

# МОДУЛЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О МИНИМАЛЬНОМ ПОКРЫТИИ

Казак Т.Н.

Кафедра вычислительных методов и программирования

Научный руководитель: Герман О.В., кандидат технических наук, доцент

e-mail: tatsiana.kazak89@gmail.com

**Аннотация** — В работе приводится описание алгоритма поиска минимального покрытия (0,1)-матрицы методом резолюций и предлагается усовершенствование метода. Алгоритм тестировался на наборе случайно сгенерированных матриц, представленных в OR-Library.

**Ключевые слова:** задача о покрытии, минимальное покрытие, покрытие матрицы, метод резолюций

Задача о минимальном покрытии является классической задачей компьютерной науки и теории сложности. Задача является NP-сложной и находит применение на практике в таких проблемах, как задача о размещении, задача о назначении перевозок, задача о назначениях переводчиков, составлении расписаний.

Существует немало алгоритмов для решения задачи о минимальном покрытии (метод ветвей и границ, генетические алгоритмы, муравьиный алгоритм, жадные алгоритмы и др.). Но они не позволяют найти оптимальное решение для некоторых задач. Поэтому поиск эвристических методов решения задачи о покрытии актуален.

## Постановка задачи

Задача о минимальном покрытии заключается в покрытии  $n \times m$  (0,1)-матрицы, т.е. матрицы, содержащей только 0 или 1, набором строк с минимальной суммарной стоимостью. Под покрытием понимается множество строк  $S$ , такое, что для каждого столбца матрицы найдется хотя бы одна строка в  $S$ , содержащая в данном столбце «1» [1].

## Алгоритм, основанный на методе резолюций

Принцип групповых резолюций позволяет порождать новые групповые резольвенты, используя любой эвристический метод для отыскания минимального или близкого к минимальному покрытия. Гарантируется, что рано или поздно будет порожден полностью нулевой столбец [2]. В этом случае алгоритм завершается, наилучшее из найденных решений и является минимальным.

В качестве эвристического алгоритма используется алгоритм, описанный ниже.

1. Находится столбец  $r$  из числа невычеркнутых столбцов с минимальным числом «1». Этот столбец является синдромным для строки  $a$ , определяемой на следующем шаге.

2. Отыскивается строка  $a$  из числа невычеркнутых строк, покрывающих столбец  $r$ , с минимальным отношением веса к числу «1».

3. Вычеркиваются столбцы, покрываемые

строкой  $a$ .

4. Вычеркиваются строки, содержащие в столбце  $r$  «1».

5. Вычеркиваются строка  $a$  и столбец  $r$ .

6. Строка  $a$  включается в формируемой на этой итерации покрытие. Запоминается номер синдромного столбца  $r$ .

Описанные шаги повторяются до тех пор, пока в текущей матрице не останется невычеркнутых столбцов.

Описанный алгоритм не всегда находит минимальное покрытие, поэтому необходимо выполнить построение групповой резольвенты.

1. Формируется новая матрица  $R$  из синдромных столбцов.

2. Формируется столбец-резольвента, содержащая в строке «1» только в тех строках, которые в  $R$  содержат две и более единиц.

3. Столбец-резольвента присоединяется к исходной матрице и итерации возобновляются.

## Тестирование алгоритма

Тестовые матрицы представлены в открытом доступе в OR-Library [3] и используются многими исследователями для оценки эффективности алгоритмов. Алгоритм был протестирован на взвешенных наборах данных размерами от  $200 \times 1000$  до  $400 \times 4000$  и плотностью от 2% до 5%. Для сравнения использовались данные из [4] для генетического алгоритма и муравьиного алгоритма.

Результаты показали, что время выполнения и значение целевой функции (сумма весов строк для взвешенной матрицы) алгоритма, основанного на методе резолюций, во многих случаях лучше, чем генетического и муравьиного алгоритмов. Однако встречаются наборы данных, в которых описанный алгоритм не находит оптимального решения.

[1] O. V. German, D. V. Ofitserov, "Problem Solving: Methods, Programming and Future Concepts", Studies in computer science and artificial intelligence, vol. 12, published by Elsevier Science, 1995.

[2] Герман, О.В. Экспертные системы / О.В. Герман. – М.: БГУИР, 2008. – 91 с.

[3] OR-Library [Electronic resource]. – Mode of access: <http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/orlib/scpinfo.html>. – Date of access: 14.03.2012

[4] D. Gouwanda, S.G. Ponnambalam, "Evolutionary Search Techniques to Solve Set Covering Problems", World Academy of Science, Engineering and Technology, vol. 39, 2008, pp 20-25.