АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ ТРЕБОВАНИЙ С МАКСИМАЛЬНЫМ ОТНОСИТЕЛЬНЫМ ПЕРИМЕТРОМ МНОГОГРАННИКА ОПТИМАЛЬНОСТИ

Егорова Н.Г.,

кандидат технических наук,

Сотсков Ю.Н.,

доктор физико-математических наук, профессор,
Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, г. Минск

Исследована неопределенная задача $1|p_i^L \le p_i \le p_i^U|\sum w_i C_i$ построения оптимального расписания обслуживания требований $J = \{J_1, J_2, \ldots, J_n\}$ на одном приборе. Каждому требованию $J_i \in J$ приписан вес $w_i > 0$. При построении расписания для требования J_i известен лишь отрезок $[p_i^L, p_i^U]$, содержащий длительность p_i обслуживания требования J_i (точное значение длительности p_i становится известным в момент C_i завершения обслуживания требования J_i). В задаче $1|p_i^L \le p_i \le p_i^U|\sum w_i C_i$ необходимо построить перестановку обслуживания требований множества J, для которой взвешенное суммарное время $\sum_{i=1}^n w_i C_i$ завершения обслуживания требований принимает наименьшее значение.

Поскольку длительность p_i обслуживания требования $J_i \in J$ не определена на момент построения расписания, то для задачи $1|\, p_i^L \le p_i \le p_i^U \,|\sum w_i C_i$ в общем случае нельзя построить перестановку обслуживания требований множества J, которая оставалась бы оптимальной при всех возможных сценариях $p=(p_1, p_2,..., p_n)$ из заданного множества $T=\{ p=(p_1, p_2,..., p_n) \,|\, p\in R_+^n : p_i^L \le p_i \le p_i^U, i\in\{1,2,...,n\}\}$. В качестве приближенного решения задачи $1|\, p_i^L \le p_i \le p_i^U \,|\sum w_i C_i$ предлагается использовать перестановку π_k с максимальным относительным периметром многогранника оптимальности $OB(\pi_k, T)$.

В статье [1] доказаны свойства многогранника оптимальности $OB(\pi_k, T)$, которые использованы в алгоритме построения перестановки π_k с максимальным относительным периметром многогранника оптимальности $OB(\pi_k, T)$. Блоком называют максимальное подмножество $B_r = \{J_{r_1}, J_{r_2},..., J_{r_{|B_r|}}\} \subseteq J$ множества требований $J=\{J_1, J_2,..., J_n\}$, для которых $\min_{J_{r_i}\in B_r}\left\{\frac{w_{r_i}}{p_{r_i}^L}\right\} \ge \max_{J_{r_i}\in B_r}\left\{\frac{w_{r_i}}{p_{r_i}^U}\right\}$. Все блоки для задачи $1|\, p_i^L \le p_i \le p_i^U \,|\sum w_i C_i$ можно определить за время $O(n\log n)$. После выделения блоков задачу $1|\, p_i^L \le p_i \le p_i^U \,|\sum w_i C_i$ можно декомпозировать на подзадачи, соответствующие несмежным блокам. На основе доказанных в статье [2] утверждений разработан алгоритм построения перестановки с максимальным относительным периметром многогранника оптимальности для каждой подзадачи, полученной в результате декомпозиции исходной задачи $1|\, p_i^L \le p_i \le p_i^U \,|\sum w_i C_i$. Если подзадача содержит единственный блок, то многогранник $OB(\pi_k, T)$ определяется первым, вторым, предпоследним и последним требованием в блоке. При этом отрезки оптимальности $[l_{k_i}^*, u_{k_i}^*]$ могут иметь только первое и последнее требование в упорядоченном множестве работ блока. В этом случае перестановку с максимальным относительным периметром многогранника оптимальности можно построить за время $O(n)$. Для общего случая задачи $1|\, p_i^L \le p_i \le p_i^U \,|\sum w_i C_i$ используется метод динамического программирования, позволяющий для всех нефиксированных требований эффективно перебирать допустимые варианты принадлежности этих требований включающим их блокам. Вместо построения перестановки с максимальным относительным периметром многогранника оптимальности строится перестановка с наименьшим значением штрафа, который вычисляется следующим образом: $F(\pi_k, T)=\sum_{i=1}^{n}\left(1-\frac{u_{k_i}^* - l_{k_i}^*}{p_{k_i}^U - p_{k_i}^L}\right)\cdot(n-i+1)$.

Проведены вычислительные эксперименты по оценке эффективности разработанного алгоритма. Выделены случаи, когда данный подход к приближенному решению задачи $1|\, p_i^L \le p_i \le p_i^U \,|\sum w_i C_i$ оказывается более эффективным по сравнению с алгоритмами построения перестановки с максимальным взвешенным периметром многогранника оптимальности, а также с известными алгоритмами, основанными на построении оптимальных перестановок для соответствующих детерминированных задач $1||\sum w_i C_i$ со средними значениями $\frac{1}{2}(p_i^U - p_i^L)$ длительностей обслуживания требований. Были сгенерированы серии примеров, в которых отрезки отношения веса к длительностям нефиксированных требований содержали внутри себя отрезки отношений весов к длительностям остальных фиксированных требований и вес каждого требования являлся случайным числом в диапазоне [1, 10]. В перестановках с максимальным взвешенным периметром многогранника оптимальности значение погрешности целевой функции в среднем было на 21% меньше значения погрешности в перестановках, соответствующих детерминированным задачам со средними значениями интервалов длительностей обслуживания требований, и на 11% меньше значения погрешности в перестановках с максимальным взвешенным многогранником оптимальности (алгоритм построения таких перестановок описан в статье [1]).

Литература

1. Lai, T.-C. The optimality box in uncertain data for minimizing the sum of the weighted job completion times / T.-C. Lai, Yu.N. Sotskov, N.G. Egorova, F. Werner // International Journal of Production Research. – 2017 (accepted) DOI: 10.1080/00207543.2017.1398426.

2. Sotskov, Yu.N. Single Machine Scheduling Problem with Interval Processing Times and Total Completion Time Objective / Yu.N. Sotskov, N.G. Egorova // Algorithms. – 2018. – Vol. 11, Issue 5. – P. 21–40.