МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ

Горкуша А. В.
Кафедра вычислительных методов и программирования
Научный руководитель: Гуринович А.Б., кан. физ.-мат. наук, доцент
e-mail: gorkusha_aleksandr@mail.ru

***Аннотация* — В последнее времяматематическим играм внимание уделяется, в основном, для нахождения выигрышных стратегий, на что сильно повлияло распространение программирования: составить алгоритм, по которому в игру смог бы играть компьютер, часто бывает сложнее и интереснее, нежели самому научиться играть в неё, при этом глубже вникаешь в суть игры, после чего выиграть в неё можешь уже практически любого.**

Ключевые слова: игры,головоломки, “Ним”, игра 15

Простейшие математические игры часто используют как задачи, в которых нужно найти выигрышную стратегию, либо одно положение перевести в другое.

Существует несколько игр, в которых двое играющих А и В, руководствуясь определёнными правилами, поочереди вынимают то или иное число фишек из одной или нескольких кучек – побеждает тот, кто берёт последнюю фишку. Многие подобные игры поддаются исследованию с помощью числа *Шпрага-ГрандиG(C)*. Пустой позиции *O*, не содержащей фишек, отвечает *G(O)=0*. Комбинацию кучек, состоящих соответственно из x, y, … фишек, обозначим *C=(x, y, ...)* и предположим, что допустимые ходы переводят С в другие комбинации: *D, E, ...* Тогда *G(C)* есть наименьшее неотрицательное число, отличное от *G(D), G(E), ...* Это позволяет по индукции определить *G(C)* для любой комбинации С, разрешённой правилами игры. Так, в упомянутой задаче *G(x)=xmod (m+1)*.

Если *G(C)>0*, то игрок, делающий следующий ход, допустим, это игрок А, может обеспечить себе выигрыш, если ему удастся перейти к «безопасной» комбинации *ScG(S)=0*. Действительно, по определению *G(S)* в этом случае либо *S* – пустая позиция, и тогда А уже выиграл, либо В следующим ходом должен перейти к «*опасной*» позиции *U* с *G(U)>0* – и тогда всё повторяется снова. Такая игра после конечного числа ходов заканчивается победой А. К подобным играм относится «*НИМ*». Имеется произвольное число кучек фишек, и игроки по очереди выбирают одну какую-то кучку и вынимают из неё любое число фишек (но хотя бы одну обязательно*)*.

Секрет игры «15»

Не всегда можно головоломку перевести из одного состояния в другое, — запрещены такие переходы, при которых нарушаются те или другие законы сохранения.. Очевидно, что из любой расстановки *16* фишек можно не более чем за *15* обменовполучить правильную позицию — обозначим ее S_0 — и вообще любую другую расстановку. При этих обменах не запрещается вынимать фишки из коробки.

Например, можно сначала поставить насвое место фишку 1, обменяв ее с той фишкой, которая это место занимает, затем точно так же поставить на место фишку 2 и т. д. Последними мы обменяем фишки *15* и *16* — при этом сразу обе встанут правильно. Конечно, не исключено, что по ходу дела какие-то фишки автоматически попадут на свои места, и их трогать непридется, при этом число обменов окажется меньше *15*. Можно расставлять фишки по этой же системе, но в другом порядке, скажем *16, 15, 14,* .... или совсем иначе, и тогда число обменов может оказаться другим.

Однако, каким бы способом ни выбрать последовательность обменов, превращающую одну заданную расстановку фишек в другую, четность числа обменов в этой последовательности всегда будет одной и той же. Это очень важное и неочевидноедокажем ниже. Оно позволяет дать следующее определение: расстановка называется четной, если ее можно превратить в правильную позицию с помощью четного числа обменов, и нечетной в противном случае.

В математике обычно говорят не «*расстановка*», а «*перестановка*»; к этому мы еще вернемся. Сама правильная расстановка S_0 всегда четная, а ловушка Лойда L нечетная. Но почему они не переводятся друг в друга? Как выше уже сказано, каждый ход в игре «*15*» можно рассматривать как обмен фишки с одной из соседних. Следовательно, при каждом ходе четность расстановки *16* фишек меняется: если до хода расстановку можно было упорядочить за N обменов, то после него — за *N+1* обменов (взяв этот ход назад), а числа *N* и *N+1*— разной четности.

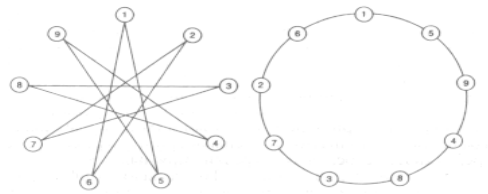

Рис. 1. Звёздный ним (слева) и выигрышная стратегия для него.

Мы рассмотрели лишь малую часть замечательных головоломок, которые придумали математики разных времён, но если когда-нибудь ещё и изобретут головоломку более популярную, чем, например, игра «15», то известней знаменитого кубика Рубика наверняка – нет!

[1] Болл У. Математические эссе и развлечения. – М.: «Мир», 1986. – 120с.1963. – 374 с.

[2] Гарднер , М. Путешествие во времени. – М.: «Мир», 1990. – 150с.

[3] Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложения Москва: Мир, 1984