

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ ПОСРЕДСТВОМ PYTHON

Сманцер Д. С.

Кафедра программного обеспечения информационных технологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Минск, Республика Беларусь

E-mail: smantserdima@gmail.com

*Рассмотрена возможность моделирования переходных процессов в электрических цепях на основе метода переменных состояния с использованием языка программирования Python. Предложенная методика учитывает все особенности действующих в цепи электрических величин и в то же время является наиболее просто программно реализуемой.*

В настоящее время достигнуты значительные успехи в математическом моделировании электрических цепей. Математическое моделирование является наиболее удобным аппаратом для исследования физических процессов, так как значительно сокращает время и расходы на проведение экспериментальных исследований, получая при этом достаточно полный объем информации.

При математическом моделировании переходных процессов в электротехнике в последнее время ведутся исследования в двух направлениях: моделирование переходных процессов для решения конкретных исследовательских или прикладных задач и разработка или усовершенствование методов математического моделирования для упрощения вычислений.

Однако известные и применяемые методики расчета переходных процессов в электрических цепях решают узкие прикладные задачи и их применение невозможно для математического моделирования переходных процессов в сложных электрических цепях при действии периодических несинусоидальных токов. Широко применяемые методы анализа и расчета переходных процессов в электрических цепях — это классический метод, операторный метод, метод расчета с помощью интеграла Дюамеля, спектральный метод, метод переменных состояния [1].

Классический и операторный применяются для решения задач любой сложности, но классический более физически прозрачен, чем операторный, в то время как операторный значительно упрощает расчеты. Применение обоих методов зависит от квалификации пользователя и оба метода тяжело поддаются использованию при высоких порядках уравнений. Метод на основе интеграла Дюамеля применяется при сложной функции напряжения во времени, но метод громоздок при вычислении для уравнений высоких степеней. В этом случае целесообразно использовать спектральный метод, но он имеет ряд ограничений в виде требований к точности анализа и моделирования переходных процессов.

При построении математических моделей переходных процессов электрических цепей в основном применяются методы численного анализа. Их разделить на две группы: одношаговые и многошаговые. Из одношаговых наибольшее распространение получили такие методы, как метод Эйлера, метод Эйлера-Коши, метод Рунге-Кутты, метод Рунге-Кутты-Гила, из многошаговых — метод Адамса-Штермера, метод Милна, метод Хэмминга, метод Релстона. Необходимость и возможность применения любого из методов численного интегрирования определяется особенностями решаемой задачи и требуемой точностью вычислений в соответствии с поставленной задачей.

Кроме перечисленных основных методов существует также ряд современных разработок методов для анализа и моделирования переходных процессов, которые являются вариациями существующих методов в сочетании с численными методами расчета. Практически все применяемые в настоящее время методы нуждаются в адаптации и усовершенствовании в целях упрощения вычисления для математического моделирования переходных процессов в электрических цепях.

Рассматривая вышеуказанные методы с точки зрения реализации с помощью программных средств и точности численного расчета переходных процессов для сложных электрических цепей наиболее удачным в применении является метод переменных состояния, так как он наиболее поддается алгоритмизации. Уравнениями состояния электрической цепи называют любую систему уравнений, которая описывает режим этой цепи. Например, система уравнений по законам Кирхгофа является уравнениями состояния электрической цепи, для которой она составлена.

Метод переменных состояния (или пространства состояний) представляет собой упорядоченный способ нахождения состояния системы в функции времени, использующий матричный метод решения системы дифференциальных

уравнений первого порядка, записанных в форме Коши (нормальной формы). Метод переменных состояния - один из методов анализа именно переходных процессов. Применительно к электрическим цепям под переменными состояниями понимают обычно величины, определяющие состояние цепи, т.е. токи через индуктивности и напряжения на ёмкостях (независимые начальные условия). Значения этих величин предполагаются известными к началу процесса, т.е. они находятся из схемы электрической цепи в докоммутационном установившемся режиме. Уравнения состояния формы Коши для схемы электрической цепи могут быть получены из системы уравнений Кирхгофа путем их преобразования.

Для электрических цепей можно составить матричные уравнения вида:

$$[X'(t)] = [A] \cdot [X(t)] + [B] \cdot [F(t)]$$

$$[Y(t)] = [C] \cdot [X(t)] + [D] \cdot [F(t)]$$

где

$[X'(t)]$  – матрица-столбец производных от токов в индуктивностях и напряжений в ёмкостях ( $n$  – элементов);

$[A]$  – квадратная матрица коэффициентов при переменных состояния ( $n$  строк,  $n$  столбцов);

$[X(t)]$  – матрица-столбец переменных состояния ( $n$  элементов);

$[F(t)]$  – матрица-столбец (независимых) источников ЭДС и тока ( $m$  элементов);

$[B]$  – прямоугольная матрица связи, состоящая из коэффициентов перед источниками ЭДС и тока ( $n$  строк,  $m$  столбцов);

$[Y(t)]$  – матрица-столбец выходных величин ( $k$  элементов);

$[C]$  – прямоугольная матрица связи выходных величин с переменными состояния ( $k$  строк,  $n$  столбцов);

$[D]$  – прямоугольная матрица связи выходных величин с источниками ( $k$  строк,  $m$  столбцов) [2].

На основании принципа наложения решение имеет вид:

$$[X(t)] = e^{[A]t} [X(0)] + \int_0^t e^{[A](t-\tau)} [B] \cdot [F(\tau)] d\tau$$

где  $[X(0)]$  – матрица начальных значений.

Первое слагаемое в формуле решения описывает свободные процессы в системе, второе – принуждённые при нулевом исходном состоянии.

Решение выходных величин имеет вид:  $[Y(t)] = [C] \cdot e^{[A]t} [X(0)] + \int_0^t [C] e^{[A](t-\tau)} [B] \cdot [F(\tau)] d\tau + [D] \cdot [F(t)]$

Последовательность расчета переходного процесса методом переменных состояния:

1. Выполняется расчет схемы в установившемся режиме до коммутации, определяются независимые начальные условия  $i_L(0)$  и  $u_C(0)$ .

2. Выделяются в электрической цепи после коммутации индуктивные и ёмкостные элементы.

3. Заменяются ёмкостные элементы источниками напряжения, индуктивные элементы заменяются источниками тока.

4. Для полученной резистивной схемы составляется система дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа (можно использовать любой другой удобный метод анализа электрических цепей – метод наложения либо метод контурных токов).

5. Методом исключения переменных система уравнений Кирхгофа преобразуется в систему уравнений Коши, составляются матрицы коэффициентов.

6. Выбирается метод интегрирования, применимый для программной реализации.

7. Выполняется решение.

8. Выходная функция получается в виде графической диаграммы  $x=f(t)$  или в виде таблицы координат функций для заданных моментов времени.

Для программной реализации моделирования переходных процессов можно предложить язык программирования Python, т.к. он упрощает анализ переходных процессов в электрических цепях, делает его наглядным. Python имеет развитые библиотеки, прост и гибок [3]. Язык Python можно рекомендовать любым пользователям, которые используют вычислительную технику и программирование в своей работе.

Учитывая хорошо развитые в библиотеке SciPy численные методы, можно выполнять моделирование переходных процессов при коммутации в сложных электрических цепях средствами этой библиотеки. Численные решения дифференциальных уравнений средствами Python значительно упрощают моделирование переходных процессов в электрических цепях, делают его наглядным и позволяют сосредоточиться на результатах, а не анализе методов решения уравнений.

Таким образом, моделирование переходных процессов методом переменных состояния учитывает все особенности действующих в цепи электрических величин и в тоже время является наиболее просто программно реализуемой, а для программной реализации наиболее эффективным является применение средств программной среды Python.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галанин М.П., Савенков Е.Б. Методы численного анализа математических моделей / П.М.Галанин, Е.Б. Савенков - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана – 2010. – 591с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. Учеб. для студентов электротехнических, энергетических и приборостроительных специальностей вузов / Л.А.Бессонов – 7-е изд., перераб. и доп. –М.: Высш. шк., 1978.
3. Сузи Р.А. Python / Р.А.Сузи – СПб: БВХ-Петербург – 2002. – 768с.