А. Д. Довнар, Н. А. Стасевич

КИНЕМАТИКА И ОДОМЕТРИЯ РОБОТА, БАЛАНСИРУЮЩЕГО НА ШАРЕ

В работе описываются выводы уравнений движения робота, балансирующего на шаре. Модель робота в трехмерном пространстве описывается тремя независимыми моделями в двухмерном пространстве. Разложение двухмерных моделей на трехмерные сделано так, чтобы максимально упростить итоговую динамическую модель. Из-за этого модели и проекции настоящего робота на плоскости моделей не совпадают, из чего следует необходимость нахождения матриц преобразования из координат модели в координаты робота и обратно

Введение

При разработке систем управления мобильными роботами изначально решаются две основные проблемы: нахождение уравнений динамики объекта и нахождение уравнений кинематики объекта. Первые необходимы для реализации системы управления, позволяющей получать необходимые состояния объекта. Кинематика же описывает движение объекта без учета действующих сил и служит для заданий траекторий движения и определения текущего положения в пространстве. Учитывая, что модель не соответствует физическому роботу на шаре, для реализации полноценной системы управления движением робота, необходимо произвести дополнительные преобразования для сигналов управления и обратной связи с датчиков.

I. Вычисление проекций моментов

В моделях каждое колесо расположено вдоль плоскости(см. рис. 1), соответственно, весь момент прикладывается именно к оси колеса. В физическом же роботе отдельные колеса расположены под углом в 120 градусов друг относительно друга(см. рис. 2). Векторы скоростей, которые необходимы для кинематики, будут смещены относительно векторов моментов на угол 90 градусов, но все математические зависимости будут сохранены.

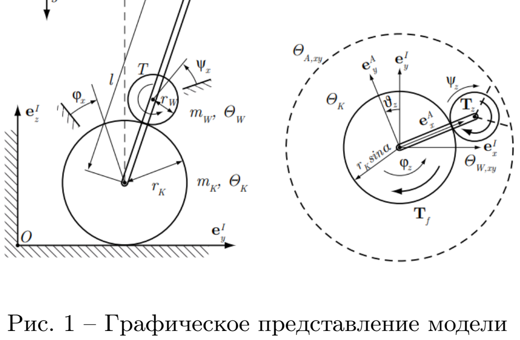

Рис. 1 – Графическое представление модели

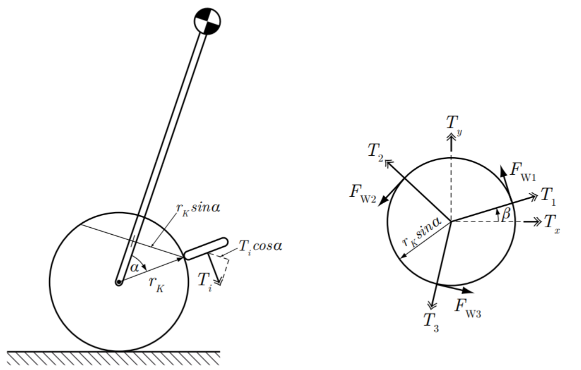

Рис. 2 – Графическое представление физического робота

Будем считать, что модель и робот поворачиваются вокруг шара и угол поворота как модели, так и робота обозначим через β. Будем вычислять проекции вектором моментов на декартовую систему координат с основанием в центре шара, на котором балансирует робот.

$$x : T_y \cdot \cos\beta + T_x \cdot \sin\beta;$$
$$y : T_y \cdot \sin\beta + T_x \cdot \cos\beta;$$
$$z : T_z.$$

Проекции моментов физического робота.

$$x : T_1 \cdot \cos\beta \cdot \cos\alpha + T_2 \cdot \cos(\beta + 120°) \cdot \cos\alpha + T_3 \cdot \cos(\beta - 120°) \cdot \cos\alpha;$$

$$y : T_1 \cdot \sin\beta \cdot \cos\alpha + T_2 \cdot \sin(\beta + 120°) \cdot \cos\alpha + T_3 \cdot \sin(\beta - 120°) \cdot \cos\alpha$$

$$z : T_1 \cdot \sin\alpha + T_2 \cdot \sin\alpha + T_3 \cdot \sin\alpha$$

Учитывая, что моменты это векторы включающие в себя по три координаты, для того, чтобы объект соответствовал модели должно выполняться.

$$T_1 + T_2 + T_3 = T_x + T_y + T_z.$$

II. Уравнения кинематики

Для получений уравнений кинематики необходимо выразить одну группу моментов через другую в обе стороны. Соответственно будет получено два различных уравнения преобразований из вектора моментов модели в вектор моментов робота и из вектора моментов робота в вектор моментов модели.

Преобразование из вектора моментов модели в вектор моментов робота после необходимых преобразований имеет следующий вид.

$$T_x = \cos\alpha \cdot (T_1 - \frac{1}{2} \cdot T_2 - \frac{1}{2} \cdot T_3)$$

$$T_y = \cos\alpha \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot T_2 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot T_3)$$

$$T_z = \sin\alpha \cdot (T_1 + T_2 + T_3)$$

Учитывая, что робот управляется моментами электродвигателей, и тот факт, что разрабатываемый контроллер вычисляет сигнал управления для модели объекта, которая в свою очередь не соответствует физическому роботу, данная матрица позволяет получить преобразование заданий из моментов модели в моменты физического объекта. Соответственно данная операция является обязательной для правильного функционирования робота, балансирующего на шаре, и должна производиться каждую итерацию вычисления сигналов управления.

Преобразование из вектора моментов физического объекта в вектор моментов модели после проведенных преобразований имеет следующий вид.

$$T_1 = \frac{1}{3} \cdot (\frac{T_z}{\sin\alpha} + \frac{2 \cdot T_y}{\cos\alpha})$$

$$T_2 = \frac{1}{3} \cdot (\frac{T_z}{\sin\alpha} + \frac{\sqrt{3} \cdot T_x}{\cos\alpha} - \frac{T_y}{\cos\alpha})$$

$$T_3 = \frac{1}{3} \cdot (\frac{T_z}{\sin\alpha} - \frac{\sqrt{3} \cdot T_x}{\cos\alpha} - \frac{T_y}{\cos\alpha})$$

Сигналы обратной связи считываются на физическом роботе и соответственно имеют смещение относительно модельных. Таким образом первая задача данной системы - преобразование сигналов обратной связи положения и скорости от физического объекта к модели для последующего вычисления управления. Другой же задачей является одометрия, то есть определение текущего положения робота в пространстве. Матрица для двух задач совпадает из-за того, что колеса модели расположены вдоль осей координат и в обоих случаях: как для модели, так и для объекта, мы учитываем угол разворота корпуса вокруг оси Z шара. Одометрия необходима любому мобильному роботу для качественной навигации. Данные матрицы, как и в предыдущем случае должна вычисляться каждую итерацию программы управления.

Применение обеих систем в физическом роботе показано на структурной схеме (см. рис. 3). В данном случае все этапы после получения данных от энкодеров и до отправки команд управления на двигатели, происходят внутри микроконтроллера.

1. P. Fankhauser and C. Gwerder. Modeling and control of a ballbot. Bachelor thesis, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 2010.
2. K. van der Blonk. Modeling and Control of a Ball-Balancing Robot. Internship Master thesis at ALTEN Mechatronics 2014.

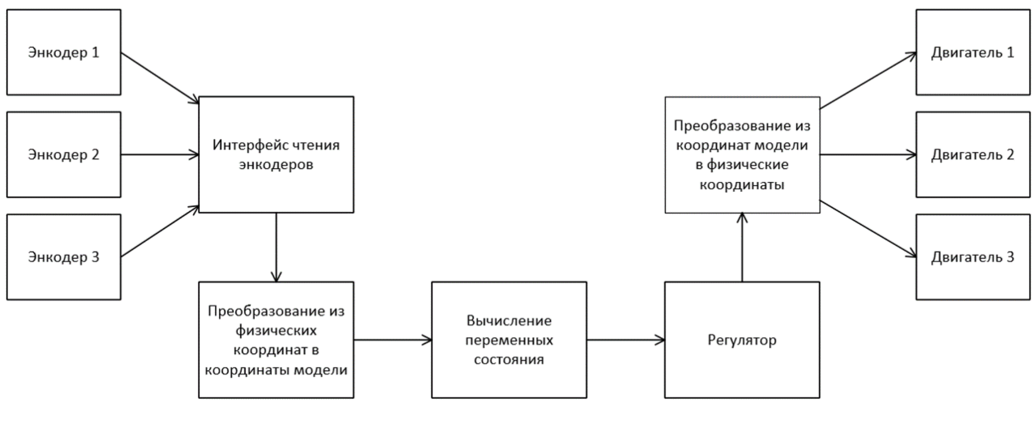

Рис. 3 – Пример системы управления

Довнар Андрей Дмитриевич, студент четвертого курса кафедры систем управления БГУИР, andrevdovnar@gmail.com.

Стасевич Наталья Александровна, ассистент кафедры систем управления БГУИР, stasevich@bsuir.by.

Научный руководитель: Городко Сергей Иванович, ассистент кафедры систем управления БГУИР, gorodko@bsuir.by.