

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Кафедра экономики

СТАТИСТИКА

Методическое пособие к практическим занятиям
для студентов экономических специальностей БГУИР
всех форм обучения

Минск 2008

УДК 31 (075.8)
ББК 60.6 я73
С 78

Рецензент
профессор кафедры менеджмента БГУИР А. К. Феденя

Автор-составитель
Г. Т. Максимов

Статистика : метод. пособие к практ. занятиям для студ. экон.
С 78 спец. БГУИР всех форм обуч. / сост. Г. Т. Максимов. – Минск : БГУИР,
2008. – 74 с.

ISBN 978-985-488-308-3

Пособие содержит краткие теоретические и методические положения, а также набор задач по основным темам дисциплины «Статистика».

УДК 31 (075.8)
ББК 60.6 я73

ISBN 978-985-488-308-3

© Максимов Г. Т., составление, 2008
© УО «Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники», 2008

ВВЕДЕНИЕ

Основной задачей дисциплины «Статистика» является овладение следующими универсальными методами этой науки:

- организация статистического наблюдения;
- группировка и сводка данных наблюдений;
- построение и анализ статистических таблиц и графиков;
- расчет и анализ статистических показателей (абсолютных величин, относительных величин, средних величин, показателей вариации, статистических коэффициентов);
- построение и анализ статистических рядов динамики;
- методы теории индексов;
- проведение выборочных наблюдений;
- количественное измерение связей между признаками;
- проверка статистических гипотез.

Поэтому при изучении дисциплины «Статистика» большую роль играют практические занятия, обеспечивающие закрепление теоретических знаний, усвоение методических положений и получение навыков выполнения статистических расчетов.

Настоящее пособие состоит из разделов, соответствующих темам дисциплины «Статистика». По каждому разделу приведен справочный материал в виде кратких теоретических и методических положений по теме и задачи для решения.

Все приведенные в задачах исходные данные являются условными. В целях сокращения объема однотипных вычислительных работ в постановке задач допущен ряд упрощений, например, сокращение количества видов производимой продукции, состава затрат, категорий работников.

1. СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Статистическое наблюдение представляет собой научно организованное получение (собираение) точных и достоверных сведений об изучаемом явлении. Статистическое наблюдение является первой ступенью статистического исследования, оно дает исходный материал для количественного освещения деятельности предприятий и объединений, который в дальнейшем подвергается обработке и анализу.

Основной формой наблюдения в плановой экономике является статистическая отчетность. Данные первичного учета обобщаются и в установленном порядке представляются в виде отчетности вышестоящим организациям и органам государственной статистики.

Специальные статистические исследования проводятся для получения таких данных, которые не содержатся в отчетности. В рыночной экономике они являются основной формой наблюдения, так как свобода предпринимательства и коммерческая тайна резко ограничивают сферу действия отчетности.

Любое статистическое наблюдение надо проводить по строго обоснованной программе, определяющей задачи статистического исследования, объекты наблюдения, единицы совокупности и единицы наблюдения, набор носителей информации для фиксирования данных об изучаемом явлении, список вопросов, способы учета фактов. Тщательно обосновывается организационное обеспечение наблюдения.

По полноте охвата единиц изучаемой совокупности различают сплошное и несплошное наблюдение.

Сплошное статистическое наблюдение имеет основной задачей полный учет всех единиц совокупности, составляющих изучаемое явление. Например, в статистике продукции – полный учет всей произведенной продукции на всех предприятиях, при переписи населения – полный учет всех жителей данной страны.

Задача несплошного наблюдения – учет только части единиц изучаемой совокупности, но в таком количестве (объеме), чтобы иметь возможность на его основе получить обобщающие характеристики по всей совокупности. Например, на основе данных статистики бюджетов специально отобранной части семей изучаются доходы и расходы населения, личное потребление жителей, таким образом организуется изучение торговых оборотов и цен на рынках, ярмарках.

В зависимости от задачи исследования и характера объекта различают следующие виды несплошного наблюдения: а) выборочное (наблюдаемые единицы совокупности отбираются в случайном порядке); б) способом основного массива (отбираются наиболее крупные единицы, в которых сосредоточена значительная часть всех подлежащих изучению фактов); в) анкетное (рассылаются анкеты с просьбой заполнить их и прислать обратно); г) способом монографического описания (детально изучаются отдельные типичные единицы совокупности).

По организации учета данных (фактов) во времени различают следующие виды наблюдения: а) текущее (систематическое, постоянное, по мере возникновения фактов); б) периодическое (через определенные промежутки времени); в) единовременное (разовое, на определенный момент времени).

Статистическое наблюдение может базироваться или на непосредственном учете фактов (лица, проводящие наблюдение, получают необходимые сведения путем личного учета единиц совокупности), или на документальном их учете (статистические отчетности базируются на данных первичного учета), или на опросе людей (при отсутствии возможностей непосредственного или документального учета фактов).

Ошибки, возникающие на стадии наблюдения (ошибки наблюдения), имеют различную природу (случайные, преднамеренные, ошибки в первичном учете, неквалифицированность кадров, опiski регистраторов, ошибки в вычислениях и т.п.). Ошибки наблюдения обычно выявляются качественной организацией контроля статистических бланков и отчетов при их приемке. Контроль бывает логическим (путем сопоставления полученных ответов на разные вопросы и выявления несоответствия) и арифметическим (путем счетной проверки итогов, расчетов, сопоставления значений взаимосвязанных показателей).

Задача №1.1. Приведите перечень показателей, которыми можно было бы при статистическом обследовании охарактеризовать следующие явления: а) динамику выпуска продукции; б) динамику производительности труда на предприятии; в) состав студентов вуза; г) учет текущей успеваемости (аттестацию) студентов; д) аттестацию преподавателя.

Сформулируйте показатели так, чтобы по ним можно было составить программу наблюдения.

Задача №1.2. Произведите логический контроль и укажите, в каком из следующих ответов допущена неправильность:

- а) фамилия, имя, отчество – Иванов Иван Иванович;
 - б) пол – мужской;
 - в) возраст – 20 лет;
 - г) состоит ли в браке – нет;
 - д) образование – незаконченное среднее;
 - е) род занятий (службы) в настоящее время – студент;
 - ж) источник средств существования – должностной оклад.
- Считаете ли возможным исправление неправильного ответа?

Задача №1.3. Произведите логический и счетный (арифметический) контроль и внесите исправления в следующую таблицу:

Квартал	Выручка от реализации продукции, млрд р.		
	План	Выполнение	Выполнение, %
I	34	24	100,4
II	30	31	100,8
III	28	30	90,0
IV	20	30	100,0
Итого за год	112	115	101,0

Задача №1.4. Составьте перечень признаков, которыми можно было бы охарактеризовать:

- а) производственное предприятие (промышленности, связи);
- б) высшее учебное заведение;
- в) производственное оборудование.

Какой из выбранных признаков прямо характеризует объект исследования, т.е. является существенным, и какие признаки характеризуют объект косвенно?

Задача №1.5. При изучении численности и состава кадров предприятия проектируется специальное обследование. Какие вопросы вы считали бы необходимым включить в программу обследования? Объясните, почему необходимо ставить эти вопросы. Спроектируйте программу разработки, составьте макеты таблиц и статистический формуляр для такого обследования (формуляр индивидуальный или списочный, по выбору).

Задача №1.6. Составьте со всеми необходимыми реквизитами форму отчетности о работе цеха за один из месяцев текущего года. Дайте подробное объяснение, почему установлена такая программа наблюдения, сформулируйте вопросы программы.

Задача №1.7. Укажите, к каким формам и видам статистического наблюдения следует отнести: а) перепись населения; б) регистрацию актов гражданского состояния (рождения, браки, разводы, смерть); в) ежедневные записи в бланках прихода и расхода при обследовании бюджетов рабочих и служащих; г) учет товарных остатков в торгово-складской сети на начало каждого квартала; д) ежемесячную отчетность о выпуске продукции производственных и товарообороте торговых предприятий; е) перепись скота; ж) контрольные обходы при проведении переписи скота.

При составлении ответов используйте все известные вам классификации статистического наблюдения.

Задача №1.8. В практике работы предприятий выполнен ряд статистических наблюдений:

- а) регистрация производимой продукции по номенклатуре и ассортименту;

- б) запись о явке работников на работу;
- в) ежемесячная отчетность о работе предприятий по основным показателям;
- г) инвентаризация оборудования;
- д) оценка экономической эффективности мероприятий научно-технического прогресса.

Укажите, к какому виду наблюдений их необходимо отнести:

- 1) по организационным особенностям: к первичному учету, отчетности или специальному статистическому наблюдению;
- 2) по моменту регистрации наблюдаемых фактов: к текущему, периодическому или единовременному;
- 3) по степени охвата наблюдаемой совокупности: к сплошному или несплошному.

Задача №1.9. Проверьте с помощью счетного (арифметического) контроля следующие данные, полученные от детского сада предприятия:

- а) всего детей в детском саду – 133;
- б) в том числе: в старших группах – 37, в средних – 43, в младших – 58;
- в) из всего числа детей: мальчиков – 72, девочек – 66.

Если вы установили несоответствие между некоторыми числами, то видите ли вы достаточные основания для внесения соответствующей поправки?

Задача №1.10. В статистическое управление поступил от предприятия отчет промышленного предприятия о выполнении плана по труду за II квартал текущего года. Все необходимые сведения о выполнении плана по труду в нем имеются, но нет подписей соответствующих должностных лиц. Можно направить этот отчет в разработку или нет? Ответ обоснуйте ссылкой на методические положения.

Задача №1.11. Сформулируйте объект, цель наблюдения и разработайте программу: а) выборочного обследования кинозрителей; б) обследования детского сада; в) выборочного обследования семей рабочих, служащих и сельскохозяйственных работников; г) переписи научно-исследовательских институтов; д) выборочного обследования рабочих промышленности; е) переписи подвижного состава железнодорожного транспорта.

Задача №1.12. Проверьте следующие данные о выручке предприятий связи области от обслуживания промышленности, сельского хозяйства и строительства и дайте наиболее вероятные объяснения несоответствиям между числами, которые вы можете обнаружить (млрд р.):

- а) вся выручка – 135;
- в том числе выручка от обслуживания:
- б) промышленности – 80;
 - в) сельского хозяйства – 40;
 - г) строительства – 150.

2. ГРУППИРОВКА И СВОДКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Предметом статистики как науки являются массовые явления в неразрывной связи с их качественной стороной с учетом конкретных условий пространства и времени.

Изучаемое статистикой массовое явление состоит из множества элементов (единиц) некоторого вида или единиц совокупности данного качества. Однако качественная однородность совокупности не является абсолютной: в рамках самой совокупности существуют различные группы единиц совокупности, имеющие специфические особенности развития. Например, при изучении производства следует различать малые, средние и крупные предприятия по масштабам их деятельности. Единицы совокупности по-разному группируются в качественно однородные подмножества при решении различных задач исследования.

Статистическая группировка – это процесс выделения качественно однородных групп единиц совокупности по существенным признакам. Общепринятая группировка называется классификацией.

При построении любой группировки решаются две основные задачи: выбор группировочного признака и определение числа выделяемых групп. В качестве группировочного признака необходимо отбирать существенные признаки. Вопрос о числе групп решается на основе образования однородных групп, отличных друг от друга. Количество групп зависит от степени изменчивости признака и объема данных. Необходимо, чтобы каждая группа содержала достаточное число единиц совокупности, была представительной (репрезентативной).

Группировочные признаки могут быть атрибутивными или количественными. При группировке по количественному признаку возникает вопрос об интервале группировки. Величина интервала при группировке с равными интервалами находится по формуле

$$i \text{ или } h = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{n},$$

где X_{\max} , X_{\min} – соответственно максимальное и минимальное значения группировочного признака;

n – число групп (интервалов).

Каждая группа имеет нижнюю и верхнюю границу значений признака, связанных соотношением

$$X_{\text{ниж}} + h = X_{\text{верх}}.$$

Для образования простых групп могут быть использованы открытые интервалы:

«до» (для первой группы) и «свыше» или «и выше» (для последней группы).

В общем случае величины открытых границ рекомендуется брать «круглыми» числами (число с нулями).

При помощи группировки решается множество задач. Различают типологические, структурные и аналитические группировки.

При помощи типологической группировки выделяются социально-экономические типы явлений (группировка предприятий по отрасли материального производства, по формам собственности и т.д.).

Структурная (или вариационная) группировка позволяет изучить различие между явлениями определенного типа и выявить их структуру (группировка предприятий по размерам производства, уровню рентабельности и т.д.).

Аналитическая группировка позволяет выявлять взаимосвязи изменяющихся признаков в пределах однокачественной совокупности (зависимости между величиной предприятия и себестоимостью продукции, уровнем квалификации работников и производительностью их труда и т.д.).

Для более разносторонней характеристики выделенных групп одновременно с группировкой разрабатывается система показателей. Например, при группировке предприятий по численности работников целесообразно учитывать производительность труда, вооруженность труда основными фондами, себестоимость продукции, размеры заработной платы.

По количеству признаков, по которым производится группировка, различают простые (по одному признаку) и комбинированные (по двум и более признакам) группировки.

Вторичная группировка применяется для лучшей характеристики изучаемого явления или для приведения к сопоставимому виду группировки с различными интервалами. Вторичная группировка может быть произведена способом долевой перегруппировки или способом преобразования интервалов исходной группировки.

Подсчет групповых и общих итогов называется сводкой. Сводка может осуществляться и по первичным данным наблюдения. Различают следующие разрезы (или направления) сводки: территориальный, отраслевой, по формам собственности, по сферам деятельности.

Результаты группировки и сводки обычно оформляются в виде статистических таблиц, состоящих из макета, подлежащего и сказуемого.

Макет таблицы – это ряд взаимопересекающихся линий, образующих по горизонтали строки, а по вертикали – столбцы (колонки, графы) таблицы.

Подлежащим статистической таблицы называется объект изучения, который характеризуется числовыми показателями.

Сказуемым таблицы называется перечень показателей, при помощи которых характеризуется подлежащее.

Обычно наименования признаков изучаемого явления, образующих подлежащее, даются в левой части таблицы в заголовках строк, а признаков, образующих сказуемое, – в верхней части таблицы в заголовках столбцов таблицы. Однако конкретное представление макета статистической таблицы и порядок размещения в таблице подлежащего и сказуемого определяются целью статистического исследования и характером группировки, обеспечением наглядности изложения цифрового материала.

Любая статистическая таблица должна иметь:

- общий заголовок, отражающий ее содержание, объект и время наблюдения;
- единицы измерения показателей;
- цифровые значения показателей (с одинаковой точностью по столбцам – сказуемым);
- итоги (если числовые значения могут быть суммированы).

По характеру подлежащего статистические таблицы подразделяются на простые (приводится перечень единиц совокупности или совокупность в целом), групповые (в подлежащем приводится группировка по одному признаку), комбинированные (изучаемая совокупность подразделяется по нескольким признакам).

Задача №2.1. Имеются следующие данные о распределении предприятий одной из отраслей народного хозяйства по величине реализованной продукции:

Группы предприятий по стоимости реализованной продукции, млрд р.	Число предприятий, % к итогу	Стоимость реализованной продукции, % к итогу
До 100,0	60,0	17,9
100,0–300,0	30,0	42,4
Свыше 300,0	10,0	39,7
	100,0	100,0

Применяя метод вторичной группировки, образуйте группы предприятий по размеру реализованной продукции, млрд р.: до 10,0; 10,0–50,0; 50,0–100,0; 100,0–250,0; свыше 250,0. По каждой группе рассчитайте оба показателя. Результаты представьте в табличной форме.

Задача №2.2. Постройте таблицу на основании данных об объеме продукции двух предприятий в квартальном разрезе.

Предприятие №1. Объем продукции за предыдущий год (ожидаемое исполнение) составил 2,5 млрд р. В отчетном году объем продукции запланирован следующим образом: годовой – 2,8 млрд р., в том числе в I квартале 610 млн р., во II – 720 млн р., в III – 730 млн р., в IV квартале 740 млн р.

Предприятие №2. Объем продукции за предыдущий год составил 3,5 млрд р. В отчетном году объем продукции запланирован так: годовой –

3,5 млрд р., в том числе в I квартале 800 млн р., во II – 850 млн р., в III – 900 млн р. и в IV квартале 950 млн р.

Задача №2.3. По данным таблицы произведите группировку 30-ти работников производственного подразделения предприятия, выделив 2 группы: мужской пол (м) и женский (ж).

Распределение работников по полу, образованию и трудовому стажу

Порядковый номер работника по списку	Пол	Образование	Трудовой стаж	Порядковый номер работника по списку	Пол	Образование	Трудовой стаж
1	м	Среднее	3	17	ж	Среднее	1
2	м	"-	1	18	ж	"-	5
3	ж	"-	5	19	м	"-	4
4	ж	"-	10	20	ж	"-	10
5	ж	"-	7	21	ж	Незаконч.	9
6	ж	Незаконч.	19			среднее	
		среднее		22	м	Среднее	7
7	м	Высшее	16	23	ж	"-	6
8	ж	"-	11	24	ж	"-	6
9	м	"-	1	25	м	Незаконч.	
10	м	Ср. спец.	2			среднее	3
11	ж	Среднее	4	26	м	"-	2
12	ж	Ср. спец.	5	27	м	"-	1
13	ж	"-	7	28	ж	Ср. спец.	1
14	ж	"-	12	29	ж	"-	4
15	м	Среднее	10	30	м	"-	7
16	ж	Высшее	2				

Задача №2.4. Постройте таблицу на основании данных об изменении состава ИТР за 2 года по стажу работы.

В предыдущем году общая численность инженеров составила 61 чел., в том числе со стажем работы на предприятии: до 3 лет – 26 чел.; от 3 до 5 лет – 12 чел.; от 5 до 10 лет – 14 чел.; от 10 до 15 лет – 5 чел.; свыше 15 лет – 4 чел. В отчетном году общее число инженеров (66 чел.) распределилось по этим же стажевым группам следующим образом: 28; 13; 15; 5 и 5 чел.

Общая численность технических исполнителей в предыдущем году составила 230 чел., в том числе по стажевым группам: 35; 48; 62; 12; 23 чел. В отчетном году общая численность технических исполнителей равна 240 чел., в том числе по стажевым группам: 89; 50; 63; 14; 24 чел.

Задача №2.5. Постройте макет статистической таблицы, характеризующей распределение населения страны на 1 января 1996 г. по полу, возрасту и на городское и сельское.

Задача №2.6. Постройте макет комбинационной таблицы, в котором в подлежащем была бы группировка предприятий по стоимости основных фондов в сочетании с группировкой по числу работников, а в сказуемом – основные показатели, характеризующие работу предприятий. Материалы группировок в подлежащем и все признаки в сказуемом возьмите по своему усмотрению.

Задача №2.7. Примените вторичную группировку для приведения двух группировок с различными размерами интервалов к единому виду.

Исходные данные

Предприятие №1		Предприятие №2	
Группа рабочих по размеру заработной платы, тыс. р.	Удельный вес рабочих по группам, % к итогу	Группа рабочих по размеру заработной платы, тыс. р.	Удельный вес рабочих по группам, % к итогу
60–70	5	–	–
70–80	12	65–80	14
80–90	18	80–95	30
90–100	26	95–110	21
100–110	25	110–125	15
110–120	7	125–140	16
120–130	4	140–155	4
130–140	3	–	–
	100		100

Задача №2.8. Оформите в табличном виде следующие данные: военные расходы ФРГ возросли с 6,1 млрд дол. в 1970 г. до 31,0 млрд дол. в 1984 г., а Франции – соответственно с 5,9 до 27,0 млрд дол. За тот же период доля ФРГ в общих расходах НАТО увеличилась с 6 до 10 %, а доля Франции – с 5 до 9 %.

Задача №2.9. Спроектируйте макеты таблиц для статистической характеристики: а) населения страны; б) предприятий какой-либо отрасли народного хозяйства; в) профессорско-преподавательского состава вуза; г) студентов вуза.

Задача №2.10. Объедините два следующих макета статистических таблиц о распределении рабочих-станочников по профессиям, полу и тарифному разряду в один и сформулируйте его общий заголовок:

1. Распределение рабочих-станочников по профессиям и полу

Профессия	Всего рабочих	Из них	
		мужчин	женщин
1. Токари 2. Фрезеровщики и т.д.			
Итого			

2. Распределение рабочих-станочников различных профессий по квалификации

Тарифный разряд	Всего рабочих	Из них		
		токари	фрезеровщики	и т.д.
1				
2				
3				
и т.п.				
Итого				

Задача №2.11. Определите характер разработки подлежащего и сказуемого макета таблицы. Сформулируйте для него заголовки и укажите единицы измерения содержащихся в нем показателей:

Зарботная плата рабочих, тыс. р.	Процент выполнения норм выработки рабочими					Итого
	до 90	90–100	100–110	110–120	120 и более	
До 600						
600–800						
800–1000						
1000–1200						
Свыше 1200						
Итого						

Задача №2.12. Спроектируйте макет таблицы, характеризующей распределение работников различных видов транспорта по трудовому стажу.

Задача №2.13. Перегруппируйте нижеприведенные данные о численности работающих на 55 предприятиях, образовав следующие группы: до 400, 400–1000, 1000–3000, 3000–5000, свыше 5000 чел.

Исходные данные

Численность работающих, чел.	Число предприятий
До 90	4
100–500	8
500–1000	5
1000–2000	14
2000–5000	15
5000–10 000	5
10 000–20 000	3
Свыше 20 000	1
Всего	55

3. АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Статистическая совокупность может быть охарактеризована многими показателями, каждый из которых отражает определенное ее свойство. По статистической структуре показатели можно условно разделить на три группы: абсолютные (объемные) величины, относительные величины и средние величины.

Абсолютные статистические величины характеризуют объемы и уровни массовых явлений и всегда представляют собой именованные числа. Размеры явлений могут быть выражены либо в виде численности единиц совокупности, либо в виде величины признака. В зависимости от задач исследования и характера явления абсолютные величины могут быть измерены в натуральных, условно-натуральных, трудовых и денежных единицах. Следует различать содержание и размер абсолютной величины.

Относительные величины представляют собой результат сравнения двух статистических величин. При этом различают сравниваемую величину (числитель) и основание или базу сравнения (знаменатель).

Если сравниваются одноименные величины, то относительные величины могут выражаться либо коэффициентами (база сравнения принимается за 1), либо в процентах (база принимается за 100), либо в промиллях (база принимается за 1000). При сравнении разноименных величин относительные величины выражаются в виде именованных чисел (имеют размерность сопоставляемых величин).

Следует помнить, что за каждой относительной величиной скрываются абсолютные цифры. Часто небольшая относительная величина выражает значительные абсолютные размеры изучаемого явления и наоборот.

Относительные величины как результат сравнения одноименных величин подразделяются на следующие виды: сравнения, изменения явления во времени, структуры изучаемых явлений, выполнения плана, координации.

Относительные величины сравнения показывают, во сколько раз одна величина больше (или меньше) другой; при этом та величина, с которой сравнивают, выступает в качестве делителя.

Относительные величины изменения явления во времени (динамики) вычисляются делением абсолютной величины показателя в рассматриваемом периоде на величину этого показателя в периоде, принятом за базу, и выражаются в виде коэффициента или в процентах.

Относительные величины структуры характеризуют состав изучаемого явления, т.е. долю (удельный вес в процентах или коэффициентах) отдельных частей явления по отношению ко всему явлению (принятому за 100 % или за 1).

Относительные величины выполнения плана исчисляются делением фактически достигнутого уровня на уровень, предусмотренный планом, и выражаются в процентах. Однако если прогрессивное развитие явления состоит в снижении его уровня, то наоборот, плановый уровень делится на фактический и выражается в процентах.

Относительные величины координации отражают соотношение частей целого между собой. Например, соотношение численности рабочих и специалистов, соотношение числа родившихся мальчиков и девочек и т.д.

Относительные величины исчисляются также сопоставлением двух равноименных статистических величин, характеризующих различные, но связанные между собой явления. Они являются именованными числами и имеют размерность тех абсолютных величин, соотношение которых они выражают. Относительные величины интенсивности (другое название этих относительных величин) характеризуют степень распространения или развития какого-либо явления в определенной среде. Например, экономические показатели фондоотдачи, производительности труда, себестоимости и др.

Задача №3.1. Планом предусмотрено повысить производительность труда по предприятию на 3,5 %. Фактически она повысилась на 4,7 % по отношению к уровню прошлого года.

Определите степень выполнения предприятием планового задания по повышению производительности труда.

Задача №3.2. Среднегодовая численность населения района в прошлом году составила 35 460 человек. Площадь района равна 850 кв. км. ЗАГС зарегистрировал за прошлый год 486 случаев рождения детей.

Определите: а) плотность населения района; б) коэффициент рождаемости.

К какому виду относительных величин принадлежат эти показатели?

Задача №3.3. Определите динамику и структуру изменения объема продукции в квартальном разрезе по следующим исходным данным:

Предприятие	Всего за год, млрд р.	В том числе и по кварталам			
		I	II	III	IV
№1	460	110	120	100	130
№2	630	150	150	160	170

Задача №3.4. Определите отдельно число телефонов и трансляционных радиоточек, приходящихся на 100 жителей района, а также динамику полученных показателей на основании следующих данных:

Годы	Число на конец года, ед.		Население на конец года, тыс. чел.
	телефонных аппаратов	радиотрансляционных точек	
Базисный	6435	18 480	82,5
Отчетный	8385	29 445	97,5

Задача №3.5. По данным нижеследующей таблицы рассчитайте относительные величины интенсивности, характеризующие эффективность работы предприятия за базисный и отчетный периоды, и сделайте вывод о повышении (снижении) эффективности производства на данном предприятии на основании следующих показателей:

а) производительность труда (объем продукции, выработанный одним работником за год);

б) фондовооруженность труда (производительные фонды, приходящиеся на одного работника);

в) фондоотдача (объем продукции, получаемой с 1 р. производственных фондов);

г) уровень рентабельности производства (отношение прибыли к сумме производственных фондов и нормируемых оборотных средств, выраженное в процентах).

Исходные данные

Показатели	Базисный период	Отчетный период
Объем продукции, млрд р.	1150	1240,8
Численность работников, чел.	400	415
Производительные фонды, млрд р.	1210	1330
Нормируемые оборотные средства, млрд р.	350	370
Прибыль, млрд р.	390	410

Задача №3.6. Предприятию планом на отчетный год предусматривалось увеличение выпуска изделия «А» на 10 %, изделия «Б» – на 8 %, изделия «В» – на 5 % по сравнению с предыдущим годом. Фактический объем производства

изделия «А» в отчетном году был в 1,2 раза больше, чем в предыдущем году, изделия «Б» – на 2 %, а изделия «В» – в 2 раза. Определите показатели степени выполнения плана по выпуску изделий «А», «Б», «В».

Задача №3.7. По данным нижеследующей таблицы сравнить состав занятого населения двух областей, вычислив относительный показатель, характеризующий соотношение между численностью работников производственной деятельности и работников других сфер деятельности.

Исходные данные

Категория деятельности	Количество работников	
	в 1-й области	во 2-й области
Сфера производства	3250	2560
Аппарат управления	320	390
Прочие виды деятельности	670	745

Задача №3.8. Выполнение плана производства продукции предприятием составило 103 %. По сравнению с прошлым годом прирост выпущенной продукции составил 5 %. Определите, какой рост продукции по сравнению с прошлым годом был предусмотрен планом.

Задача №3.9. Производство автомобилей всех видов увеличилось в 1990 г. по сравнению с 1980 г. в 2,4 раза, а грузовых – на 50 %. Определите долю грузовых автомобилей в 1980 г., если известно, что в 1990 г. она составила 5 %.

Задача №3.10. На начало 1990 г. сельских жителей в области было в 1,7 раза меньше, чем горожан. По сравнению с 1950 г. численность населения области увеличилась за этот период на 36,2 %, в том числе численность городского населения возросла в 2,6 раза, а численность сельского – сократилась на 25 %. Определите структуру населения в 1950 г.

Задача №3.11. Определите по следующим данным степень выполнения плана по выпуску продукции цехом, используя метод условно-натурального измерения.

Исходные данные

Вид продукции	Количество продукции, шт.		Трудоемкость единицы, нормо-ч.
	План	Отчет	
«А»	10	12	17
«Б»	15	16	12
«В»	30	28	6

За условную единицу измерения примите продукцию, имеющую наименьшую трудоемкость.

4. РЯДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Материалы статистического наблюдения и результаты группировки и сводки могут быть представлены в виде статистических рядов распределения.

Статистические ряды распределения представляют собой упорядоченное расположение единиц совокупности по возрастанию или убыванию значений изучаемого признака.

Элементами ряда распределения являются значения того или иного признака (абсолютные, относительные или средние статистические величины), которые принято называть вариантами, и численности единиц совокупности с данными вариантами. Численности единиц называются частотами (если выражены абсолютными величинами) или частостями (если выражены относительными величинами) ряда распределения.

Ряды распределения характеризуют состав (структуру) изучаемого явления, позволяют судить об однородности совокупности, границах ее изменения, закономерностях развития наблюдаемого объекта.

В зависимости от характера и задач статистического исследования различаются три вида рядов: 1) типологические ряды (нередко именно они понимаются под рядами распределения); 2) ряды динамики (сравнение во времени); 3) ряды территориального сравнения.

В зависимости от характера признака различаются ряды атрибутивные и вариационные.

Атрибутивный ряд характеризует распределение единиц изучаемой совокупности по описательному (атрибутивному) признаку; например, распределение численности работников по полу, по категориям, по квалификации и т.д.

Вариационный ряд характеризует распределение единиц изучаемой совокупности по числовому (количественному) признаку, например, распределение предприятий по уровню себестоимости продукции, распределение работников по возрасту, стажу работы, получаемой заработной плате и т.д. Вариация количественных признаков может быть дискретной (прерывной) или непрерывной. Интервальные вариационные ряды строятся и для признаков с дискретной вариацией. Если построен ряд с равными интервалами, то частоты (частости) дают представление о структуре совокупности. В рядах с неравными интервалами эта задача решается с применением плотности распределения.

Любое распределение можно охарактеризовать также с помощью накопленных частот. Накопленная частота (частость) для данного дискретного значения или для верхней границы данного интервала получается суммированием частот (частостей) всех предшествующих групп (интервалов), включая данную (S_i).

График дискретного ряда распределения (полигон) строится в следующем порядке: а) на оси абсцисс в выбранном масштабе откладываются значения

признака; б) по оси ординат наносится шкала для выражения величины частот; в) из отмеченных точек оси абсцисс восстанавливаются перпендикуляры, равные соответствующим частотам; г) вершины перпендикуляров соединяются в последовательном порядке с отрезками прямой.

График интервального ряда распределения (гистограмма) строится в следующем порядке: а) открытые интервалы следует закрыть; б) на оси абсцисс в выбранном масштабе откладывается минимальное значение признака первой группы и максимальные значения в каждой группе; в) на оси ординат наносится шкала для выражения величин частот (или плотности распределения при неравных интервалах); г) частоты (или плотности распределения) изображаются прямоугольниками, построенными на интервалах групп.

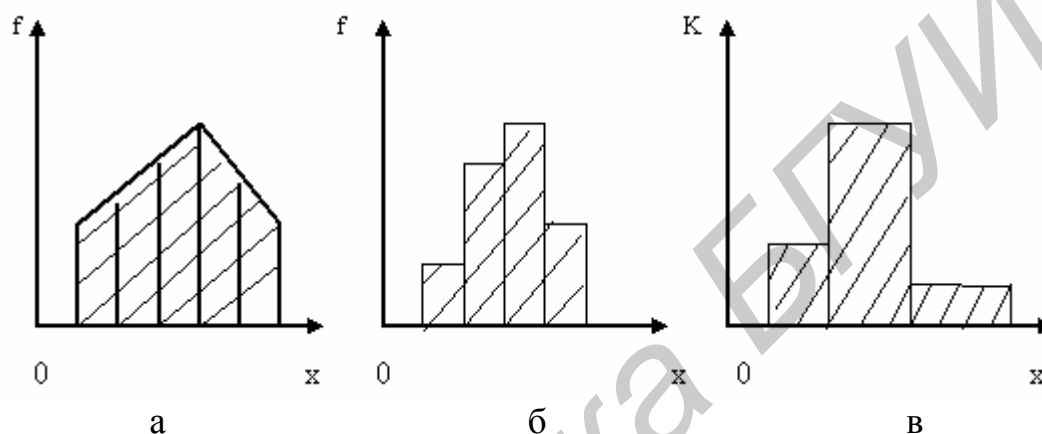


Рис. 4.1. График дискретного (а) и интегрального (б и в) ряда распределения

Плотность распределения определяется по формуле

$$K = \frac{f}{i},$$

где f – частота в группе;

i – величина интервала по группе (разность между максимальным и минимальным значениями признака на графике или в таблице).

Простейший показатель асимметрии основан на соотношении показателей центра распределения: а) если выполняется соотношение $M_0 < M_E < \bar{X}$, то имеет место правосторонняя асимметрия; б) если $M_0 > M_E > \bar{X}$, то левосторонняя асимметрия.

График накопленных частот (кумулята) строится в следующей последовательности: 1) на оси абсцисс в выбранном масштабе откладываются максимальные значения признака по каждой группе ($X_{\max,i}$); 2) на оси ординат наносится шкала для накопленных частот; 3) в поле графика наносятся точки с координатами ($X_{\max,i}; S_i$); 4) точки последовательно соединяются отрезками прямой.

Для более четкого выявления взаимосвязи между изменением значений изучаемого признака и распределением единиц совокупности (частотами) нередко применяется вторичная группировка. В зависимости от вида графика ряда распределения можно обосновать тип (или закон) распределения: одновершинные (симметричные или асимметричные), многовершинные. Для этой цели более содержательным является полигон. Полигон для интервального ряда распределения строится или на гистограмме, или по исходным данным этого ряда.

В качестве теоретического распределения частот в статистических исследованиях используются: нормальные распределения, распределение Пуассона, биномиальное и другие типы (законы) распределения.

Нормальное распределение является одновершинным, симметричным. Имеет два основных параметра: среднюю величину (\bar{X}) и среднее квадратическое отклонение (σ). В интервале ($\bar{X} - \sigma, \bar{X} + \sigma$) размещается 68,3 % всех единиц совокупности, а в интервале ($\bar{X} - 2\sigma, \bar{X} + 2\sigma$) – 95,4 %.

Задача №4.1. Постройте дискретный ряд распределения рабочих цеха №3 по уровню квалификации (тарифным разрядам) на основании следующих данных (по алфавитному списку рабочих выписаны их тарифные разряды):

3	2	3	4	5	2	6	5	4	2	3	3	5	7	8	7	2	3
4	2	3	6	7	8	5	4	3	6	5	4	3	3	2	2	4	5
5	6	8	8	7	7	6	7	3	5	7	2	2	7	4	5	5	5

Задача №4.2. По данным нижеприведенной таблицы постройте вариационный ряд распределения рабочих мест цеха №1 по проценту выполнения норм выработки, выделив группы до 100 %, от 100 до 105, от 105 до 110, от 110 до 115, от 115 % и выше.

Выполнение норм выработки рабочими цеха №1

Разряд рабочего	Выполнение нормы, %	Разряд рабочего	Выполнение нормы, %	Разряд рабочего	Выполнение нормы, %	Разряд рабочего	Выполнение нормы, %
2	109	3	105	3	101	2	95
5	125	4	96	4	110	5	105
6	110	7	103	6	104	8	110
4	106	3	108	7	115	4	109
5	119	8	110	5	110	3	97

На основе данных группировки сделайте вывод о необходимости пересмотра норм выработки.

Задача №4.3. Постройте интервальный ряд по следующим данным, имеющимся в отделении национального банка, об остатках на текущих счетах отдельных организаций на конец месяца (млн р.).

971	692	1396	1028	563	1173	913	623
478	782	695	878	793	933	1190	656
956	728	844	819	1296	1295	869	963
519	1093	756	107	1165	917	866	611
417	1367	911	1079	1057	926	770	892

Ряд распределения постройте с равными интервалами, при этом образуйте 5 групп.

Задача №4.4. На основании нижеприведенной таблицы произвести группировку и построить вариационный ряд распределения предприятий по объему продукции. Выделить следующие типовые группы: от 15 до 30, от 30 до 80, свыше 80 млрд р.

Определите объем продукции, приходящейся в среднем на одно предприятие в группе.

Объем продукции по предприятиям

Номер предприятия	Объем продукции, млрд р.	Номер предприятия	Объем продукции, млрд р.
1	32	11	26
2	16	12	43
3	36	13	69
4	25	14	143
5	155	15	53
6	58	16	49
7	48	17	32
8	24	18	26
9	27	19	58
10	83	20	183

Задача №4.5. Распределение рабочих участка №2 по квалификации характеризуется следующими данными:

Тарифный разряд рабочего x	2	3	4	5	6
Число рабочих, имеющих этот разряд f	1	5	8	4	2

Постройте для данного ряда полигон и кумуляту распределения и оцените форму распределения.

Задача №4.6. Постройте ряд распределения 80 рабочих по стажу работы. Исходные данные: ранжированный ряд рабочих по возрастанию стажа работы (в годах с десятичным знаком).

0,6	3,0	5,2	6,8	7,4	8,5	9,2	10,6	11,8	13,4
0,8	3,1	5,6	6,9	8,2	8,6	9,4	11,2	12,6	13,9
1,2	3,2	5,8	7,1	8,2	8,8	9,6	11,3	12,8	14,6
1,5	4,2	6,1	7,1	8,4	8,8	9,8	11,5	12,8	14,8
2,1	4,5	6,2	7,2	8,5	9,1	10,3	11,6	13,2	15,1
2,5	4,8	6,5	7,2	8,5	9,2	10,4	11,8	13,2	15,5

Примечание. Можно воспользоваться группировкой, принятой в задаче №2.6, разд. 2.

Задача №4.7. Имеется следующее распределение предприятий по стоимости основных фондов:

Стоимость основных фондов, млрд р.	1–3	3–5	5–10	10–30	30–50	Всего
Распределение предприятий, %	4	14	16	52	14	100

Используя метод вторичной группировки, образуйте следующие группы предприятий по стоимости основных фондов:

1–5, 5–10, 10–20, 20–30, 30–40, свыше 40.

По исходным данным и результатам вторичной группировки постройте гистограмму и кумуляту распределения.

Задача №4.8. Постройте полигон и кумуляту распределения рабочих по тарифным разрядам.

Исходные данные

Тарифные разряды	Численность рабочих	
	абсолютная	% к итогу
1	3	5,0
2	5	8,3
3	10	16,7
4	15	25,0
5	15	25,0
6	4	6,7
7	5	8,3
8	3	5,0
Итого	60	100

Задача №4.9. Постройте гистограмму, полигон и кумуляту распределения 60 рабочих по стажу работы.

Исходные данные

Стаж работы	Численность рабочих		Накопленная численность рабочих
	абсолютная	% к итогу	
До 2 лет	4	6,65	4
2–4	5	8,35	9
4–6	6	10,0	15
6–8	10	16,7	25
8–10	15	25,0	40
10–12	9	15,0	49
12–14	7	11,65	56
14 и более лет	4	6,65	60
Итого	60	100	–

Задача №4.10. Имеется следующая группировка предприятий по объему валовой продукции и распределение трех показателей по промышленности региона в соответствии с этой группировкой:

Группы предприятий по годовому объему валовой продукции, млрд р.	Показатели, % к итогу		
	Число предприятий	Валовая продукция	Численность персонала
До 1	6,0	0,0	0,2
1,1–5	13,1	0,3	1,3
5,1–10	12,5	0,9	2,3
10,1–50	36,8	8,6	14,6
50,1–100	12,9	8,6	11,5
100,1–500	14,5	29,4	31,1
500,1–1000	2,3	15,2	13,8
1000,1 и выше	1,9	37,0	25,2
Всего	100,0	100,0	100,0

Постройте кривую концентрации производства продукции и численности персонала в промышленности данного региона.

Примечание. Ось абсцисс принять за кумулятивные итоги распределения предприятий, а ось ординат – соответственно за кумулятивные итоги изучаемых признаков.

5. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

Средняя величина – это обобщающий показатель, выражающий типичный размер усредняемого признака у единиц изучаемой качественно однородной совокупности.

В статистике применяются различные виды средних величин: арифметическая, гармоническая, геометрическая, квадратическая. Каждая из них может быть определена как простая (невзвешенная) или взвешенная.

Средняя арифметическая простая вычисляется путем деления суммы индивидуальных значений признака по единицам совокупности на их количество:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n},$$

где \bar{x} – средняя арифметическая простая;

x – индивидуальные значения величины признака;

n – число индивидуальных значений признака x (единиц совокупности).

Средняя арифметическая взвешенная применяется в тех случаях, когда одни и те же индивидуальные значения признака встречаются несколько раз. Она исчисляется по формуле

$$\bar{x} = \frac{\sum xm}{\sum m} = \frac{\sum xm}{n},$$

где x – индивидуальные значения величины признака;

m – количество единиц, имеющих данную величину признака (частота).

Для вычисления средней взвешенной необходимо исходные данные сгруппировать по одинаковым значениям количественного признака и представить в виде вариационного ряда.

Если данные представлены в виде интервального вариационного ряда, в котором размер изучаемого признака дается группами в интервале «от» и «до», расчет арифметической средней производится по средним значениям признака в каждой группе (по средним арифметическим крайних значений каждого интервала).

Средняя гармоническая – это величина, обратная средней арифметической, и определяется из обратных значений признака.

Средняя гармоническая простая исчисляется по формуле

$$x = \frac{\sum n}{\sum 1/x}.$$

Средняя гармоническая взвешенная исчисляется по формуле

$$\bar{x} = \frac{\sum \omega}{\sum 1/x \cdot \omega},$$

где ω – объем признака, выступающий в качестве веса.

Расчет средней по формулам средней арифметической и средней гармонической дает один и тот же результат. Средняя гармоническая применяется в тех случаях, когда известны значения числителя исходного соотношения средней (объемы признака по группам), но неизвестны значения знаменателя (частоты и частости).

Средняя геометрическая используется при изучении рядов динамики, а средняя квадратическая – при характеристике вариации.

Вариация – это различие значений признака по единицам совокупности.

Показатели, характеризующие колеблемость отклонения отдельных значений признака от средней в изучаемой совокупности, называются показателями вариации. К ним относятся размах вариации, среднее арифметическое (линейное) отклонение, средний квадрат отклонений, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.

Размах вариации определяется как разность между наибольшим и наименьшим значениями признака по формуле

$$R = x_{\max} - x_{\min},$$

где R – размах вариации;

x_{\max} – максимальное значение признака;

x_{\min} – минимальное значение признака.

Среднее линейное отклонение определяется по формуле

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| \cdot f}{\sum f},$$

где x – индивидуальные значения признака;

\bar{x} – средняя арифметическая величина;

f – частоты отдельных вариантов (групп единиц совокупности);

$|x - \bar{x}|$ – значения отклонений от средней без учета знака.

Наибольшее распространение для измерения вариации признака получило среднее квадратическое отклонение, исчисляемое по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 m}{\sum m}} = \sqrt{\sigma^2},$$

где σ^2 – дисперсия.

Дисперсия представляет собой средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины.

Различают общую дисперсию, среднюю из групповых дисперсий и межгрупповую дисперсию.

Общая дисперсия (σ^2) измеряет колеблемость признака, вызванную действием всех без исключения факторов и вычисляется по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}.$$

Средняя из групповых дисперсий ($\overline{\sigma_i^2}$) измеряет колеблемость признака под действием специфических для групп факторов и исчисляется по формуле

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 f_i}{\sum f_i},$$

где σ_i^2 – групповая дисперсия по i -й группе (т.е. средний квадрат отклонений значений признака, образующих данную группу, от групповой средней).

Межгрупповая дисперсия или, иначе, дисперсия групповых средних (δ^2) измеряет вариацию за счет факторного признака, положенного в основание группировки, и рассчитывается по формуле

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i},$$

где \bar{x}_i – групповая средняя по i -й группе.

Между этими видами дисперсий существует связь, называемая правилом сложения дисперсий:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta^2.$$

Сущность и правило сложения дисперсий используется также при измерении степени тесноты связи между результативным и факторным признаком (см. разд. 10).

Среднее квадратическое отклонение всегда выражается в тех именованных числах, в которых выражены варианты и средние, т.е. дает абсолютную меру вариации.

Коэффициент вариации определяется по формуле

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100$$

и выражается в процентах.

Коэффициенты вариации дают относительную оценку вариации и позволяют сравнивать степень вариации признаков в вариационных рядах с разным уровнем средней, для сравнения вариации разных явлений.

В статистике для характеристики типичных количественных значений явлений иногда применяются мода и медиана. Мода (M_0) – варианта, встречающаяся в ряду распределения чаще всего, т.е. варианта, которой соответствует наибольшая частота.

Для дискретного ряда распределения мода определяется наиболее просто: варианта, против которой расположена наибольшая частота, и будет модой.

В интервальном ряду наибольшая частота указывается не на модальную варианту, а на содержащий моду интервал. Вычисление моды производится по следующей формуле:

$$M_0 = x_{M_0} + i_{M_0} \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})},$$

где x_{M_0} – начало (нижняя граница) модального интервала;

i_{M_0} – величина интервала;

f_{M_0} – частота модального интервала;

f_{M_0-1} – частота интервала, предшествующего модальному;

f_{M_0+1} – частота интервала, следующего за модальным.

Медиана (M_e) – варианта, находящаяся в середине ранжированного ряда распределения. Для определения достаточно расположить в порядке возрастания или убывания все варианты. Серединная варианта и будет являться медианой. Расчет медианы для интервального ряда производится по формуле

$$M_e = x_{M_e} + i_{M_e} \frac{0,5 \sum f - S_{M_e-1}}{f_{M_e}},$$

где x_{M_e} – начало (нижняя граница) медианного интервала;

i_{M_e} – величина интервала;

$\sum f$ – сумма всех частот ряда;

S_{M_e-1} – сумма накопленных частот вариантов до медианного;

f_{M_e} – частота медианного интервала.

Задача №5.1. Найдите среднемесячную заработную плату группы работников, если известно, что за месяц первый работник получил 585 тыс. р., второй – 600, третий – 570, четвертый – 605 и пятый – 675 тыс. р.

Задача №5.2. Определите среднюю месячную заработную плату одного работника по предприятию.

Исходные данные

Заработная плата за месяц, тыс. р.	До 400	400–600	600–800	800–1000	1000–1200	Свыше 1200
Число работников, чел.	5	10	25	30	20	5

Задача №5.3. Определите среднюю себестоимость 1 км пробега ведомственного автотранспорта для трех предприятий.

Исходные данные

Предприятие	Себестоимость 1 км пробега, р.	Сумма расходов по автотранспорту, млн р.
№1	600	66
№2	800	90,4
№3	1000	60
Итого	–	216,4

Задача №5.4. По группе предприятий определите средний процент выполнения плана доходов на основании следующих данных:

Показатели	Предприятие А	Предприятие Б	Предприятие В	Всего
Выполнение плана, тыс. шт.	105	180	330	615
Степень выполнения, %	105	90	110	...

Задача №5.5. Исчислите среднюю заработную плату работников и коэффициент вариации.

Исходные данные

Заработная плата, тыс. р.	400–500	500–600	600–700	700–800	800–900
Число работников	5	15	10	7	3

Задача №5.6. Определите средний класс квалификации телеграфистов-аппаратчиков по двум предприятиям и сделайте вывод об уровне их квалификации на первом и на втором предприятиях.

Укажите модальное значение класса квалификации телеграфистов-аппаратчиков.

Исходные данные

Класс квалификации	Число телеграфистов, чел.	
	Предприятие №1	Предприятие №2
1	30	11
2	15	42
3	18	7
Итого	63	60

Задача №5.7. По приведенным ниже данным определите среднюю заработную плату работников за месяц, моду и медиану.

Заработная плата 1 работника, тыс. р.	750	800	850	950	1000	1050	1080	1100	1150	1250	1400	1600
Число работников, чел.	1	1	2	2	3	10	8	7	4	4	2	1

Задача №5.8. Определите средний возраст работников, моду и медиану по следующим данным:

Возраст работников, лет	До 18	От 18 до 25	От 25 до 35	От 35 до 50	50 и выше
Численность работников, чел.	6	54	140	120	80

Задача №5.9. На двух предприятиях работники по уровню производительности труда распределяются следующим образом:

Предприятие №1	Уровень выработки, млн р./чел.	3	4	5	6	7
	Количество работников, чел	15	30	60	30	15
Предприятие №2	Уровень выработки, млн р./чел.	3	4	5	6	7
	Количество работников, чел.	40	20	10	20	40

Определите средние уровни производительности труда по этим предприятиям и показатели вариации.

На каком из этих предприятий средняя является более типичной характеристикой?

Задача №5.10. За смену выработки рабочих характеризуются следующими данными:

Выработка, шт.	40	42	45	46	48	50
Число рабочих с данной выработкой, чел.	25	50	100	125	150	50

Исчислите среднюю выработку на одного рабочего за смену, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации. Определите моду и медиану.

Задача №5.11. Два предприятия в отчетном периоде фактически произвели по 10 млрд р. каждое. При этом одно предприятие выполнило план производства на 112 %, а второе – на 106 %.

Исчислите, как в среднем выполнен план производства продукции на этих двух предприятиях вместе.

Задача №5.12. Выполнение норм выработки рабочими характеризуется следующими данными:

Процент выполнения норм выработки	90–100	100–110	110–120	120–130	Свыше 130
Число рабочих, чел.	10	160	100	60	20

На основе этих данных исчислите обычным способом и способом моментов: а) средний процент выполнения норм выработки всеми работниками; б) среднее квадратическое отклонение; в) коэффициент вариации; г) моду и медиану.

Задача №5.13. Используя способ моментов, исчислите среднюю урожайность и среднее квадратическое отклонение по следующим данным:

Урожайность, ц/га	15	18	21	24	27	30
Площадь посева, % к итогу	11	19	30	27	8	5

Исчислите также моду и медиану.

Задача №5.14. Имеются следующие данные о производстве одинаковой продукции тремя рабочими:

Рабочий	Затраты времени на производство единицы продукции, мин	Время, в течение которого эта продукция производилась, ч
Иванов П. И.	48	8
Зубов К. К.	50	5
Мишин В. Д.	40	6

Определите средние затраты времени этими рабочими на производство единицы продукции.

Задача №5.15. Некоторая совокупность разбита на 4 типические группы численностью 60; 50; 45 и 40 единиц со средними по некоторому признаку, равными соответственно 18, 20, 25 и 30.

Определите общую среднюю.

Задача №5.16. Выпуск продукции двумя цехами предприятия за отчетный год характеризуется следующими данными:

Номер цеха	По плану		Фактически	
	Удельный вес продукции I-го сорта, %	Стоимость продукции I-го сорта, млрд р.	Удельный вес продукции I-го сорта, %	Стоимость произведенной продукции, млрд р.
1	90	225	92	275
2	85	170	90	210

Определите: 1) средний удельный вес продукции I-го сорта по двум цехам вместе: а) по плану, б) фактически; 2) процент выполнения плана по выпуску: а) всей продукции, б) продукции I-го сорта.

Задача №5.17. По нижеприведенной группировке магазинов по размеру месячного товарооборота определите: а) моду; б) медиану.

Товарооборот, млрд р.	До 5	5–10	10–15	15–20	20–25	25 и более
Число магазинов	10	13	10	7	5	5

Задача №5.18. По данным задачи 10 определите: а) дисперсию; б) среднее квадратическое отклонение; в) коэффициент вариации.

Задача №5.19. Определите среднее квадратическое отклонение, если известно, что средняя величина признака 260, а коэффициент вариации составляет 30 %.

Задача №5.20. Средняя величина признака равна 20, а коэффициент вариации 25 %. Определите дисперсию.

Задача №5.21. Дисперсия признака равна 25, средний квадрат индивидуальных значений его равен 250.

Определите среднюю величину признака.

Задача №5.22. Средний квадрат отклонений вариантов признака от некоторой произвольной величины равен 500, а разность между этой произвольной величиной и средней равна 14.

Определите дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

Задача №5.23. По данным статистической отчетности вузов города установлено, что доля лиц, имеющих ученые степени, составляет в них 60 %.

Определите дисперсию доли лиц, имеющих ученые степени в этих вузах.

6. РЯДЫ ДИНАМИКИ

Процесс развития общественно-экономического явления во времени принято называть динамикой, а числовые значения показателей, характеризующих изменение величины этого явления в последовательные моменты или периоды времени, – рядами динамики (или временными рядами).

Любой ряд динамики можно представить в табличной форме:

t	t_1	t_2	...	t_{n-1}	t_n
y_t	y_1	y_2	...	y_{n-1}	y_n

Каждое отдельное значение показателя динамики y_t ряда называется уровнем ряда. Ряды динамики могут быть выражены абсолютными, относительными или средними величинами. Кроме того, уровни рядов динамики могут относиться к определенным моментам или интервалам времени.

В зависимости от показателя времени в статистике различают моментные и интервальные ряды динамики.

Моментным называется ряд, уровни которого характеризуют величину явления по состоянию на определенные моменты времени (например, на первое число каждого месяца, на начало года, на конец года). Такой ряд динамики характеризует состояние явления.

Интервальным (периодическим) называется ряд, уровни которого характеризуют величину явления за определенный промежуток (период, интервал) времени (например, за каждый год пятилетки, за каждый месяц года). Абсолютные величины таких рядов можно складывать или дробить по более коротким промежуткам времени.

На основе рядов абсолютных величин могут быть построены ряды динамики относительных и средних величин.

Основным требованием, предъявляемым к анализируемым рядам, является сопоставимость их уровней. Сопоставимость уровней может обеспечиваться с использованием единой методологии их расчета, фиксированных (или сопоставимых) цен, равенства показателей времени, за которые приводятся уровни и т.д.

При анализе ряда динамики определяются следующие показатели: средний уровень ряда, абсолютный прирост, темп роста (понижения), темп прироста, средний темп роста, средний темп прироста, абсолютное значение 1 % прироста.

Средний уровень ряда (\bar{y}) моментных динамических рядах исчисляется по формуле средней хронологической:

$$\bar{y} = \frac{y_1/2 + y_2 + \dots + y_{n-1} + y_n/2}{n-1},$$

где $y_1, y_2, \dots, y_{n-1}, y_n$ – значения первого, второго и т.д. уровней ряда;

n – количество членов ряда.

В интервальных динамических рядах средний уровень ряда вычисляется по формуле средней арифметической:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}.$$

В зависимости от задачи исследования абсолютные приросты (снижения) Dy , темпы роста (снижения) T и темпы прироста (снижения) ΔT могут быть рассчитаны с переменной базой сравнения (цепные) и постоянной базой сравнения (базисные).

Абсолютные приросты:

цепные $Dy_i^{\mu} = y_i - y_{i-1}$;

базисные..... $Dy_i^{\nu} = y_i - y_0$.

Средний абсолютный прирост исчисляется двумя способами:

$$\bar{Dy} = \frac{\sum_{i=1}^m Dy_i^{\mu}}{m} \quad \text{или} \quad = \frac{y_i - y_0}{m};$$

где Dy_i^{μ} – цепные абсолютные приросты;

m – число цепных абсолютных приростов.

Темпы роста:

цепные..... $T_i^{\mu} = \frac{y_i}{y_{i-1}} 100$;

базисные..... $T_i^{\nu} = \frac{y_i}{y_0} 100$.

Среднегодовой темп роста исчисляется по формуле средней геометрической двумя способами:

$$\bar{T} = \sqrt[m]{T_1 T_2 T_3 \dots T_m} 100 \quad \text{или} \quad \bar{T} = \sqrt[m]{\frac{y_i}{y_0}} 100,$$

где $T_{1,2,3,\dots,m}$ – цепные коэффициенты роста;
 m – число этих коэффициентов.

Темпы роста:

цепные..... $DT_i^{\mu} = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} 100;$

базисные..... $DT_i^y = \frac{y_i - y_0}{y_0} 100;$

Или $DT = T - 100.$

Среднегодовой темп прироста равен: $\overline{DT} = \overline{T} - 100.$

Абсолютное значение одного процента прироста (снижения) – отношение абсолютного цепного прироста (снижения) к соответствующему цепному темпу прироста (снижения), выраженному в процентах. Оно определяется по формуле

$$A\% = \frac{Du_i^M}{DT_i^M 100} = \frac{y_i - y_{i-1}}{(y_i - y_{i-1})/y_{i-1} 100} = \frac{y_{i-1}}{100} = 0,01 y_{i-1}.$$

Для выявления основной тенденции развития (тренда) используются способы: 1) укрупнения интервалов; 2) сглаживания скользящей средней; 3) аналитического выравнивания.

В способе укрупнения интервалов переходят к ряду с более крупными показателями времени и получением уровня показателя за этот показатель времени.

Метод сглаживания с помощью скользящей средней состоит в том, что уровни нового ряда определяются как средние из указанного числа уровней исходного ряда динамики. При этом каждый раз отбрасывается слева один уровень и добавляется один (соседний) уровень справа.

Для получения более четкой тенденции ряда следует исчислять скользящую среднюю из большего количества членов.

Метод аналитического выравнивания ряда динамики состоит в выборе математической формулы для функции вида

$$y_t = f(t),$$

где y_t – уровень ряда для периода t ($t = 1, \dots, n$);

t – периоды времени.

Наиболее часто для аналитического выравнивания используются следующие типы уравнений тренда: линейный (уравнение прямой или прямая), параболический, экспоненциальный, логарифмический, гиперболический, показательный. Когда тип тренда установлен, необходимо вычислить параметры уравнения тренда исходя из фактических уровней. Для этого обычно используют метод наименьших квадратов. Затем исходный ряд заменяется рядом расчетных («теоретических») уровней по выбранной трендовой модели с учетом показателей времени.

Для взаимосвязанного анализа нескольких рядов динамики сначала им придают одинаковое выражение путем пересчета абсолютных значений рядов в относительные величины с общей базой сравнения (например, по отношению к начальному члену каждого ряда, взятого за 100 %). Этот прием принято называть методом приведения рядов динамики к одному основанию. Затем исследуется зависимость взаимосвязанных рядов динамики. Количественные характеристики таких зависимостей могут быть получены с помощью методов корреляции и регрессии.

При анализе временных рядов могут выявляться также циклически повторяющиеся закономерности (сезонные колебания динамики). Например, расход электроэнергии в быту в летние месяцы значительно меньше, чем в зимние; потребление мясных продуктов больше в зимние месяцы.

Для измерения «сезонной волны» в статистике исчисляют индексы сезонности, которые могут быть определены с использованием различных методов (простых и более сложных). Один из методов основан на использовании формулы

$$I_{\text{сез}} = \frac{y_t}{\bar{y}} 100,$$

где $I_{\text{сез}}$ – индекс сезонности;

y_t – фактические уровни одноименных внутригодовых периодов;

\bar{y} – средняя величина уровней за эти периоды.

Задача №6.1. Вычислите темп роста, абсолютный прирост и темп прироста объема продукции за пятилетку по отношению к начальному и предыдущим уровням.

Исходные данные

Годы пятилетки	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й
Объем продукции, млрд р.	615	650	670	740	800

Задача №6.2. По данным о среднесписочной численности работников за месяцы года найдите среднесписочную численность работников за каждый квартал года и за год. К какому виду относится этот ряд динамики?

Исходные данные

Месяцы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Среднесписочная численность работников, чел.	78	80	80	76	78	76	81	81	85	85	87	88

Задача №6.3. Определите ежегодный абсолютный прирост, ежегодный и среднегодовые темпы роста и прироста числа радиоприемников. Найдите абсолютное значение 1 % прироста за каждый год и в целом за пятилетку.

Исходные данные

Годы пятилетки	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й
Среднегодовое количество радиоприемников, тыс. шт.	41	52	61,8	72,8	86

Задача №6.4. Определить среднегодовой темп роста технологического оборудования за пятилетку.

Годы пятилетки	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й
Количество оборудования, ед.	108	115	119	126	135

Задача №6.5. Используя метод укрупнения периодов, установить, какая закономерность наблюдается в следующем ряду динамики:

Годы	Доходы предприятия, млн р.			
	I кв.	II кв.	III кв.	IV кв.
1-й	6,1	4,9	5,1	5,5
2-й	6,3	5,1	5,3	5,6
3-й	6,6	5,3	5,6	6,0

Задача №6.6. Показать наличие сезонности в выполнении плана ремонта производственного оборудования.

Исходные данные

Годы	Расходы, млн р.				
	I кв.	II кв.	III кв.	IV кв.	Всего
1-й	327	583	652	320	1882
2-й	285	635	590	410	1920
3-й	215	437	510	400	1562

Задача №6.7. Показать общую тенденцию в динамике объема продукции путем исчисления скользящей средней.

Исходные данные

Месяцы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Объем продукции, млн р.	454	438	472	462	437	454	563	459	511	595	553	612

Задача №6.8. По данным задачи №6 произвести выравнивание динамического ряда по прямой и сделать выводы о закономерности его изменения.

Задача №6.9. Рост выпуска продукции на предприятии за пять лет характеризуется следующими данными:

Годы пятилетки	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й
Продукция, млрд р.	11,2	12,4	14,8	18,5	21,5

На основании этих данных исчислите: а) показатели ряда динамики (абсолютный прирост, темп роста и темп прироста, абсолютное значение 1 % прироста); б) средний уровень ряда; в) среднегодовой темп динамики (по абсолютным уровням ряда и по коэффициентам роста).

Задача №6.10. Остатки вкладов в отделениях сберегательного банка города на начало каждого месяца составляли:

Дата	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07
Остатки вкладов, млрд р.	22,4	23,0	25,0	26,2	24,3	28,0	30,1

Исчислите средний остаток вкладов за I и II кварталы и за полугодие в целом.

Задача №6.11. По предприятию имеются следующие показатели:

Показатель	I кв.	II кв.	III кв.	IV кв.
Производственный персонал на конец квартала, тыс. чел.	5,8	6,2	6,0	5,9
Фонд заработной платы за квартал, млрд р.	1,7	2,0	2,1	2,2

На основании этих данных: 1) определите вид каждого ряда динамики и их средний уровень (численность персонала на 1 января составила 5,6 тыс.); 2) исчислите производный ряд динамики средней заработной платы (в тыс. р.); 3) исчислите по каждому показателю темпы во II, III и IV кварталах и среднеквартальный темп.

Задача №6.12. Каковы должны быть в среднем ежегодные темпы прироста, чтобы объем продукции за три года вырос с 50 до 80 млрд р.

Задача №6.13. Ежегодные темпы прироста продукции составили в % к предыдущему году.

Год	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й
Темпы прироста	5,8	6,2	5,6	6,0	5,5

Исчислите базисные темпы динамики и среднегодовой темп прироста по полученному ряду динамики.

Задача №6.14. По данным нижеприведенной таблицы произведите выравнивание динамического ряда методом укрупнения периодов и методом скользящей средней.

Месяцы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Объем продукции цеха, млн р.	94	88	106	98	90	97	108	94	110	97	114	122

Задача №6.15. На основе данных нижеприведенной таблицы произведите выравнивание динамического ряда по прямой. Сделайте выводы о закономерности изменения этого ряда.

Месяцы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Объем продукции цеха, млн р.	15,2	14,7	15,0	13,0	13,4	15,8	17,8	18,1	14,7	14,9	15,3	18,0

Задача №6.16. Используя взаимосвязь показателей динамики, определите уровни ряда динамики и недостающие в таблице базисные показатели динамики по следующим данным о производстве продукции «А» в регионе «Ц» за 1987–1995 гг.:

Год	Производство продукции «А», млн шт.	Базисные показатели динамики		
		абсолютный прирост, млн шт.	темпа роста, %	темпа прироста, %
1987	55,1	–	100,0	–
1988	2,8
1989	110,3
1990	14,9
1991	17,1
1992	121,1
1993	13,5
1994	25,4
1995	14,9

Задача №6.17. Имеются следующие сведения по предприятию о производстве продукции за пятилетку (в сопоставимых данных):

Год	1	2	3	4	5
Производство продукции, млрд р.	67,7	73,2	75,7	77,9	81,9

Для анализа ряда динамики определите: а) средний уровень ряда динамики; б) цепные и базисные темпы роста и прироста; в) для каждого года абсолютные значения 1 % прироста. Результаты расчетов изложите в табличной форме.

Задача №6.18. Имеются следующие данные о реализации продукции промышленными предприятиями области (млрд р.):

Дата	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
1 января	37,6	38,1	40,1	42,5	-	-	-	-	-	-
1 июля	-	-	-	44,7	44,8	45,0	45,2	46,0	46,1	45,0

Установите причину несопоставимости уровней ряда динамики. Приведите уровни ряда к сопоставимому виду.

Задача №6.19. Приведите уровни следующего ряда динамики, характеризующего численность рабочих предприятия, к сопоставимому виду (чел.):

Месяцы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Размер запасов, млн р.	21,2	21,3	21,2	21,3	21,2	21,0	21,0	20,2	19,2	20,1	20,8	21,1

Произведите: а) сглаживание ряда товарных остатков универмага методом четырехчленной скользящей средней; б) выравнивание ряда динамики по прямой.

Сделайте выводы о характере общей тенденции изучаемого явления.

Задача №6.20. Приведите уровни следующего ряда динамики, характеризующего численность рабочих предприятия, к сопоставимому виду (чел.):

Показатель	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
Численность рабочих на 1 января	420	429	437	431	-	-	-	-	-
Среднегодовая численность рабочих	-	-	-	435	442	450	460	465	475

7. ИНДЕКСЫ

Индексом в статистике называется особая относительная величина, вычисляемая путем сопоставления уровня отчетного периода, который сравнивают (числитель), с уровнем, с которым сравнивают (знаменатель, базисный уровень) и одного и того же явления, признака. Индексы позволяют соизмерить непосредственно несоизмеримые явления и признаки.

С помощью индексов изучаются динамика сложного явления, изменение явления в пространстве, связи между явлениями, влияние отдельных факторов на формирование уровня явления, изменения в структуре явления, контролируется выполнение плана.

Индексы исчисляются как для отдельных элементов сложного явления, так и для всего явления в целом. В первом случае индексы называются индивидуальными, во втором – общими.

В теории индексов тот показатель, изменение которого характеризует индекс, называют индексируемой величиной. Чтобы различить, к какому периоду относятся индексируемые показатели, принято возле символа внизу ставить знаки «1» – для сравниваемых (отчетных) периодов и «0» – для тех периодов, с которыми производится сравнение (базисных). Различают следующие формы общих индексов: агрегатный и средний (арифметический и гармонический).

Внешней отличительной особенностью любого агрегатного индекса является то, что и в знаменателе фигурирует сумма произведений двух показателей, один из которых меняется (выступает в роли индексируемой величины), а второй остается неизменным (выступает в роли соизмерителя, или веса, индекса). Веса позволяют суммировать несоизмеримые индексируемые величины.

В зависимости от объектов исследования различаются индексы объемных (количественных) показателей и индексы качественных показателей.

К первой группе принадлежат индексы физического объема продукции, национального дохода, физического объема розничного товарооборота, потребления и др.

Ко второй группе принадлежат индексы цен, себестоимости, производительности труда, урожайности и др.

Агрегатный индекс физического объема продукции определяется по формуле

$$I_{\text{ф.о}} = \frac{\sum g_1 P}{\sum g_0 P},$$

где g_1 – объем продукции текущего периода в натуральном выражении;

g_0 – объем продукции базисного периода в натуральном выражении;

P – неизменная цена (денежная оценка) единицы продукции (цена базисного периода, или неизменная цена за ряд лет).

Агрегатный индекс производительности труда определяется по формуле

$$I_{\text{ит}} = \frac{\sum t_0 g_1}{\sum t_1 g_0},$$

где t_0 , t_1 – соответственно затраты труда на единицу продукции в базисном и отчетном периоде;

g_1 – объем продукции отчетного периода в натуральном выражении.

При отсутствии данных, необходимых для расчета агрегатного индекса, исчисляют средние индексы из индивидуальных индексов как преобразованную форму агрегатного индекса.

Арифметический индекс представляет собой среднюю взвешенную арифметическую величину из индивидуальных индексов с весами как слагаемые знаменателя исходного индекса.

Общий арифметический индекс физического объема исчисляется по формуле

$$\bar{I}_{\text{ф.о}} = \frac{\sum i(g_0 P)}{\sum g_0 P},$$

где i – индивидуальные индексы объема продукции ($i = g_1 : g_0$).

Средний из индивидуальных индексов должен быть тождествен исходному агрегатному:

$$\bar{I}_{\text{ф.о}} = \frac{\sum i(g_0 P)}{\sum g_0 P} = \frac{\sum g_1 / g_0 \cdot g_0 P}{\sum g_0 P} = \frac{\sum g_1 P}{\sum g_0 P} = I_{\text{ф.о}}.$$

Гармонический индекс является средней гармонической из индивидуальных индексов с весами как слагаемые числителя исходного агрегатного индекса.

Общий гармонический индекс цен имеет вид

$$\bar{I}_p = \frac{\sum P_1 g_1}{\sum 1/i \cdot P_1 g_1},$$

где $i = P_1 : P_0$.

Цена базисного периода $P_0 = 1/i \cdot P_1$. Отсюда

$$\bar{I}_p = \frac{\sum P_1 g_1}{\sum (1/i \cdot P_1) g_1} = \frac{\sum g_1 P_1}{\sum g_1 P_0} = I_p.$$

Как правило, расчет средних арифметических индексов применяется для количественных показателей, а средних гармонических – для качественных.

В тех случаях, когда возникает необходимость сравнивать изучаемые явления за несколько периодов (больше двух), исчисляются цепные и базисные индексы.

Индексы, имеющие переменную базу сравнения (уровни предыдущего периода), называются цепными индексами, а имеющие общую базу сравнения (например уровень первого периода) – базисными.

Если цепные и базисные индексы рассчитаны с использованием постоянных весов (соизмерителей), то произведение цепных индексов дает соответствующий базисный индекс, а частное от деления двух базисных – цепной индекс.

Например, динамический ряд физического объема продукции составляется с использованием неизменных денежных оценок (по весам одного и того же периода). Поэтому для индексов физического объема указанное соотношение сохраняется. А индексы себестоимости исчисляются по весам (объемов продукции) текущего года, т.е. с переменными весами, и указанной взаимосвязи между цепными и базисными индексами не имеют.

Индексный метод широко применяется для анализа роли отдельных факторов в формировании уровня и изменении динамики развития сложного явления. Так, например, объем произведенной рабочим продукцией за месяц (W) определяется его среднечасовой выработкой (A), средней продолжительностью рабочего дня (B) и средним числом отработанных за месяц дней (C). Изучаемую связь можно записать в виде $W = ABC$.

Взаимосвязанные индексы отражают взаимосвязи в самом явлении. Например, величина объема продукции (Q) зависит от среднесписочной численности работников (T) и производительности их труда Π_T , т.е. $Q = T \cdot \Pi_T$. Подобное соотношение сохраняется и в том случае, если значения показателей заменить их индексами, т.е. $I_Q = I_T \cdot I_{\Pi_T}$.

К числу взаимосвязанных индексов относятся индексы переменного состава (отражающие изменения средних уровней качественных показателей), индексы фиксированного состава и индексы структурных сдвигов.

Себестоимость единицы продукции по отрасли зависит от уровней себестоимости по отдельным предприятиям и от соотношения объемов производства продукции (структуры). Средняя себестоимость продукции по отрасли есть средняя взвешенная себестоимостей по отдельным предприятиям по изменяющимся весам. Такие индексы называют индексами переменного состава.

$$I_{c.пер} = \bar{C}_1 : \bar{C}_0 = \frac{\sum g_1 C_1}{\sum g_1} : \frac{\sum g_0 C_0}{\sum g_0}.$$

Чтобы исчислить влияние изменения структуры явления на динамику средних величин, исчисляют индексы постоянного состава, т.е. по одной и той же структуре:

$$I_{с.фикс} = \frac{\sum g_1 C_1}{\sum g_1} \cdot \frac{\sum C_0 g_1}{\sum g_1} = \frac{\sum C_1 g_1}{\sum C_0 g_1}.$$

Таким образом, индекс фиксированного состава отражает изменение явления за счет изменения только одного фактора.

Влияние второго из двух факторов на изменение явления можно определить с использованием индекса структурных сдвигов (например для себестоимости продукции):

$$I_{стр} = I_{пер} : I_{фикс} = \frac{(\sum g_1 C_1) : \sum g_1}{(\sum g_0 C_0) : \sum g_0} \cdot \frac{\sum C_1 g_1}{\sum C_0 g_1} = \frac{\sum g_1 C_0}{\sum g_1} \cdot \frac{\sum g_0 C_0}{\sum g_0}.$$

При использовании индексов для территориальных (межгосударственных) сравнений необходимо в качестве весов брать сумму размеров территорий этих регионов. Тем самым, например, элиминируются различия в размерах и структуре посевных площадей при изучении средней урожайности по регионам.

Зависимость изучаемого явления от трех и более факторов осуществляется построением взаимосвязанных индексов, а влияние каждого отдельного фактора исчисляется методом цепных подстановок.

При построении многофакторных экономико-статистических моделей большое значение имеет последовательность рассмотрения факторов:

- а) первыми факторами-сомножителями в модели должны быть количественные (объемные) показатели;
- б) факторы-сомножители должны быть расположены так, чтобы произведение предыдущих давало экономически осмысленную величину.

С учетом этих требований изучаемую связь представим в следующем виде: $W = CBA$.

По методу цепных подстановок получим следующую систему многофакторных индексов:

$$\frac{W_1}{W_0} = \frac{C_1 B_1 A_1}{C_0 B_0 A_0} \text{ и } \frac{C_1 B_1 A_1}{C_0 B_0 A_0} = \frac{C_1 B_0 A_0}{C_0 B_0 A_0} \cdot \frac{C_1 B_1 A_0}{C_1 B_0 A_0} \cdot \frac{C_1 B_1 A_1}{C_1 B_1 A_0}.$$

Абсолютное изменение результативного показателя в целом определяется по формуле

$$\Delta W = \Delta W_a + \Delta W_b + \Delta W_c.$$

Задача №7.1. По предприятию имеются следующие данные об объемах производства и отпускных ценах на каждый вид продукции за два периода:

Наименование продукции	Единица измерения	Базисный период		Отчетный период	
		Изготовлено единиц	Цена за единицу, тыс. р.	Изготовлено единиц	Цена за единицу, тыс. р.
А	м	3000	50	4000	45
Б	шт.	4500	12	4500	11
В	кг	8000	30	7000	28

Исчислите по предприятию в целом:

- 1) агрегатный индекс физического объема продукции;
- 2) агрегатный индекс отпускных цен;
- 3) размер экономии от снижения цен.

Задача №7.2. По следующим данным исчислите общий и индивидуальные индексы физического объема продукции:

Предприятие	Валовая продукция базисного периода, млрд р.	Рост производства в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
№1	160	140
№2	10	90
№3	120	120

Задача №7.3. По следующим данным исчислите общий и индивидуальные индексы себестоимости и сумму экономии:

Изделия	Затраты на товарную продукцию, млрд р.	Объем производства продукции в отчетном году, ед.	Снижение себестоимости единицы продукции в отчетном году по сравнению с базисным, %
А	220	4,5	7,5
Б	305	6	4,5
В	148	2,8	3

Задача №7.4. Имеются следующие данные о товарообороте комиссионной торговли:

Группа товаров	Товарооборот, млрд р.		Изменение цен во II квартале по сравнению с I кварталом, %
	I квартал	II квартал	
Овощи	15,4	40,2	-12
Мясо	24,5	18,5	+10
Молоко	10,4	14,5	-10

На основе этих данных исчислите: а) общий индекс цен; 2) общий индекс товарооборота в фактических ценах; 3) общий индекс товарооборота в неизменных ценах; 4) изменение расходов населения в результате изменения цен.

Задача №7.5. Товарооборот по молочным продуктам увеличился в апреле по сравнению с мартом на 4 %, а цены снижены за этот же месяц на 5 %.

Как изменилось количество проданных молочных продуктов в апреле по сравнению с мартом?

Задача №7.6. Выручка от реализации продукции возросла на 35 % при увеличении объема проданного вида продукции на 12,5 %.

Как изменились цены на данный вид продукции?

Задача №7.7. Численность работников снизилось на 10 %. Затраты на оплату работников увеличились на 20 %.

Как изменилась средняя заработная плата одного работника?

Задача №7.8. По данным нижеприведенной таблицы определите изменение производительности труда работников.

Исходные данные

Группа оборудования	Количество работников в текущем году	Индекс производительности труда
№1	10	1,10
№2	25	1,05
№3	20	1,00

Задача №7.9. Определите цепные индексы динамики от реализации продукции и рост доходов в целом за пять лет (по сравнению с базисным периодом) по следующим исходным данным:

Показатель	Последний год предыдущей пятилетки	Текущая пятилетка, годы				
		1-й	2-й	3-й	4-й	5-й
Выручка от реализации, млрд р.	85	98	119	133	145	163

Задача №7.10. Определите средний арифметический индекс физического объема продукции по республике.

Исходные данные

Отрасли	Отраслевые индексы объема продукции	Удельные веса в стоимости продукции базисного года
А	1,08	9,0
Б	1,06	6,0
В	0,95	35,0
Г	1,12	8,0
Д	0,80	20,0
Е	1,00	22,0
Всего	-	100,0

Задача №7.11. По следующим исходным данным постройте систему взаимосвязанных индексов:

Вид продукции	Единица измерения	Базисный период		Отчетный период	
		Объем производства, g_0	Цена P_0 , тыс. р.	Объем производства, g_1	Цена P_1 , тыс. р.
А	шт.	5000	300	6000	310
Б	ц	25 000	200	32 000	190
В	л	10 000	150	11 000	160

Задача №7.12. Объясните с помощью индексов природу статистического парадокса, вытекающего из следующих исходных данных.

Зерновая культура	Посевные площади, тыс. га		Валовые сборы, тыс. ц		Урожайность, ц/га		Прирост средней урожайности, ц
	Прошлый год	Текущий год	Прошлый год	Текущий год	Прошлый год	Текущий год	
Пшеница	8	7	160	154	20	22	2
Рис	4	8	128	296	32	37	5
Итого	12	15	288	450	24	30	6

Задача №7.13. Имеются следующие данные:

Товар	Отчетный период		Базисный период		Индивидуальные индексы, %	
	Цена за 1 кг, тыс. р.	Количество, ц	Цена за 1 кг, тыс. р.	Количество, ц	цен	физического объема реализации
1	15,1	...	14,7	270,8	...	112,5
2	7,2	...	8,3	131,6	...	105,7
3	...	314,6	13,7	...	96,8	125,9

Определите: а) недостающие показатели в таблице; б) сводные индексы цен, физического объема реализации и стоимости товарооборота.

Задача №7.14. Имеются следующие данные:

Вид изделия	Трудоемкость, чел.-ч.		Объем выпускаемой продукции, тыс. шт.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
Кофемолка	1,56	1,43	98,9	102,1
Электрофен	1,97	1,96	20,1	22,6
Электробритва	1,38	1,19	300,7	294,5

Вычислите индексы: а) производительности труда; б) трудовых затрат.

Задача №7.15. Имеются следующие данные по предприятию за два года

Изделие	Первый год		Второй год		Сопоставимая цена за единицу, тыс. р.
	Выпуск изделия, тыс. шт.	Затраты времени на всю продукцию, тыс. чел.-ч	Выпуск изделия, тыс. шт.	Затраты времени на всю продукцию, тыс. чел.-ч	
А	7,0	28,0	9,1	33,6	40
Б	15,0	22,5	16,5	23,6	15

Рассчитайте индексы производительности труда двумя способами. Дайте объяснение полученным результатам.

Задача №7.16. Среднее снижение цен на группу товаров в июле по сравнению с июнем составило 8,5 %, а в августе по сравнению с июлем – 12 %. Определите, как изменился физический объем реализации товаров в августе по сравнению с июнем, если товарооборот за этот период вырос в 2,1 раза (среднее изменение цен определялось с помощью цепных индексов с весами августа).

Задача №7.17. В отчетном году валовая продукция предприятия возросла по сравнению с базисным годом с 375 млрд р. до 420 млрд р. За этот же период численность рабочих на данном предприятии увеличилась на 3 %.

Определите процент прироста продукции, полученный вследствие роста производительности труда.

Задача №7.18. Имеются следующие данные:

Зерновая культура	Урожайность, ц/га		Посевная площадь, га	
	Базисный год	Отчетный год	Базисный год	Отчетный год
Пшеница	16,6	17,1	2000	2200
Рожь	8,2	10,0	700	900
Овес	13,0	16,2	1200	1300
Гречиха	5,8	6,4	550	600

Определите индексы урожайности: а) фиксированного состава; б) переменного состава; в) индекс структурных сдвигов. Проверьте правильность вычислений через взаимосвязь индексов, сделайте выводы.

8. ГРАФИЧЕСКИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ В СТАТИСТИКЕ

В статистике графиком называют наглядное изображение статистических величин при помощи точек, геометрических линий и фигур.

Всем весьма разнообразным видам графических изображений свойственны следующие общие элементы: а) система координат; б) шкала; в) масштаб; г) координатная сетка; д) графический рисунок; е) заголовок; ж) цифровые данные; з) разъяснение условных обозначений.

Для размещения геометрических знаков, выражающих статистические данные, необходима система координат. Наиболее часто для этой цели используется система прямоугольных координат. При этом необходимо соблюдать соотношение масштаба по осям абсцисс и ординат. Рекомендуемые соотношения: от 1:1 до 1,6:1. Последнее соотношение известно под названием золотого сечения.

При построении статистических графиков могут применяться полярная система координат, географические карты.

Шкала – это линия, отдельные точки которой могут быть в соответствии с принятым масштабом прочитаны как определенное значение статистического показателя. Шкала на графике может быть прямолинейной или криволинейной, равномерной (арифметической) или неравномерной (логарифмической).

Масштабом графика называется угловая мера перевода числовой величины в графическую. Масштаб выбирается так, чтобы на графике могла уместиться наибольшая величина показателя и одновременно была ясно различима наименьшая его величина. При этом цифровые обозначения абсолютных величин по вертикальной оси должны обязательно начинаться с нуля. Для увеличения наглядности допускают исключения части поля графика («разрыв» показывается волнистой линией).

Координатная сетка определяет пространственные ориентиры графика (например, система прямоугольных координат, географические ориентиры, границы государств и их частей).

Графический рисунок (образ) – это совокупность линий, точек, фигур различной формы, штриховки или окраски, которыми изображаются статистические данные.

Заголовок графика должен ясно, кратко и точно отражать его содержание, единицы измерения, время и место, к которым относятся изображаемые данные.

Цифровые данные, используемые на графике, проставляются либо непосредственно у геометрических фигур (точек) чертежа, либо приводятся в виде небольшой таблицы.

Применяемые на графике условные обозначения должны быть разъяснены.

Статистические графики могут быть сгруппированы по различным признакам: по пространственной ориентации, форме графического образа, типу шкалы, задачам изображения и т.д.

По пространственной ориентации (виду поля графика) различают диаграммы и статистические карты (картограммы).

Диаграмма – это графическое изображение, наглядно показывающее соотношение между сравниваемыми величинами.

По форме графического образа различают диаграммы линейные, столбиковые, полосовые (ленточные), квадратные, круговые, секторные, иллюстрированные (или фигурные).

Линейные диаграммы выражают статистические величины посредством линий на координатном поле. По оси абсцисс откладывается время или факториальные (независимые) признаки, а по оси ординат – размеры результативного (зависимого) признака. Столбиковые и полосовые (ленточные) диаграммы изображают статистические данные в виде прямоугольников одинаковой ширины, расположенных вертикально (тогда диаграмма называется столбиковой) или горизонтально (называется полосовой или ленточной). Высота (длина) прямоугольников пропорциональна изображаемым ими величинам.

Квадратные и круговые диаграммы, площадь каждой из которых выражает величину изображаемого явления, строятся со сторонами квадрата или радиуса круга, исчисляемыми как корень квадратный из статистической величины с учетом принятого масштаба. При определении радиуса круга статистическая величина предварительно делится на $\pi = 3,14$.

Секторная диаграмма представляет собой круг, разделенный на секторы, величина которых соответствует изображаемым частям целого.

Иллюстрированные (или фигурные) диаграммы строятся по методу фигур-знаков. Изображаемые величины представляются определенным количеством одинаковых по размеру фигур или схематических рисунков, соответствующих содержанию изображаемого явления.

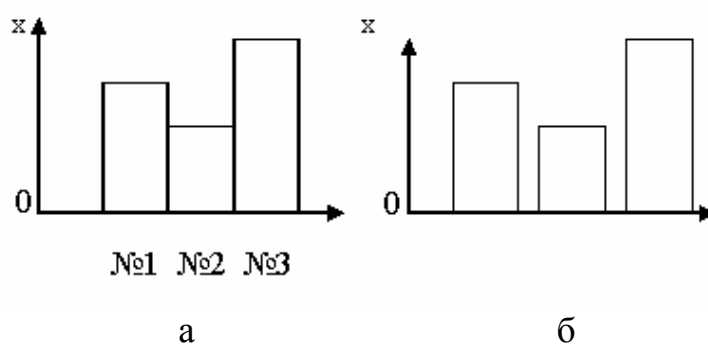


Рис. 2. Примеры построения столбиковых диаграмм:
а – «стыкующиеся» столбики; б – «раздельные» столбики

Картограмма представляет собой контурную географическую карту, на которой с помощью штриховки или окраски показана степень интенсивности распространения явления (например, плотность населения, плотность предприятий).

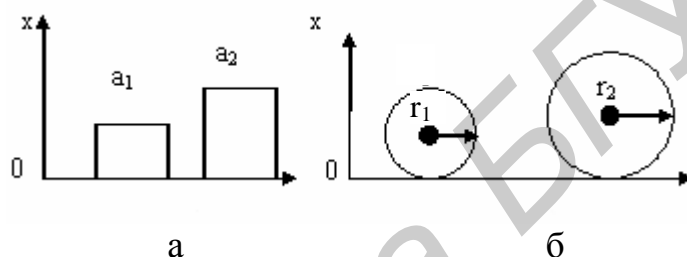


Рис. 3. Общий вид квадратной (а) и круговой (б) диаграммы

Если на каждую карту нанесены абсолютные величины явления в виде диаграмм, то полученное графическое изображение называется картодиаграммой.

Графические изображения являются не только средством наглядного представления статистических данных, но и методом их анализа. Графики облегчают восприятие статистических величин, помогают сразу охватить весь набор данных, выявить наиболее характерные соотношения и связи, уловить основные тенденции и колеблемость в развитии, охарактеризовать территориальную распространенность явлений.

При построении графика одинаково важно все: правильный выбор вида графического изображения статистических величин, соблюдение правил построения, грамотный анализ графических изображений.

Задача №8.1. Изобразите данные, приведенные в нижеследующей таблице, графически при помощи столбиковой диаграммы.

Исходные данные

Год	Количество оборудования, тыс. единиц	
	всех	в том числе автоматического
1-й	1170	420
2-й	1340	565
3-й	1905	960
4-й	2495	1500

Задача №8.2. Изобразите графически при помощи секторной диаграммы структуру радиоприемных точек за два года.

Исходные данные

Год	Соотношение радиоприемных точек, %		
	радиоприемников	телевизоров	трансляционных точек
1-й	23,9	4,3	71,8
2-й	43,1	7,7	49,2

Задача №8.3. При помощи столбиковой и секторной диаграмм изобразите графически следующие данные, %.

Год	Вся валовая продукция региона	В том числе	
		производство средств производства	производство предметов потребления
1930	100	39,5	60,5
1960	100	60,5	39,5
1990	100	75,5	21,5

Задача №8.4. Постройте линейный график по данным о темпах роста промышленной продукции в странах А и Б, приведенным в нижеследующей таблице:

Страна	Темпы роста промышленной продукции, % к 1950 г.				
	1950 г.	1960 г.	1965 г.	1968 г.	1969 г.
А	100	304	458	593	635
Б	100	145	191	221	231

Задача №8.5. При помощи полосковой диаграммы изобразите графически состав доходов рабочих в зависимости от суммы среднегодового дохода по следующим исходным данным:

Группы семей по уровню среднедушевого дохода за год, тыс. р.	Удельный вес в доходах, %			
	Заработная плата работающих	Пенсии и пособия из обществ. фондов	Прочие доходы	Всего
До 500	50	45	5	100
500,1–600	60	33	7	100
600,1–900	70	25	5	100
900,1–1200	76	20	4	100
1200,1–1560	82	15	3	100
1500,1 и более	85	12	3	100

Задача №8.6. Постройте столбиковую и круговую (секторную) диаграмму по данным о распределении числа студентов в области по видам обучения.

Исходные данные

Вид обучения	Количество студентов					
	тыс. чел.			% к итогу		
	1992/93 г.	1993/94 г.	1994/95 г.	1992/93 г.	1993/94 г.	1994/95 г.
На дневных отделениях	15,8	17,4	18,9	47,2	48,7	50,4
На вечерних отделениях	0,6	0,7	0,8	1,8	2,0	2,1
На заочных отделениях	17,1	17,6	17,8	51,0	49,3	47,5
Всего	33,5	35,7	37,5	100	100	100

Задача №8.7. Постройте аналитическую диаграмму зависимости рентабельности производства от уровня производительности труда по следующим данным:

Средняя производительность труда, млн р./ чел.	1,05	1,35	1,65	1,95	2,25	2,55
Средняя рентабельность производства, %	-13,8	20,4	51,4	72,7	87,8	95,8

Задача №8.8. Пользуясь фигурной (картинной) диаграммой, изобразите изменение письменного обмена области за 1940 и 1990 гг., который составил соответственно 2,6 и 9 млн писем.

Задача №8.9. Постройте гистограмму распределения 60 рабочих по стажу работы.

Исходные данные

Стаж работы	Численность рабочих		Накопленная численность рабочих
	Абсолютная	% к итогу	
До 2 лет	4	6,65	4
2–4	5	8,35	9
4–6	6	10,0	15
6–8	10	16,7	25
8–10	15	25,0	40
10–12	9	15,0	49
12–14	7	11,65	56
14 и более лет	4	6,65	60
Итого	60	100	-

Задача №8.10. Постройте полигон распределения рабочих по тарифным разрядам.

Исходные данные

Тарифный разряд	Численность рабочих	
	абсолютная	% к итогу
1	3	5,0
2	5	8,3
3	10	16,7
4	15	25,0
5	15	25,0
6	4	6,7
7	5	8,3
8	3	5,0
Итого	60	100

Задача №8.11. Капитальные вложения, ввод в действие основных фондов в сопоставимых ценах и национальный доход страны характеризуются следующими данными, трлн р.

Показатель	Годы пятилетки				
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й
Все капитальные вложения	64	92	128	150	156
Ввод в действие основных фондов	58	87	120	148	149
Национальный доход (в фактически действующих ценах)	192	289	363	462	486

Построенные линейные графики (все кривые) нанесите на одну диаграмму. Какие выводы можно сделать, рассматривая построенную диаграмму?

Задача №8.12. По данным о протяженности электрифицированных линий железных дорог (на конец года) постройте диаграммы: а) ленточные; б) структурные.

Исходные данные

Протяженность электрифицированных линий железных дорог	1940 г.	1970 г.	1990 г.	1995 г.
В тыс. км	1,9	33,9	43,7	46,8
В % к общей эксплуатационной длине дорог	1,8	25,0	30,8	32,6

Задача №8.13. По данным о распределении численности рабочих отрасли по тарифным разрядам за год постройте полигон распределения:

Тарифный разряд	1	2	3	4	5	6	7	8
Численность рабочих, % к итогу	4,3	8,1	12,6	32,4	17,0	14,0	6,6	5,0

Задача №8.14. По данным о распределении сельскохозяйственных предприятий по числу дворов в 1992 г. постройте полигон и гистограмму распределения:

Группа предприятий по числу дворов	До 201	201–300	301–500	Свыше 500
Число сельхозпредприятий, % к итогу	13,6	19,0	31,7	35,7

Задача №8.15. Используя нижеприведенные исходные данные, постройте кумулятивную кривую (кумуляту) вариационного ряда.

Группа семей по числу детей	0	1	2	3	4 и более
Численность семей, % к итогу	20,5	38,6	27,4	8,3	5,2

9. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Выборочное наблюдение является наиболее совершенным и широко применяемым видом несплошного наблюдения. Отбор подлежащих обследованию единиц генеральной (всей) совокупности организуется по принципу случайного отбора. Случайный отбор может быть проведен в двух формах: возвратной (повторной) выборки и безвозвратной (бесповторной) выборки. В первом случае отобранный номер снова возвращается в генеральную совокупность и может быть выбран повторно; во втором случае выбранные номера вычеркиваются из списка и каждая данная единица совокупности может быть включена в выборочную совокупность только один раз.

Полученные по выборочной совокупности (выборке) статистические характеристики распространяются на генеральную совокупность.

Репрезентативность выборки зависит от способа отбора и объема выборки.

Основными способами отбора являются: собственно-случайный, механический, типический, серийный (гнездовой), многоступенчатый (комбинированный) отбор.

Собственно-случайный отбор может производиться на основе жеребьевки (лотереи) или по таблицам случайных чисел.

При механическом способе генеральная совокупность делится на n равных частей (по объему выборки) и из каждой части отбирается в определенном порядке одна единица (например последняя).

При типическом способе генеральная совокупность вначале расчленяется на типические группы. Затем из каждой группы собственно-случайным или механическим способом производится отбор единиц в выборочную совокупность. Применяется принцип пропорциональности отбора.

При серийном (гнездовом) способе вместо отдельных единиц собственно-случайным или механическим способом отбирают целые их серии (гнезда, пачки, коробки, ящики и т.п.) и внутри этих серий обследуются все без исключения единицы.

Многоступенчатый (комбинированный) способ предполагает отбор не из генеральной совокупности крупных групп, а из состава их более мелких групп и внутри последних отдельных единиц совокупности.

Возможные расхождения между характеристиками выборочной и генеральной совокупности измеряются средней ошибкой выборки (μ).

Возможная ошибка собственно случайной выборки определяется по формулам:

а) при повторном отборе:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}};$$

б) при бесповторном отборе:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где σ^2 – дисперсия выборочной совокупности;

n – объем (число единиц) выборки;

N – объем генеральной совокупности.

При определении ошибки выборки для типического отбора в приведенных формулах вместо σ^2 используется средняя внутригрупповая дисперсия:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i},$$

где σ_i^2 – дисперсия типической i -й группы;

n_i – количество единиц в i -й группе.

Ошибка выборки при бесповоротном серийном (гнездовом) отборе с равновеликими сериями определяется по формуле

$$M = \sqrt{\frac{\delta^2 r}{r} \left(1 - \frac{r}{R}\right)},$$

где r – количество серий, попавших в выборку;

R – количество серий в генеральной совокупности;

δ^2_r – межгрупповая (межсерийная) дисперсия. Если серии (группы, гнезда) по количеству единиц одинаковы (равновелики), то они исчисляются по формуле

$$\delta^2_r = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2}{r},$$

где \bar{x}_i – средняя в i -й серии;

\bar{x} – общая выборочная (или межсерийная) средняя;

r – количество серий, попавших в выборку.

При исчислении аналогичных показателей для доли используются эти же формулы, но с учетом, что дисперсия альтернативного признака в выборочной совокупности определяется по формуле $\sigma_\omega^2 = \omega(1 - \omega)$, где ω – доля признака в выборке.

Полученный по этим формулам результат корректируется с учетом величины доверительной вероятности, с которой надо гарантировать результаты выборочного наблюдения. Коэффициент доверия (t) определяется по специальным таблицам.

Следовательно, предельная ошибка выборки исчисляется по формуле

$$\Delta = t\mu.$$

В экономико-статистических исследованиях широко применяются $t = 1$ (соответствует вероятности $P = 0,683$), $t = 2$ (соответствует $P = 0,954$), $t = 2,6$ (с вероятностью $0,99$) и $t = 3$ (с вероятностью $0,997$).

Показатель относительной ошибки выборки (β) определяется по формуле

$$\beta = \frac{\Delta}{\bar{X}} \cdot 100.$$

При проведении выборочного наблюдения большое значение придается определению объема выборки, т.к. средняя ошибка выборки обратно пропорциональна \sqrt{n} .

Для определения численности собственно-случайной выборки используются формулы:

а) для повторной выборки

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2};$$

б) для бесповторной выборки

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \sigma^2}.$$

При прочих равных условиях при бесповторном отборе требуется меньший объем выборочной совокупности, чем при повторном.

При изучении альтернативного признака (доли совокупности) необходимый объем выборки определяется по формулам:

а) при повторном отборе

$$n = t^2 \omega(1 - \omega) / \Delta^2;$$

б) при бесповторном отборе

$$n = t^2 N \omega(1 - \omega) / [(\Delta^2 N + t^2 \omega(1 - \omega))].$$

С использованием выборочных характеристик ($Z_{\text{выб}}$) и предельной ошибки выборки (Δ) можно установить границы нахождения соответствующих генеральных характеристик:

$$Z_{\text{ген}} = Z_{\text{выб}} \pm D.$$

Задача №9.1. Методом случайного отбора по жребию из 1200 рабочих предприятия были отобраны 80 человек. Изучение уровня их квалификации позволило составить следующую таблицу:

Разряд	2	3	4	5	6	7	8
Число отобранных рабочих	5	10	20	20	12	8	5

Оцените средний тарифный разряд рабочих данного предприятия и числите предельную ошибку с вероятностью доверия 0,95 (или $t = 1,96$).

Задача №9.2. С целью определения среднего стажа работы рабочих предприятия (в годах) произведена 10 %-ная бесповторная выборка способом типического пропорционального отбора. Результаты обследования сведены в следующую таблицу:

Группы рабочих по полу	Группа рабочих по стажу работы, лет						Итого
	До 2	2–5	5–10	10–20	20–25	25 и выше	
Мужчины	20	80	100	60	30	10	300
Женщины	20	50	80	43	5	2	200

Определите с вероятностью 0,997: а) предельную ошибку выборки среднего стажа работы всех рабочих; б) пределы, в которых находится средний стаж работы; в) предельную ошибку доли рабочих со стажем до 5 лет; г) пределы, в которых находится число рабочих со стажем до 5 лет.

Примечание. Для типической выборки средняя ошибка определяется по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где σ_i^2 – средняя из групповых дисперсий.

Задача №9.3. По данным задачи 2 оцените долю рабочих, имеющих высшие 7 и 8-й разряды в целом по предприятию, и определите предельную ошибку с вероятностью 0,95.

Задача №9.4. Из 1000 приборов произведена выборка 100 приборов, из которых 2 оказались не соответствующими требованиям ОТК. Оцените, можно ли пользоваться результатами выборочного обследования для характеристики качества работы предприятия при вероятности доверия 0,95.

Задача №9.5. Определите, сколько рабочих должно быть обследовано, чтобы возможная ошибка среднего разряда, полученная по результатам выборочного обследования, исходные данные по которой приведены в задаче 2, уменьшилась в 2 раза при той же доверительной вероятности.

Задача №9.6. Определите объем выборочной совокупности для получения приемлемых результатов оценки доли высококвалифицированных рабочих по исходным данным, приведенным в задаче 2.

Рекомендуется сохранить исходную доверительную вероятность и получить предельную ошибку выборки меньше 5 %.

Задача №9.7. Определите средний срок службы радиоламп по продолжительности их горения. Для проверки продолжительности горения радиоламп сделана выборка 10 радиоламп. Выборочная средняя составляет $\bar{X} = 1506$ ч, выборочная дисперсия $= 324$. Доверительную вероятность принять 0,966.

Примечание. Средняя ошибка малой выборки определяется по формуле

$$\mu_{\text{м.в}} = \frac{\sigma_{\text{м.в}}}{\sqrt{n-1}}.$$

Задача №9.8. Для выборочного контроля качества комплектующих полупроводниковых изделий из партии в 10 000 шт. было отобрано 360 шт., из которых 36 оказалось второго сорта. Требуется определить, с какой вероятностью можно утверждать, что доля второго сорта во всей партии лежит между 5 и 15 % (отбор бесповторный).

Задача №9.9. Необходимо определить численность выборки, которая позволила бы оценить средний возраст работников, занятых в данной отрасли с точностью до 0,5 года при доверительной вероятности (степени надежности)

$p = 0,9973$. Общая среднегодовая численность работников по данной отрасли составляет 40 000 чел.

Примечание. Величина дисперсии данного признака определяется на основе пробного обследования. Сообщает преподаватель.

Задача №9.10. При контрольной проверке качества поставляемых предприятию комплектующих изделий проведено 10 %-ное выборочное обследование. Из партии, содержащей 100 коробок комплектующих изделий, методом механического отбора в выборку взяты 10 коробок. В результате сплошного обследования находящихся в каждой коробке упаковок получены следующие данные о распределении выборочной совокупности:

Коробки	6-я	16-я	26-я	36-я	46-я	56-я	66-я	76-я	86-я	96-я
Кол-во упаковок, всего	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
Из них имеют стандартные характеристики	36	35	33	34	34	36	34	33	34	36

По данным выборочного обследования нужно установить с вероятностью 0,95 предел удельного веса стандартной продукции во всей партии.

Задача №9.11. Производится выборочная 5 %-ная разработка данных об успеваемости студентов вуза по результатам зимней экзаменационной сессии. Результаты разработки данных оказались следующими:

Баллы успеваемости	2	3	4	5
Количество студентов	20	50	90	40

Для случайного бесповоротного отбора с вероятностью 0,954 определите по вузу в целом: а) предельную ошибку выборки среднего выборочного балла успеваемости; б) пределы, в которых находится средний балл успеваемости в целом по вузу; в) целесообразно ли определять с указанной вероятностью предельную ошибку доли студентов, получивших неудовлетворительную оценку? отличную оценку? Если нет, объясните почему.

Задача №9.12. Где ошибка частоты будет больше (при прочих равных условиях): а) при отборе 100 единиц или 100 гнезд; б) при отборе 200 единиц или 50 серий, если общая дисперсия в 3 раза больше межгрупповой; в) при отборе 400 единиц или 100 гнезд, если общая дисперсия равна 0,16, а эмпирическое корреляционное отношение – 0,25 при районировании и 0,5 при гнездовании?

Задача №9.13. Определите: а) как изменится ошибка повторной выборки, если среднее квадратическое отклонение признака будет больше в 2 раза; на 10 %; б) как изменится при тех же условиях объем выборки; в) как изменится объем выборки, если вероятность, гарантирующую репрезентативность, увеличить с 0,954 до 0,997.

10. ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ ЯВЛЕНИЙ

В статистике, как и в других науках, большое значение имеет закон всеобщей связи явлений, например: балансовая связь объемных показателей; зависимость средних величин от структуры совокупности; взаимосвязь индексных показателей; связь между изменениями одного и другого признаков и др.

При изучении связи между признаками и явлениями основными задачами статистики выступают:

- а) проверка положений теории данного явления о возможности связи или выявления наличия связи;
- б) определение формы и придание аналитического выражения исследуемой зависимости;
- в) оценка тесноты связи между признаками и явлениями.

Принято различать следующие основные виды связи: **балансовая, компонентная, факторная**. В свою очередь факторная связь подразделяется на функциональную и корреляционную. При функциональной связи определенному значению факторного признака (признаков) соответствует строго определенное значение результативного признака. В корреляционной связи одному и тому же значению фактора могут соответствовать разные значения результативного признака.

Изучение взаимосвязи явлений может осуществляться с помощью приемов и методов статистики и математики. К первой группе методов относятся такие, как построение корреляционных таблиц, метод аналитических группировок и метод определения групповых средних, параллельное сопоставление рядов распределения, построение взаимосвязанных индексов, приемы выявления количественной оценки тренда рядов динамики, методы графических построений и др. Ко второй группе относятся методы корреляционного и регрессивного анализа.

При методе параллельного сопоставления рядов распределения записываются в первом столбце (первой строке) упорядоченные индивидуальные значения факторного признака (x), а во втором столбце (второй строке) – соответствующие им индивидуальные значения результативного признака (y).

Если количество единиц, входящих в наблюдение, относительно велико, данные о взаимосвязанных признаках целесообразно заносить в корреляционные таблицы. Цифры, помещенные в такие таблицы, показывают, сколько раз данная величина одного признака повторяется в сочетании с соответствующей величиной другого признака.

Корреляционная связь обнаруживается более тесно, если применять метод аналитической группировки и определения групповых средних.

При исчислении групповых средних значений факторного признака и соответствующих им определенных значений результативного признака влияния случайных причин взаимопоглощаются.

Наличие и приблизительно тесноту связи можно определить по форме корреляционного поля. Корреляционное поле представляет собой точечный график, для построения которого по масштабной шкале оси абсцисс откладываются значения факторного признака x , а по масштабной шкале оси ординат – значения результативного признака y .

Каждой единице изучаемой совокупности на графике соответствует одна точка, положение которой определяется индивидуальными значениями двух рассматриваемых признаков. Если такой график имеет форму шара, то связь между признаками отсутствует или очень мала. Если точки образуют эллипс и ось эллипса не параллельна ни одной из осей, то связь есть. При этом чем больше вытянут эллипс, тем выше теснота связи.

Если материал статистического наблюдения был подвергнут аналитической группировке и по каждой группе вычислены средние арифметические, то эти средние также в виде точки могут быть нанесены на график корреляционного поля. Последовательное соединение точек этого графика образует эмпирическую линию связи (линию регрессии). По виду этой линии определяется форма (прямолинейная или криволинейная) и теснота связи (положительная или отрицательная, тесная или слабая).

В теоретической линии регрессии находит графическое выражение форма (закон) корреляционной связи между изучаемыми признаками.

Численные значения параметров уравнения корреляционной связи определяются на основе имеющихся данных наблюдения способом наименьших квадратов из условия

$$\sum (y - y_x)^2 = \min,$$

где y , y_x – соответственно эмпирические и теоретические значения результативного признака.

Для нахождения параметров уравнения прямой $y_x = a + bx$ используется система нормальных уравнений:

$$\sum y = na + b\sum x;$$

$$\sum xy = a\sum x + b\sum x^2.$$

Степень тесноты корреляционной связи может оцениваться с использованием различных показателей: коэффициентов парной, частной и множествен-

ной корреляции; корреляционного отношения, индекса корреляции, коэффициентами ранговой корреляции и др.

Например, коэффициент парной (или линейной) корреляции может исчисляться по формуле

$$r_{xy} = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right) \left(\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right)}}$$

Если для количественной оценки тесноты связи используются ранжированные данные, то применяются непараметрические показатели: коэффициенты ранговой корреляции по Спирмену, по Кендалу, коэффициент конкордации. Например, коэффициент ранговой корреляции Спирмена определяется по формуле

$$\tau = 1 - \frac{6 \sum (R_x - R_y)^2}{n(n^2 - 1)}$$

где R_x , R_y – ранги изучаемых признаков;

n – количество единиц наблюдения.

Задача №10.1. Используя приведенные в задаче №2 данные о длительности производственного стажа и размере дневной заработной платы 12 рабочих, постройте корреляционную таблицу.

Примечание. Примените аналитическую группировку: для факторного признака используйте интервалы 1–3, 4–6, 7–9 и 10–12 лет и для результативного признака – интервалы 58–60, 60–72, 72–84 тыс. р.

Задача №10.2. Определите наличие и вид связи между длительностью производственного стажа и дневной заработной платой рабочих по следующим данным:

Длительность производственного стажа (x), лет	Размер дневной заработной платы (y), тыс. р.	Длительность производственного стажа (x), лет	Размер дневной заработной платы (y), тыс. р.
1	58	7	68
2	70	8	74
3	62	9	78
4	68	10	76
5	72	11	72
6	70	12	78

Изобразите эти статистические данные графически.

Задача №10.3. На основании корреляционной таблицы, построенной при решении задачи №1, распределите рабочих на 4 группы по длительности производственного стажа. Определите средние дневные заработные платы одного рабочего по каждой группе. Оцените форму и тесноту корреляционной связи между изучаемыми признаками.

Для взаимосвязанных групповых средних постройте эмпирическую линию связи.

Задача №10.4. Имеются следующие данные о стоимости основных фондов (факторный признак X) и объеме производства продукции по 7 предприятиям:

Номер предприятия	Основные фонды (x), млрд р.	Объем производства продукции, тыс. ед.
16	1	10
20	2	12
28	3	11
19	4	15
27	5	14
60	6	17
72	7	18

С использованием метода аналитической группировки и групповых средних, а также построения эмпирической линии регрессии определить форму и тесноту связи между результатами производственной деятельности и техническим потенциалом предприятий.

Примечание. Выделить 4 группы предприятий с равными интервалами.

Задача №10.5. Имеется следующая информация по однотипным предприятиям о возрасте (продолжительности эксплуатации) типового оборудования и затратах на его ремонт:

Номер предприятия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Возраст оборудования, лет	4	5	5	6	8	10	8	7	11	6
Затраты на ремонт, млн р.	150	200	140	230	270	400	230	250	660	170

В целях нормирования расхода средств на ремонт оборудования определить уравнение регрессии.

Задача №10.6. По данным о стаже работы 30 рабочих – сдельщиков и проценте выполнения ими норм выработки исчислите параметры уравнения корреляционной зависимости (связь линейная) и показатель тесноты связи.

Примечание. Тесноту связи оценить с использованием эмпирического корреляционного отношения

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}},$$

где δ^2 – межгрупповая дисперсия;
 σ^2 – общая дисперсия.

Группы рабочих по продолжительности стажа, лет	Число рабочих	Сумма процентов выполнения норм выработки в группе
До 5	8	803,8
5–10	10	134,0
10–15	8	841,2
15–20	2	213,2
20 и более	2	214,6
Итого	30	307,7

Задача №10.7. В приведенном ниже балансе движение материальных ценностей за год (млрд р.) исчислите недостающие показатели:

Материальные ценности	Остатки на начало года	Поступило за год	Реализовано за год		Остатки на конец года
			оптом	в розницу	
А	8	25	5	18	?
Б	10	?	30	60	5
В	7	40	10	?	10

Задача №10.8. Численность рабочих на предприятии сократилась на 25 %, а фонд заработной платы увеличился на 5 %. Как изменилась средняя заработная плата одного рабочего?

Задача №10.9. Изменение уровней производительности труда и факторов ее роста на предприятии за два года характеризуется следующими данными:

Показатель	Условное обозначение	Базовый год	Отчетный год
Часовая выработка на одного рабочего, млн р.	а	12,1	12,7
Фактическая продолжительность отработанного человеко-дня, ч	б	7,2	7,8
Фактическое число дней работы одного рабочего	в	250,0	240,0
Годовая выработка на одного рабочего, млн р.	Π_r	24,2	27,6

Определите влияние каждого фактора на формирование уровня производительности труда. Проанализируйте полученные результаты.

Задача №10.10. При подведении итогов экзаменационной сессии в группе были получены следующие данные о зависимости между количеством пропущенных обязательных занятий студентом без уважительной причины и средним баллом его успеваемости по 5-ти дисциплинам:

Номер п/п								А	1	2	3	4	5
Количество пропущенных обязательных занятий, ч								Б	38	---	6	26	18
Средний балл по всем предметам								В	3,8	4,8	5,0	3,7	3,4
А	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Б	56	3,5	14	32	12	10	48	16	24	50	2	16	12
В	3,0	3,9	4,6	3,9	5,0	4,6	3,2	4,7	4,2	3,0	3,6	4,5	4,7

Вычислите линейный коэффициент корреляции и коэффициент ранговой корреляции Спирмена. Сравните полученные величины степени тесноты связи и объясните расхождение.

Задача №10.11. По данным задачи №5 определите тесноту связи с помощью коэффициента корреляции рангов Спирмена.

11. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ

Статистической гипотезой называется предположение, которое можно проверить, опираясь на первичные статистические данные.

Статистические гипотезы, как правило, рассматриваются попарно и называются нулевой (H_0) и альтернативной (H_a или H_1). Нулевая гипотеза – это простая гипотеза, в ней говорится о конкретных значениях параметров, о конкретных предположениях (о виде закона распределения, о форме зависимости и т.д.). Альтернативная гипотеза сложная, в ней рассматриваются различные варианты возможностей. Например, нулевая гипотеза: средняя величина генеральной совокупности равна числу a . Коротко это записывается так:

$$H_0 : \bar{x}_{\text{ген}} = a .$$

Возможные альтернативные гипотезы:

1. $H_1 : \bar{x}_{\text{ген}} > a ;$
2. $H_1 : \bar{x}_{\text{ген}} < a ;$
3. $H_1 : \bar{x}_{\text{ген}} \neq a .$

Статистическим критерием называют определенное правило, устанавливающее условия, при которых проверяемую нулевую гипотезу следует либо отклонить, либо принять.

Если в результате проверки отвергается H_0 , то принимается альтернативная гипотеза H_1 .

Проверка статистической гипотезы состоит из следующих процедур:

- 1) формулируются гипотезы H_0 и H_1 ;
- 2) выбирается уровень значимости α , определяющий границу маловероятного или невозможного результата при истинности выдвинутой нулевой гипотезы (обычно $\alpha = 0,05$ или $0,01$, т.е. вероятность ошибки 5 % или 1 %);
- 3) определяются область допустимых значений и критическая область;
- 4) по эмпирическим (первичным) данным вычисляется фактическое значение критерия;
- 5) по специальной таблице определяется табличное значение статистического критерия для принятого α ;
- б) на основе сравнения фактического и табличного значений критерия H_0 принимается либо отвергается.

При проверке гипотез по тому или иному критерию возможны две ошибки:

- а) неправильное отклонение H_0 (ошибка 1-го рода);
- б) неправильное принятие H_0 (ошибка 2-го рода).

Обычно гипотезы H_0 и H_1 формулируются так, чтобы минимизировать ошибки первого и второго рода.

Критической областью называется область, попадание значения статистического критерия в которую приводит к отклонению H_0 .

Область допустимых значений дополняет критическую область. В сумме эти области охватывают все множество значений проверяемой гипотезы.

Точки, разделяющие критическую область и область допустимых значений, называются критическими точками (критическими значениями и границами критической области).

Проверка гипотезы о средних величинах. Испытание гипотезы проводится с помощью t-критерия. При большом числе наблюдений критическое значение критерия определяется по таблице значений функции Лапласа, при малом – по таблице распределения Стьюдента с заданным уровнем значимости и числом степеней свободы $n - 1$.

Если $t_{\text{факт}} < t_{\text{крит}}$, то H_0 принимается, а если $t_{\text{факт}} > t_{\text{крит}}$, то H_0 отклоняется.

Проблема может состоять в проверке гипотезы:

- 1) о значении средней;
- 2) о равенстве средних двух совокупностей (наблюдений);
- 3) о величине средней генеральной совокупности.

Проверка гипотезы о принадлежности генеральной совокупности (выделяющихся) единиц. В составе первичных данных могут встречаться единицы совокупности, у которых зарегистрированные значения признака заметно отличаются от других.

Проверка этой гипотезы состоит в том, что X_n или X_1 сравнивается по величине с некоторой критической границей X . Если выделяющимся значением является наибольшее значение, то X_n сравнивается с верхней допустимой границей с учетом уровня значимости, т.е.

$$H_0 : p(x_n > \bar{x} + t \cdot \sigma) = \alpha.$$

Если же выделяющимся значением является наименьшее значение (X_1), то это значение сравнивается с нижней допустимой границей, которую принимают равной $\bar{x} - t \cdot \sigma$. Если же испытанию одновременно подлежат оба крайних значения признака, то нулевая гипотеза будет иметь вид

$$H_0 : p(|x - \bar{x}| > t \cdot \sigma) = \alpha.$$

Гипотеза H_0 бракуется, если испытуемое значение (значения) превосходит указанную границу, т.е. попадает в критическую область.

Если параметры генеральной совокупности \bar{x} и σ не известны, то используют параметры выборочной совокупности. При больших выборках табличное значение $t_{\text{табл}}$ определяется по таблице нормированной функции Лапласа, а при малых выборках – по таблице распределения Стьюдента с заданным уровнем значимости α и числом степеней свободы $n - 1$.

Для отбрасывания (или включения в анализ) выделяющихся значений признака по данным малой выборки можно использовать и критерий K , предложенный Ф. Груббсом, и критерий λ , предложенный Дж. Ирвином.

Проверка гипотезы о нормальном законе распределения. Для этой цели могут применяться различные критерии согласия. Одним из наиболее часто употребляемых критериев согласия является критерий «хи-квадрат»:

$$\chi^2_{\text{расп}} = \sum_{i=1}^k \frac{(t_i - t'_i)^2}{t'_i},$$

где t_i и t'_i – соответственно частоты эмпирического и теоретического распределения в i -м интервале;

k – количество интервалов.

Если $\chi^2_{\text{расп}} > \chi^2_{\text{табл}}$, то гипотеза о близости эмпирического распределения к нормальному отвергается.

При расчете критерия χ^2 нужно соблюдать условия:

- 1) число наблюдений должно быть достаточно велико ($n \geq 50$);
- 2) эмпирические частоты по каждой группе должны быть не меньше 5 ($f_i \geq 5$).

Табличное значение критерия χ^2 определяется при фиксированном уровне значимости и соответствующем числе степеней свободы ($k - 3$) по специальной таблице закона χ^2 -распределения.

Проверка гипотезы о линейной зависимости. Для проверки этой гипотезы целесообразно использовать величину ω^2 :

$$\omega^2 = \frac{\eta^2 - r^2}{k - 2} \cdot \frac{1 - \eta^2}{n - k},$$

где η – корреляционные отношения, r – коэффициент линейной (парной) корреляции;

n – число наблюдений (т.е. число единиц совокупности, охваченных наблюдением);

k – количество групп.

Величина ω^2 подчиняется закону F-распределения.

При заданном уровне значимости α и при числе степеней свободы числителя $r_1 = k - 2$ и числе степеней свободы знаменателя $r_2 = n - k$ определяется $F_{\text{табл}}$. Если $\omega^2 > F_{\text{табл}}$, гипотеза о линейном виде зависимости между признаками отвергается.

Проверка гипотезы о существовании линейного (парного) коэффициента корреляции. Доверительная область (доверительный интервал) для коэффициента корреляции записывается так:

$$r - t \cdot \sigma_r \leq r_{\text{ген}} \leq r + t \cdot \sigma_r,$$

где r – коэффициент парной корреляции;

t – коэффициент кратности (зависит от уровня значимости α или уровня доверия $p = 1 - \alpha$);

σ_r – средняя квадратическая ошибка (отклонение) для коэффициента корреляции.

Средняя квадратическая ошибка коэффициента корреляции определяется по формуле

$$\text{а) для больших выборок: } \sigma_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n - 1}};$$

$$\text{б) для малых выборок: } \sigma_r' = \frac{r - r^2}{\sqrt{n - 2}}.$$

Таким образом данная гипотеза может проверяться с использованием t -критерия. Для больших выборок $t_{\text{расч}}$ определяется по формуле

$$t_{\text{расч}} = \frac{\sqrt{n - 1}}{1 - r^2},$$

а для малых выборок – по формуле

$$t_{\text{расч}} = \frac{r\sqrt{n-2}}{1-r^2}.$$

При больших выборках табличное значение $t_{\text{табл}}$ определяется по таблице функции Лапласа, а при малых выборках по таблице распределения Стьюдента с заданным уровнем значимости α и числом степеней свободы $n - 2$.

Задача №11.1. На станке-автомате должны изготавливаться детали с номинальным контролируемым размером $a = 12$ мм. Были измерены размеры 36 случайно отобранных деталей. Среднее значение контролируемого размера оказалось равным $\bar{x} = 11,7$ мм, а выборочное среднее квадратическое отклонение оказалось равным $\sigma = 0,5$ мм. Распределение контролируемого размера является нормальным. Можно ли считать, что станок-автомат изготавливает детали уменьшенного размера и, следовательно, требует наладки?

Сформулируйте H_0 и H_1 , постройте критическую область и область допустимых значений, проверьте H_0 при $\alpha=0,05$ и примите решение.

Примечание. $t_{\text{крит}} = 2,02$, при $k = n - 1 = 36 - 1$ и $\alpha = 0,05$.

Задача №11.2. Часовая выработка рабочего производственного участка по норме составляет 400 деталей. Фактическая выработка примерно соответствовала норме. При переходе на новый технологический процесс условия работы усложнились в связи с повышенными требованиями к качеству. Для проверки обоснованности нормы в новых условиях был проведен учет работы 9 рабочих данного участка: их средняя часовая выработка составила 388 деталей с дисперсией, равной $\sigma^2 = 171$. Нужно ли пересматривать норму выработки?

Сформулируйте H_0 и испытайте эту гипотезу на 5 %-ном уровне значимости. По таблице распределения Стьюдента при доверительной вероятности 0,95 или $(1 - 0,05)$ и числе степеней свободы $k = n - 1 = 8$ критическое значение составит $t_{\text{крит}} = 2,3$.

Задача №11.3. Средний расход сырья на единицу продукции при существующем технологическом процессе составляет 2,8 условные единицы. После внесения изменений в существующую технологию по результатам проверки достаточно большой партии изделий средний расход сырья на единицу продукции составил 2,6 условные единицы. Средняя ошибка выборки оказалось равной 0,1. Возникает вопрос, действительно ли применение измененной технологии приводит к снижению материалоемкости продукции?

Сформулируйте H_0 и H_1 (в двух вариантах). Проверьте H_0 при уровне значимости $\alpha = 0,05$. По таблице функции Лапласа коэффициент доверия $t = 1,96$.

Задача №11.4. Известны следующие данные:

Количество единиц совокупности	Минимальные значения		Максимальные значения		Разность смежных значений		Среднее значение \bar{x}	Среднее квадратическое отклонение σ
	X_1	X_2	X_{n-1}	X_n	$X_2 - X_1$	$X_n - X_{n-1}$		
84	7	13	130	178	6	48	57,3	35,3

Сформулируйте H_0 и H_1 , постройте критическую область и область допустимых значений. Проверьте, принадлежит ли выделяющееся значение X_n к рассматриваемой совокупности или его можно отнести к ошибке наблюдения.

Примечание. При уровне значимости $\alpha=0,01$ по таблице нормированной функции Лапласа $t_{\text{табл}} = 2,33$.

Задача №11.5. По данным некоторой групповой таблицы (5 групп) вычислены корреляционное отношение ($\eta = 0,819$) и коэффициент парной корреляции по этим несгруппированным данным ($n = 20$) ($r = 0,8105$).

Проверьте гипотезу о линейной зависимости.

Примечание. При $\alpha = 0,05$ и числе степеней свободы по числителю $k_1 = 5 - 2 = 3$ и числе степеней свободы по знаменателю $k_2 = 20 - 5 = 15$ $F_{\text{табл}} = 3,29$.

Задача №11.6. По условию задачи 5 проверьте гипотезу о значимости коэффициента корреляции при 1) $\alpha=0,05$, 2) $\alpha=0,01$.

Задача №11.7. По приведенным частотам эмпирического и теоретического распределения проверьте гипотезу о нормальном типе распределения данного признака.

Номер интервалов	1	2	3	4	5	6	7	Итого
Эмпирические частоты	5	12	12	15	9	9	9	71
Теоретические частоты	6	8	13	15	13	9	7	71

Примечание. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ и числе степеней свободы 4 $\chi^2_{\text{табл}} = 9,5$.

Задача №11.8. Имеются следующие данные о распределении сельскохозяйственных предприятий региона по урожайности зерновых культур.

Урожайность, ц/га	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40	40–45	45–50	50–55	Итого
Число хозяйств (эмпирические частоты)	6	9	20	41	26	21	14	5	1	143
Теоретические частоты	3	11	22	32	33	23	12	4	1	141

Проверьте, соответствует ли данное распределение нормальному закону. Теоретическое значение χ^2 для $\alpha = 0,05$ при степени свободы 9 соответствует 16,92, при степени свободы 6 $\chi_{\text{теор}}^2 = 12,59$ и при степени свободы 4 $\chi_{\text{теор}}^2 = 9,49$.

Задача №11.9. Заказчику необходимы валы с допустимым отклонением диаметра от номинального размера $\pm 0,1$ мкм. Прежде чем покупать партию из 2000 валов, он приобрел партию из 200 валов, чтобы оценить ожидаемую долю неподходящих ему изделий. Результаты измерений дали следующие результаты:

Середина интервала	-0,14	-0,12	-0,10	-0,08	-0,06	-0,04	-0,02
Частота	3	8	11	20	27	36	29

Середина интервала	0,00	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12
Частота	18	17	17	8	4	1	1

1. Постройте гистограмму отклонений диаметра вала от номинального и обоснуйте гипотезу о законе распределения.

2. По критерию χ^2 проверьте гипотезу о нормальном законе распределения, если теоретические частоты имеют следующие значения: 9, 12, 20, 27, 31, 31, 27, 20, 12, 9.

Задача №11.10. По выборке объемом 32 единицы получен парный коэффициент корреляции $r = -0,859$. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ критическое значение составляет $r = -0,849$.

Определите: а) чему равнялось число степеней свободы и обоснуйте ответ; б) нулевая гипотеза о связи признаков принимается или отвергается; в) можно ли считать, что наличие связи надежно доказано, если H_0 принимается; г) можно ли считать, что отсутствие связи надежно доказано, если H_0 отклоняется.

ЛИТЕРАТУРА

1. Общая теория статистики : учебник / под ред. И. И. Елисеевой. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Финансы и статистика, 2004.
2. Ефимова, М. Р. Общая теория статистики : учебник для инж.-экон. спец. вузов / М. Р. Ефимова. – М. : Финансы и статистика, 1994.
3. Курс социально-экономической статистики / под ред. И. Г. Назарова. – М. : Финстатинформ, 2002.
4. Общая теория статистики / под ред. А. А. Спирина, О. Э. Батиной. – М. : Финансы и статистика, 1994.
5. Палий, И. А. Прикладная статистика : учеб. пособие для вузов / И. А. Палий. – М. : Высш. шк., 2004.
6. Ефиллова, М. Р. Практикум по общей теории статистики : учеб. пособие / М. Р. Ефиллова, О. И. Ганченко, Е. В. Петрова. – М. : Финансы и статистика, 2004.
7. Шмойлова, Р. А. Практикум по теории статистики : учеб. пособие / Р. А. Шмойлова, В. Г. Минашкин, Н. А. Садовникова. – М. : Финансы и статистика, 2004.
8. Рязов, Н. Н. Общая теория статистики / Н. Н. Рязов. – М. : Финансы и статистика, 1984.
9. Сборник задач по общей теории статистики : учеб. пособие / В. Е. Овсиенко [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Финансы и статистика, 1986.
10. Статистический словарь / под ред. М. А. Корелева. – 2-е изд. – М. : Финансы и статистика, 1989.
11. Теория статистики : учебник для вузов / под ред. Р. А. Шмойловой. – М. : Финансы и статистика, 1996.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Статистическое наблюдение.....	4
2. Группировка и сводка статистических данных. Статистические таблицы	8
3. Абсолютные и относительные статистические величины.....	14
4. Ряды распределения.....	18
5. Средние величины и показатели вариации.....	24
6. Ряды динамики	32
7. Индексы	40
8. Графические изображения в статистике	48
9. Выборочное наблюдение	54
10. Изучение взаимосвязи явлений	60
11. Статистическая проверка гипотез	65
Литература.....	72

Библиотека БГУИР

Учебное издание

СТАТИСТИКА

Методическое пособие к практическим занятиям
для студентов экономических специальностей БГУИР
всех форм обучения

Автор-составитель
Максимов Геннадий Терентьевич

Редактор Е. Н. Батурчик
Корректор М. В. Тезина

Подписано в печать 14.04.2008.
Гарнитура «Таймс».
Уч.-изд. л. 4,3.

Формат 60×84 1/16.
Печать ризографическая.
Тираж 100 экз.

Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 4,53.
Заказ 631.

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
ЛИ №02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП №02330/0131666 от 30.04.2004.
220013, Минск, П. Бровки, 6