АППРОКСИМАТИВНЫЕ СВОЙСТВА БИОРТОГОНАЛЬНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ ЧЕБЫШЕВА–МАРКОВА

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Минск, Республика Беларусь

А. В. Ковальчук

Л. И. Майсеня – к. ф.-м. н., доцент

Рассматривается метод интерполирования с помощью приближения интегрируемой функции частичными суммами разложения по некоторой биортогональной системе

Решение ряда практически важных задач фильтрации, наблюдаемости, идентификации неизбежно сопряжено с обработкой большого количества информации, полученной в результате эксперимента. Широко используемый с этой целью метод наименьших квадратов и эквивалентные ему методы аппроксимации и сглаживания требуют громоздких вычислений и с практической точки зрения при компьютерной реализации предъявляют дополнительные требования к памяти. К тому же решение такой важной задачи, как прогнозирование при проектировании радиотехнических систем обнаружения, помогает полностью выявить их недостатки. В этом случае удобным для реализации может оказаться метод интерполирования, основы которого заложены в работах П.Л. Чебышева и А.А. Маркова. Его суть состоит в приближении интегрируемой функции частичными суммами разложения по некоторой биортогональной системе (системе Чебышева–Маркова), построенной с помощью теоретико-числовых мультипликативных функций.

Отметим, что ряд Чебышева–Маркова содержит в качестве коэффициентов интегралы, которые хорошо аппроксимируются. Для практических приложений особенно интересен случай, когда коэффициентами биортогонального разложения являются функционалы, построенные по значениям функции в точках.

Биортогональное разложение непрерывной 1-периодической функции $f(x)$ представлено в виде:

$$f(x) \sim A^*_0(f) + \sum_{n=1}^{\infty} A^*_n(f) g_n(x) + B^*_n(f) h_n(x),$$

где

$$A^*_0(f) = \int_0^1 f(x)dx,$$

$$B^*_n(f)$$

$$g_0(x) = 1, \quad g_n(x) = \sum_{d \backslash n} \mu(d)\chi^2(d)\cos 2\pi \frac{n}{d} x,$$

$$h_n(x) = \sum_{d \backslash n} \mu(d)\chi(d)\sin 2\pi \frac{n}{d} x, \quad n = 1, 2, \ldots$$

где $\mu(d)$ – функция Мебиуса

$$\mu(d) = \begin{cases} 1, \text{ если } d = 1, \\ 0, \text{ если } n^2 \backslash d, n \in \mathbf{N}, n \neq 1, \\ (-1)^{\alpha}, \text{ если } d = p_1, p_2, \ldots, p_{\alpha}, \text{ где } p_i \ (i = \overline{1, \alpha}) \text{ – простые числа,} \end{cases}$$

$\chi(d)$ – характер по модулю 4.

Нами изучалась возможность использования компьютерных технологий в построении базисных функций