dot{z} = x. \tag{1}$$

$$\dot{x} = y^2 + z, \quad \dot{y} = x, \quad \dot{z} = y. \tag{2}$$

$$\dot{x} = y^2 + z, \quad \dot{y} = z, \quad \dot{z} = x. \tag{3}$$

$$\dot{x} = yz + x, \quad \dot{y} = -y, \quad \dot{z} = x. \tag{4}$$

$$\dot{x} = yz + y, \quad \dot{y} = x, \quad \dot{z} = y. \tag{5}$$

$$\dot{x} = yz + y, \quad \dot{y} = z, \quad \dot{z} = x. \tag{6}$$

$$\dot{x} = y^2, \quad \dot{y} = x + z, \quad \dot{z} = x. \tag{7}$$

$$\dot{x} = y^2, \quad \dot{y} = x + z, \quad \dot{z} = y. \tag{8}$$

$$\dot{x} = yz, \quad \dot{y} = x + z, \quad \dot{z} = x. \tag{9}$$

$$\dot{x} = yz, \quad \dot{y} = x + z, \quad \dot{z} = y. \tag{10}$$

$$\dot{x} = y^2, \quad \dot{y} = z, \quad \dot{z} = x + y. \tag{11}$$

В системах (1)–(11) x, y, z – неизвестные функции независимой переменной t; k – параметр.

Системы (1)–(11) принадлежат [1] к классу консервативных динамических систем третьего порядка (содержащих четыре компоненты) с квадратичными нелинейностями без хаотического поведения. Указанный класс включает 7 семейств систем в зависимости от количества констант и нелинейностей в каждой из них.

В предположении, что переменная t является константой и с учетом [2, 3] доказаны

Теорема 1. *Ни одна из систем (1)–(3), (6), (7), (9), (11) не является системой Пенлеве-типа.*

Теорема 2. *Системы (4), (5), (8), (10) являются системами Пенлеве-типа.*

Работа выполнена в рамках Государственной программы научных исследований «Конвергенция–2020» (подпрограмма «Методы математического моделирования сложных систем»).

Литература

1. Heidel J., Zhang Fu. *Nonchaotic behaviour in three-dimensional quadratic systems II. The conservative case* // Nonlinearity. 1999. V. 12. P. 617–633.

2. Айнс Э. Л. *Обыкновенные дифференциальные уравнения.* Харьков: ГНТИУ, 1939.

3. Cosgrove C. M. *Chazy classes IX-XII of third order differential equations* // Stud. Appl. Math. 2000. V. 104. P. 171–228.

О СВОЙСТВАХ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ НЕ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Б. Чжан

Если для уравнения

$$P(y^{(n)}, y^{(n-1)}, \dots, y', y) = 0, \tag{1}$$

где $P(y^{(n)}, y^{(n-1)}, \dots, y', y)$ – полином с постоянными коэффициентами, искать решение в виде ряда Лорана

$$y = h_0 t^{-s} + \ldots + h t^{r-s} + \ldots, \quad t = z - z_0, \quad s \in \mathbb{Z}, \tag{2}$$

то для однозначности решений уравнения (1), согласно работам [1–3], резонансы r должны быть целыми и различными, причем один из них равен -1 [2]. Решениям вида (2) будем сопоставлять наборы

$$(s; h_0; -1, r_1, \dots, r_{n-1}). \tag{3}$$

В работе [4] приведен класс дифференциальных уравнений третьего порядка, удовлетворяющих необходимым условиям наличия свойства Пенлеве. Однако семь уравнений с целыми резонансами в [4] отсутствуют. Запишем эти уравнения с соответствующими наборами вида (4):

$$y''' - 2\frac{y'y''}{y} - \frac{(y')^3}{y^2} + 3y^2y', \quad (1; \alpha; -1, 2, 3), \quad \alpha^2 = 1; \tag{4}$$