А. В. Шестак

ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛОВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Метод Монте-Карло оказал и продолжает оказывать существенное влияние на развитие методов вычислительной математики. В данной работе рассмотрено применение метода Монте-Карло для численного исчисления интегралов.

Введение

Важнейший прием построения методов Монте-Карло – сведение задачи к расчету математических ожиданий. Данные вырабатываются искусственно путем использования некоторого генератора случайных чисел в сочетании с функцией распределения вероятностей для исследуемого процесса.

I. Общая схема метода Монте-Карло

Пусть требуется найти значение m некоторой изучаемой величины. С этой целью выбирают такую случайную величину X, математическое ожидание которой равно m. Практически же поступают так: вычисляют (разыгрывают) N возможных значений x_i случайной величины X, находят их среднее арифметическое.

II. Интегрирование с помощью метода Монте-Карло

Рассомтрим интеграл вида:

$$I = \int_a^b y(x)\,dx. \qquad (1)$$

Введем в рассмотрение случайную величину X, распределенную равномерно в интервале интегрирования (a,b) с плортностью $f(x) = \frac{1}{b-a}$. Тогда математическое ожидание:

$$M[y(x)] = \int_a^b y(x)f(x)\,dx = \frac{1}{b-a}\int_a^b y(x)\,dx.$$

$$\int_a^b y(x)\,dx = (b-a)M[y(x)].$$

Заменив математическое ожидание M[y(x)] его оценкой – выборочной средней, получим оценку интеграла (1):

$$I^* = (b-a)\frac{[\sum_{i=1} y(x_i)]}{N}$$

где x_i – возможные значения случайной величины X, N – число испытаний.Так как случайная величина распределена равномерно в интервале (a,b) с плотностью $f(x) = \frac{1}{b-a}$, то x_i разыгрываются по формуле:

$$x_i = a + (b-a)r_i,$$

где r_i – случайное число

III. Реаизация программы

С помощью языка программирования была разработана программа, вычисляющая следующий неберущийся интеграл:

$$I = \int_a^b e^x log(x)\,dx$$

на промежутке (0,1). В ходе выполнения пограммы вычисляется интеграл методом прямоугольников и методом Монте-Карло. Результат работы программы приведён ниже:

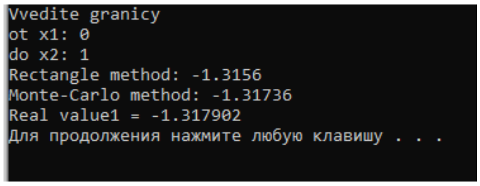

Рис. 1 – Результат работы программы

IV. Выводы

Таким образом, сравнивая полученные результаты с реальным значением[1], можно сказать, что точность вычисления интеграла с помощью метода Монте-Карла выше, чем метода прямоугольников при одинаковой изначально заданной точности.

Список литературы

1. Решение интегралов онлайн с подробным решением[Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.kontrolnaya-rabota.ru/s/integral/. – Дата доступа: 20.03.2019.

Научный руководитель: Гуринович Алевтина Борисовна, кандидат физико-математических наук, доцент, gurinovich@bsuir.by.