

# ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОГОДЫ С ПОМОЩЬЮ ЦЕПЕЙ МАРКОВА

Чистова К. О., Гуринович А. Б.

Факультет информационных технологий и управления, кафедра вычислительных методов и программирования, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
Минск, Республика Беларусь

E-mail: lublubulbu@gmail.com, gurinovich@bsuir.by

*В настоящее время цепи Маркова широко используются при гидрометеорологических исследованиях. В основном их применяют для качественного анализа гидрометеорологических явлений, однако представляет интерес использования цепей Маркова для прогнозирования вероятностей состояний погоды. В данной работе я использую цепь Маркова первого порядка для прогнозирования вероятностей состояний погоды на апрель.*

## ВВЕДЕНИЕ

Смену состояний погоды можно рассматривать как Марковский процесс, т.к. состояния являются случайными (все процессы, имеющие развитие во времени, являются стохастическими/случайными), но в них существует влияние предыдущих состояний на последующие. Имеется дискретное количество состояний погоды в зависимости от наличия, отсутствия осадков и степени облачности: облачно, малооблачно, пасмурно, солнечно, идёт дождь, идёт град, идёт гроза. На основании данных из дневника погоды [1] для апреля за последние десять лет была получена квадратная матрица вероятностей переходов  $P$  (см. табл. 1).

### I. ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ МАТРИЦА

При степени  $n$ , стремящейся к бесконечности, матрица в данной степени, умноженная на матрицу  $P$ , останется равной матрице  $P^n$ , т.е.  $P^n * P = P^n = A$ , где  $A$  – предельное состояние матрицы переходов вероятностей. В матрице все элементы в каждом столбце будут равняться между собой с заданной точностью (см. табл. 2). Предельная матрица была получена на двенадцатой итерации, это означает, что на двенадцатый день и последующие дни состояние погоды будет не будет зависеть от состояния системы в предыдущие дни при заданной точности равной 0.0001. Строки предельной матрицы равны между собой и представляют собой вектор предельных вероятностей  $a$ . Элемент  $a_j$  равняется вероятности появления состояния  $j$  в апреле, с предельной точностью совпадает с вероятностью появления состояния  $j$  в апреле, полученной на основе данных из дневника погоды для апреля.

### II. СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ ПРЕБЫВАНИЯ ПРОЦЕССА ДО ДОСТИЖЕНИЯ ВЫБРАННОГО СОСТОЯНИЯ

Для определения среднего время пребывания процесса до достижения состояния  $j$  в каждом из остальных состояний необходимо данное состояние сделать поглощающим. Для поглощающего состояния вероятность  $p_{jj}$  равна едини-

це, все остальные элементы строки для состояния  $j$  соответственно равны нулю. Т.к. состояние  $j$  можно получить из всех остальных состояний, то данная цепь будет являться поглощающей цепью Маркова. Например, матрица  $N$  (см. табл. 3), выражающая среднее время пребывания процесса до достижения состояния *Солнечно* в любом из состояний, определяется по формуле  $N = (J - Q)^{-1}$ , где  $J$  – единичная матрица,  $Q$  – матрица переходов между непоглощающими состояниями. [2]

### III. СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ ДОСТИЖЕНИЯ

Важной характеристикой является продолжительность времени, затраченного на прохождение из состояния  $i$  в состояние  $j$ , т.е. так называемое время первого достижения. Матрица средних времен достижения (см. табл. 4) определяется по формуле  $M = (J - Z + E * Z_d)$ , где  $E$  – матрица, все элементы которой равны единице,  $Z_d$  – диагональная матрица, образованная из матрицы  $A$ ,  $D$  – диагональная матрица, у которой элемент  $d_{jj} = 1/a_j$ ,  $J$  – единичная матрица, матрица  $Z$  определяется по формуле  $Z = (J - P + A)^{-1}$ . Из матрицы  $M$  можно получить следующую информацию: элемент  $m_{ij}$  указывает количество дней, через которые можем ожидать состояние  $j$  после состояния  $i$ . [3] Для независимых событий выполняется равенство  $M = E * D$ . Для независимых событий возможно определить статистические показатели, однако для них невозможно определить время совершения событий с достаточной точностью из-за отсутствия зависимости между состояниями. Из полученных результатов была составлена матрица  $E * D$  (см. табл. 5).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для событий, рассматриваемых в данной работе, равенство  $M = E * D$  не выполняется, что подтверждает наличие зависимости между состояниями, однако для зависимых событий исключена возможность использования статистического анализа для определения парамет-

ров процесса. Следовательно, время совершения перехода к погодному состоянию может быть определено только с некоторой долей вероятности, однако цепи Маркова высших порядков дают хороший результат.

2. Поглощающие цепи Маркова [Электронный ресурс] – Режим доступа : <https://studwood.ru/1806897/matematika-himiya-fizika/pogloschayuschie-markovskie-tsepi>. – Дата доступа : 22.04.2019.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дневник погоды [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://rp5.by/Дневник-погоды-в-Минске>. – Дата доступа: 15.03.2019.

3. Применение теории однородных марковских цепей для прогнозирования сроков наступления событий [Электронный ресурс] – Режим доступа : <https://pandia.ru/text/78/165/56375.php>. – Дата доступа : 22.04.2019.

Таблица 1 – Квадратная матрица вероятностей переходов

Сегодня/завтра	Облачно	Малооблачно	Пасмурно	Солнечно	Дождь	Град	Гроза
Облачно	0.2405	0.1899	0.2500	0.0759	0.2278	0.0127	0.0253
Малооблачно	0.3333	0.2167	0.1667	0.0667	0.1833	0.0167	0.0167
Пасмурно	0.2413	0.1207	0.2241	0.0344	0.3445	0.0172	0.0172
Солнечно	0.1538	0.3462	0.0769	0.2308	0.1154	0.0385	0.0385
Дождь	0.1909	0.2000	0.1727	0.0545	0.4455	0.0182	0.0091
Град	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.2500	0.1250	0.1250
Гроза	0.1250	0.2500	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250

Таблица 2 – Фундаментальная матрица

Сегодня/завтра	Облачно	Малооблачно	Пасмурно	Солнечно	Дождь	Град	Гроза
Облачно	0.2444	0.1734	0.1917	0.0626	0.3213	0.0031	0.0034
Малооблачно	0.2444	0.1734	0.1917	0.0626	0.3213	0.0031	0.0034
Пасмурно	0.2444	0.1734	0.1917	0.0626	0.3213	0.0031	0.0034
Солнечно	0.2444	0.1734	0.1917	0.0626	0.3213	0.0031	0.0034
Дождь	0.2444	0.1734	0.1917	0.0626	0.3213	0.0031	0.0034
Град	0.2444	0.1734	0.1917	0.0626	0.3213	0.0031	0.0034
Гроза	0.2444	0.1734	0.1917	0.0626	0.3213	0.0031	0.0034

Таблица 3 – Матрица N

Сегодня/завтра	Облачно	Малооблачно	Пасмурно	Дождь	Град	Гроза
Облачно	5.3226	3.6129	4.0000	6.1613	0.4193	0.4193
Малооблачно	4.3548	4.5806	3.8710	6.0000	0.4193	0.4193
Пасмурно	4.4194	3.6452	5.0645	6.4516	0.4194	0.4194
Дождь	4.3226	3.7419	4.0323	7.6129	1.5161	0.4194
Град	3.7097	3.1290	3.4194	5.4839	0.4194	0.5161
Гроза	3.1613	2.6774	2.9032	4.5161	0.4561	1.4516

Таблица 4 – Матрица средних времен достижения

Сегодня/завтра	Облачно	Малооблачно	Пасмурно	Солнечно	Дождь	Град	Гроза
Облачно	4.0913	5.9697	5.2649	20.0863	4.0512	324.6791	297.0136
Малооблачно	3.6009	6.6208	5.5812	20.2430	4.3064	324.9269	293.6618
Пасмурно	4.1352	6.6714	5.2161	20.2925	3.4618	324.0795	294.0654
Солнечно	4.3437	4.0662	6.4759	15.9677	4.9481	325.5704	294.2216
Дождь	4.4392	6.7265	5.6119	20.5290	3.1124	320.6137	294.2952
Град	5.4428	7.7256	6.6152	21.5333	1.0024	320.6167	295.0524
Гроза	4.8925	1.5274	6.6903	21.5713	1.5800	323.2010	294.6376

Таблица 5 – Матрица  $E * D$

Сегодня/завтра	Облачно	Малооблачно	Пасмурно	Солнечно	Дождь	Град	Гроза
Облачно	4.0913	4.0913	4.0913	4.0913	4.0913	4.0913	4.0913
Малооблачно	5.7662	5.7662	5.7662	5.7662	5.7662	5.7662	5.7662
Пасмурно	5.2161	5.2161	5.2161	5.2161	5.2161	5.2161	5.2161
Солнечно	15.9676	15.9676	15.9676	15.9676	15.9676	15.9676	15.9676
Дождь	3.1124	3.1124	3.1124	3.1124	3.1124	3.1124	3.1124
Град	320.6156	320.6156	320.6156	320.6156	320.6156	320.6156	320.6156
Гроза	294.6376	294.6376	294.6376	294.6376	294.6376	294.6376	294.6376