МЕТОДИКА РАСЧЕТА СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОЦЕНИВАНИЯ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ ЦЕЛЕЙ В ОБЗОРНЫХ РЛС С МНОГОКАНАЛЬНЫМИ ПРИЕМНЫМИ СИСТЕМАМИ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Ву Тхань Ха

Козлов С.В. – д.т.н., доцент

Получены выражения для среднеквадратического отклонения (СКО) ошибок определения угловых координат цели в обзорной двухкоординатной радиолокационной станции (РЛС) с подсистемой пространственной компенсации помех (ПКП) при реализации квазиоптимальных алгоритмов обработки. Показана сходимость аналитических оценок и результатов имитационного моделирования алгоритмов.

В [1] обоснованы варианты квазиоптимальных алгоритмов оценивания пеленга цели в РЛС с подсистемой ПКП. Влияние параметров отраженных сигналов, источников помех и характеристик подсистемы ПКП на математическое ожидание (МО) и СКО ошибки пеленгации отраженного сигнала для указанных алгоритмов ранее не исследовалось. Для получения этих зависимостей необходимо разработать методику расчета статистических характеристик ошибок пеленгации.

Нижняя граница Рао-Крамера для дисперсии ошибки пеленгации [2]:

$$\sigma_\alpha^2 = -\left[M\left\{ \frac{\partial^2 \Psi(\mathbf{z}/\alpha)}{\partial \alpha^2} \right\}\Bigg|_{\alpha=\alpha_\text{c}} \right]^{-1} = -\left[\frac{\partial^2 \overline{\Psi(\alpha)}}{\partial \alpha^2}\Bigg|_{\alpha=\alpha_\text{c}} \right]^{-1}, \tag{1}$$

где $M\{\bullet\}$ - оператор вычисления МО; $\Psi(\mathbf{z}/\alpha)$, $\overline{\Psi(\alpha)} = M\{\Psi(\mathbf{z}/\alpha)\}$ - функция правдоподобия (ФП) и ее среднее значение по множеству реализаций векторов $\mathbf{z}$; $\mathbf{z}$ - вектор отсчетов на выходе системы обработки после ПКП и обеления помехи во временной области [1].

Аппроксимируем среднее значение ФП в окрестности максимума параболой вида

$$\Psi(\alpha) = a\alpha^2 + b\alpha + c, \tag{2}$$

где вектор $(a,b,c)^\text{T}$ коэффициентов является решением системы уравнений

$$\begin{cases} a(\alpha_\text{c} - \delta\alpha)^2 + b(\alpha_\text{c} - \delta\alpha) + c = \overline{\Psi(\alpha_\text{c} - \delta\alpha)} = \Psi_-; \\ a\alpha_\text{c}^2 + b\alpha_\text{c} + c = \overline{\Psi(\alpha_\text{c})} = \Psi_0; \\ a(\alpha_\text{c} + \delta\alpha)^2 + b(\alpha_\text{c} + \delta\alpha) + c = \overline{\Psi(\alpha_\text{c} + \delta\alpha)} = \Psi_+, \end{cases} \tag{3}$$

а $\overline{\Psi(\alpha_\text{c} - \delta\alpha)} = \Psi_-$, $\overline{\Psi(\alpha_\text{c})} = \Psi_0$, $\overline{\Psi(\alpha_\text{c} + \delta\alpha)} = \Psi_+$ - средние значения ФП в точках $\alpha = \alpha_\text{c} - \delta\alpha$; $\alpha = \alpha_\text{c}$; $\alpha = \alpha_\text{c} + \delta\alpha$, соответственно; α_c - истинное значение азимута цели; $\delta\alpha = (0,05...0,1)\Delta\alpha_{0,5}$; $\Delta\alpha_{0,5}$ - ширина главного лепестка ДН антенны РЛС в азимутальной плоскости по уровню 0,5 от максимального значения.

Из (3) имеем

$$a = \frac{\Psi_+ - 2\Psi_0 + \Psi_-}{2\delta\alpha^2}. \tag{4}$$

Так как $\partial^2\Psi(\alpha)/\partial\alpha^2 = 2a$, то среднеквадратическая ошибка пеленгации

$$\sigma_\alpha = \sqrt{\frac{\delta\alpha^2}{-\Psi_+ + 2\Psi_0 - \Psi_-}}. \tag{5}$$

Для дружно флуктуирующих сигналов средние значения ФП в заданных точках составят

$$\begin{aligned} \Psi_\pm &= \sigma_\text{c}^2 \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} H_{i,j}^{(\pm)} \dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_\text{c} \pm \delta\alpha) Z_{\text{оп}_j}^*(\alpha_\text{c} \pm \delta\alpha) + \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} H_{i,j}^{(\pm)} - \ln|\mathbf{E} + \overline{\sigma_\text{c}^2}(\alpha_\text{c} \pm \delta\alpha)\mathbf{R}(\alpha_\text{c} \pm \delta\alpha)|; \\ \Psi_0 &= \sigma_\text{c}^2 \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} H_{i,j}^{(0)} \dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_\text{c}) Z_{\text{оп}_j}^*(\alpha_\text{c}) + \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} H_{i,j}^{(0)} - \ln|\mathbf{E} + \overline{\sigma_\text{c}^2}(\alpha_\text{c})\mathbf{R}(\alpha_\text{c})|; \end{aligned} \tag{6}$$

где

$$\mathbf{H}^{(\pm)} = \mathbf{E} - (\mathbf{E} + \overline{\sigma_c^2}(\alpha_c \pm \delta\alpha)\mathbf{R}(\alpha_c \pm \delta\alpha))^{-1}; \qquad \mathbf{H}^{(0)} = \mathbf{E} - (\mathbf{E} + \overline{\sigma_c^2}(\alpha_c)\mathbf{R}(\alpha_c))^{-1};$$

$$\overline{\sigma_c^2}(\alpha_c \pm \delta\alpha) = \frac{\sigma_c^2 \sum\limits_{i=1}^{I} r\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c) Z^*_{\text{оп}_{i+1}}(\alpha_c)}{\sum\limits_{i=1}^{I} r\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c \pm \delta\alpha) Z^*_{\text{оп}_{i+1}}(\alpha_c \pm \delta\alpha)}; \quad \overline{\sigma_c^2}(\alpha_c) = \sigma_c^2, \tag{7}$$

- матрицы обработки ($\mathbf{H}$) сигнала и математические ожидания ($\overline{\sigma_c^2}$) оценки мощности дружно флуктуирующего ОС при условии оценки направления на него $\alpha_c - \delta\alpha$, $\hat{\alpha} = \alpha_c$ и $\alpha_c + \delta\alpha$, соответственно. Другие обозначения в (6), (7) соответствуют использованным в [1], все мощности нормированы к мощности внутренних шумов приемных каналов.

Аналогично для средних значений ФП при быстро флуктуирующем ОС получим

$$\Psi_{\pm} = \sum_{i=1}^{I}\left(\ln\frac{1}{1+\overline{\sigma_c^2}(\alpha_c \pm \delta\alpha)|\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c \pm \delta\alpha)|^2}\right) + \sum_{i=1}^{I}\frac{\overline{\sigma_c^2}(\alpha_c \pm \delta\alpha)|\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c \pm \delta\alpha)|^2}{1+\overline{\sigma_c^2}(\alpha_c \pm \delta\alpha)|\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c \pm \delta\alpha)|^2}(\sigma_c^2\,|\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c)|^2+1);$$

$$\Psi_0 = \sum_{i=1}^{I}\left(\ln\frac{1}{1+\overline{\sigma_c^2}(\alpha_c)|\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c)|^2} + \frac{\overline{\sigma_c^2}(\alpha_c)|\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c)|^2}{1+\overline{\sigma_c^2}(\alpha_c)|\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c)|^2}(\sigma_c^2\,|\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c)|^2+1)\right); \tag{8}$$

где

$$\overline{\sigma_c^2}(\alpha_c \pm \delta\alpha) = \sigma_c^2 \sum_{i=1}^{I}|\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c)|^2 \Big/ \sum_{i=1}^{I}|\dot{Z}_{\text{оп}_i}(\alpha_c \pm \delta\alpha)|^2; \quad \overline{\sigma_c^2}(\alpha_c) = \sigma_c^2 \tag{9}$$

- математические ожидания оценки средней мощности дружно флуктуирующего ОС при условии оценки направления на него $\alpha_c - \delta\alpha$, $\hat{\alpha} = \alpha_c$ и $\alpha_c + \delta\alpha$, соответственно.

Выражение (5) совместно с (6)-(9) определяют взаимосвязь среднеквадратической ошибки оценивания азимута цели с параметрами пространственно-энергетической ситуации и характеристиками обзорной РЛС с многоканальной приемной системой. Так как квазиоптимальные алгоритмы [1] являются алгоритмами максимального правдоподобия, то математическое ожидание ошибки пеленгации равно нулю.

Правильность полученных соотношений проверялась путем сравнения результатов расчета среднеквадратических ошибок оценивания азимута цели с результатами прямого имитационного моделирования алгоритмом [1] при достаточном числе реализаций. В результате установлено их совпадение в заданном доверительном интервале.

Список использованных источников

1. Ву Тхань Ха. Квазиоптимальные алгоритмы оценивания угловых координат в обзорных РЛС с многоканальными приемными системами. В настоящем сборнике.
2. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966.