Построение робастной дискретной системы фазового управления

Почебут М.В.
Кафеда СУ, ФИТиУ,
Научный руководитель: Лобатый А.А., профессор кафедры СУ
e-mail: pochebut@bsuir.by

***Аннотация* — Рассматривается реализация робастных алгоритмов для функционирования дискретной системы фазового управления в граничных режимах работы.**

Ключевые слова: фазовое управление, робастный анизотропийный регулятор.

Новым направлением развития систем управления, в том числе и систем фазового управления (СФУ), является применение в задачах синтеза теории робастного управления. Основная идея состоит в том, чтобы единственным регулятором обеспечить устойчивость системы не только для номинального (без учета ошибок модели) объекта, но и для любого реального объекта с учетом неопределенности наших знаний о параметрах объекта управления и возмущениях.

Представляет интерес рассмотрения в качестве критерия оптимальности СФУ H_{∞} – нормы многомерной передаточной функции замкнутой системы [1], представляющей собой энергию выхода системы при подаче на вход сигнала с единичной энергией. Стохастический подход к H_{∞} – оптимизации систем автоматического управления основан на использовании критерия качества стохастической нормы системы, которая количественно характеризует чувствительность выхода системы к случайным входным возмущениям, вероятностное распределение которых известно не точно. Это приводит к специальному варианту стохастической нормы – анизотропийной норме [2]. Анизотропийная норма системы характеризует её чувствительность к входным гауссовым шумам, средняя анизотропия которых ограничена сверху неким неотрицательным параметром *a*.

Рассмотрим дискретную СФУ [3], в состав которой входит оптимальный регулятор с передаточной функцией W_{ky}, задачей которого является изменение фазовых координат управляемого элемента с передаточной функцией $W_{уэ}$ в соответствии с заданным критерием качества. Обобщенная структурная схема такой ДСФУ имеет вид

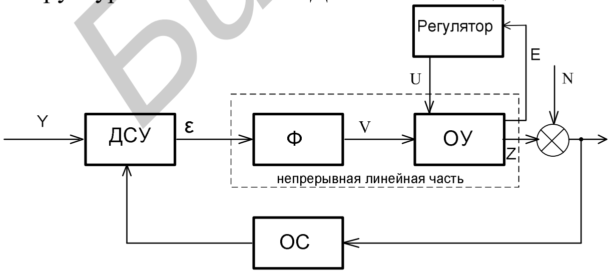

Рис.1. Обобщенная структурная схема ДСФУ с робастным регулятором

В соответствии с рисунком и методикой получения дискретных моделей систем с фазовым управлением в общем случае ОУ с регулятором в пространстве состояний описывается рекуррентными векторно-матричными выражениями:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{k+1} = A\mathbf{X}_k + B_1\mathbf{V}_k + B_2\mathbf{U}_k, \\ \mathbf{Z}_{k+1} = C_1\mathbf{X}_k + D_{11}\mathbf{V}_k + D_{12}\mathbf{U}_k, \\ \mathbf{E}_{k+1} = C_2\mathbf{X}_k + D_{21}\mathbf{V}_k, \end{cases} \qquad (1)$$

где **X** – *n*-мерный вектор внутреннего состояния управляемого элемента; **V** – m_1-мерный вектор выходного сигнала фильтра; **Z** – p_1-мерный вектор выходного сигнала; **E** – p_2-мерный вектор наблюдения; **U** – m_2-мерный вектор управления, $\mathrm{A}, \mathrm{B}_i, \mathrm{C}_j, \mathrm{D}_{ij}\ (i,j=1,2)$ – постоянные матрицы соответствующих размерностей.

$\mathrm{W}_{\text{ку}}$ – допустимый регулятор, имеющий *h*-мерное внутреннее состояние (матрицу *H*), связанное с сигналами наблюдения *E* и управления *U* рекуррентными формулами

$$\begin{cases} H_{k+1} = \hat{A}H_k + \hat{B}E_k, \\ U_k = \hat{C}H_k \end{cases} \qquad (2)$$

где $\hat{A},\hat{B},\hat{C}$ – неизвестные постоянные матрицы соответствующих размерностей.

Задача состоит в определении матриц $\hat{A},\hat{B},\hat{C}$, описывающих оператор $W_{ку}$ в пространстве состояний, таких, что минимизируется α – анизотропийная норма замкнутой системы $\Phi(W,W_{ky})$, описываемой выражениями (1) и (2). Формула для вычисления α имеет вид [1]:

$$|||\alpha(W,W_{ky})||| = \left\{ \frac{1}{q}\left[1 - \frac{m_1}{tr\left\{LPL^T + S\right\}}\right]\right\}^{1/2}. \qquad (3)$$

Для вычисления (3) необходимо решить три алгебраических матричных уравнения Риккати

$$\begin{cases} R = \bar{A}^{\mathrm{T}}R\bar{A} + q\bar{C}^{\mathrm{T}}\bar{C} + L^{\mathrm{T}}\Sigma^{-1}L, \\ \Sigma \equiv \left[I_{m_1} - qD_{11}^{\mathrm{T}}D_{11} - \bar{B}^{\mathrm{T}}R\bar{B}\right]^{-1}, \\ L \equiv \left[L_1L_2\right] \equiv \Sigma\left[\bar{B}^{\mathrm{T}}R\bar{A} + qD_{11}^{\mathrm{T}}\bar{C}\right], \end{cases} \qquad (4)$$

где q - скалярный параметр, принимающий значения из полуоткрытого интервала $\left[0;\|\alpha(W,W_{ky})\|_{\infty}^{-2}\right]$, а матрица L разбита на блоки L_1, L_2.

Библиотека БГУИР

$$\begin{cases} S = \left[A + B_1L_1\right] \cdot S \cdot \left[A + B_1L_1\right]^{\mathrm{T}} + B_1\Sigma B_1^{\mathrm{T}} - \Lambda\Theta\Lambda^{\mathrm{T}}, \\ \Theta \equiv \left[C_2 + D_{21}L_1\right] \cdot S \cdot \left[C_2 + D_{21}L_1\right]^{\mathrm{T}} + D_{21}\Sigma D_{21}^{\mathrm{T}}, \\ \Lambda \equiv \left[\left[A + B_1L_1\right] \cdot S \cdot \left[C_2 + D_{21}L_1\right]^{\mathrm{T}} + B_1\Sigma D_{21}^{\mathrm{T}}\right]\Theta^{-1}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathrm{T} = \underline{A}^{\mathrm{T}}\mathrm{T}\underline{A}^{\mathrm{T}} + \underline{C}^{\mathrm{T}}\underline{C} - N^{\mathrm{T}}\Pi N, \\ \Pi \equiv \underline{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{T}\underline{B} + D_{12}^{\mathrm{T}}D_{12}, \\ N \equiv \left[N_1, N_2\right] \equiv -\Pi^{-1}\left(\underline{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{T}\underline{A} + D_{12}^{\mathrm{T}}\underline{C}\right), \end{cases}$$

где матрица N разбита на блоки N_1, N_2, а матрицы $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}$ имеют вид

$$\begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & * \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} A & B_1M & B_2 \\ 0 & A + B_1M + B_1\hat{C} & 0 \\ C_1 & D_{11}M & * \end{bmatrix},$$

$$M \equiv L_1 + L_2.$$

Искомые матрицы $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ оптимального анизотропийного H_∞- регулятора вычисляются по формулам

$$\begin{cases} \hat{A} = B_2\hat{C} + \left[I_{\mathrm{n}} - \Lambda\right] \times \begin{bmatrix} A & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\mathrm{n}} \\ M \end{bmatrix}, \\ \hat{B} = \Lambda, \\ \hat{C} = N_1 + N_2. \end{cases} \quad (5)$$

где $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ - матрицы реализации допустимого регулятора, I_{n} - единичная матрица (n x n).

Если возмущения, действующие на ДСФУ, считать белым шумом, то выражения для вычисления регулятора в пространстве состояний упрощаются и имеют вид

$$\begin{cases} \hat{A} = A + B_2N - \Lambda C_2, \\ \hat{B} = \Lambda, \\ \hat{C} = N, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$\begin{cases} S = ASA^{\mathrm{T}} + B_1B_1^{\mathrm{T}} - \Lambda\Theta\Lambda^{\mathrm{T}}, \\ \Theta = C_2SC_2^{\mathrm{T}} + D_{21}D_{21}^{\mathrm{T}}, \\ \Lambda \equiv \left[ASC_2^{\mathrm{T}} + B_1D_{21}^{\mathrm{T}}\right]\Theta^{-1}, \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \mathrm{T} = A^{\mathrm{T}}\mathrm{T}A + C_1^{\mathrm{T}}C_1 - N^{\mathrm{T}}\Pi N, \\ \Pi = B_2^{\mathrm{T}}\mathrm{T}B_2 + D_{12}^{\mathrm{T}}D_{12}, \\ N = -\Pi^{-1}\left[B_2^{\mathrm{T}}\mathrm{T}A + D_{12}^{\mathrm{T}}C_1\right] \end{cases} \quad (8)$$

(при этом матрицы $A - \hat{B}C_2$ и $A + B_2\hat{C}$ асимптотически устойчивы).

Выражения (6)-(8) соответствуют нулевой средней анизотропии α =0 и представляют собой H_2 - оптимальный регулятор.

Применение H_2- или H_∞- регулятора обусловлено типом действующих на систему шумов. Так H_2- регулятор функционирует плохо, если на входе системы – сильно окрашенный случайный шум. H_∞- регулятор проявляет консервативность (излишнюю перестраховочность), если входной – сигнал белый шум или слабо окрашенный шум.

Применение анизотропийных регуляторов в СФУ является перспективным, так как позволит снизить влияние на качество работы системы неопределенностей, обусловленных различиями между выбранной математической моделью и реальной оптимизируемой системой.

[1] Методы классической и современной теории автоматического управления. Т.5.: Методы современной теории автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова, И.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 784с.

[2] Владимиров И.Г., Курдюков А.П., Семенов А.В. Асимитатика анизотропийной нормы линейных стационарных систем// Автоматика и телемеханика. – 1999. – №3.

[3] Бусько В.Л., Лобатый А.А., Русак Л.В. Анализ вероятностных характеристик дискретных систем фазового управления. // Минск. Доклады БГУИР №8(38) 2008, с.93-99.

Библиотека БГУИР