

## Самодействующее массивное скалярное поле как модель темной энергии

Выблый Ю.П., Дудко И.Г., Леонович А.А.

*Центр фундаментальных взаимодействий и астрофизики  
Институт физики имени Б.И. Степанова НАН Беларуси,  
Беларусь, 220072, Минск, пр. Независимости, 68-2*

В рамках скалярно-тензорной теории гравитации рассмотрено скалярное поле, источником которого является след собственного тензора энергии-импульса. Лагранжиан этого скалярного поля, зависит от трех параметров: константы скалярного взаимодействия, массы скалярного поля и константы, определяющей экстремум энергии поля. Для космологической задачи получены численные решения полевых уравнений, на основе которых показано, что модель хорошо описывает современные наблюдательные данные.

**Ключевые слова:** темная энергия, скалярное поле, квинтэссенция, фантомное скалярное поле.

### 1. Введение

В течение двух последних десятилетий после открытия ускоренного расширения Вселенной на современном этапе эволюции [1-2], противоречащему стандартному космологическому сценарию общей теории относительности, в теории гравитации и космологии ведутся интенсивные исследования по объяснению этого феномена [3-6]. В целом, это объяснение сводится к необходимости существования так называемой темной энергии, обладающей только гравитационным взаимодействием и эффективным отрицательным давлением, однако природа ее неизвестна. Наиболее простой моделью темной энергии могла бы быть энергия вакуумного состояния физических полей, описываемая так называемым  $\Lambda$ -членом в уравнениях Эйнштейна. Однако, квантовая теория поля не позволяет получить необходимую величину  $\Lambda$ -члена, причем расхождение чрезвычайно велико и составляет 120 порядков, таким образом,  $\Lambda$ -член не имеет физической интерпретации. Поэтому, в литературе существует ряд других моделей, наиболее популярной из которых является нелинейное скалярное поле, потенциал которого может приводить к существованию отрицательного давления. Проблема этого подхода заключается в выборе вида уравнений скалярного поля, который позволил бы объяснить имеющуюся совокупность современных астрофизических наблюдений. Поэтому, несмотря на большое количество предложенных моделей, общепризнанное теоретическое описание темной энергии как скалярного поля отсутствует, и обоснование выбора уравнения скалярного поля является актуальной задачей.

### 2. Самодействующее скалярное поле

Описание гравитационного взаимодействия в рамках общей теории относительности (ОТО) основано на постулате о римановой структуре геометрии пространства-времени. С другой стороны, к существованию римановой метрики  $g_{ik}$  можно прийти исходя из полевого подхода, рассматривая в пространстве-времени Минковского симметричное тензорное поле  $h_{ik}$  и учитывая его нелинейный характер [7-9]. В полевом подходе калибровочно-инвариантно относительно группы вариаций Ли уравнения Эйнштейна должны быть дополнены четырьмя общековариантными уравнениями, в качестве которых выбираются уравнения  $D_i h^{ik} = 0$  ( $D_i$  - ковариантная производная по метрике Минковского в произвольной системе координат), исключающие из тензорного поля спиновое состояние единица и одно из состояний со спином ноль.

Тензор энергии-импульса гравитационного поля  $t_{ik}^g$ , стоящий в правой части полевых уравнений, записанных в пространстве Минковского

$$\square h_{ik} + D_i D^n h_{nk} + D_k D^n h_{ni} - a_{ik} D^m D^n h_{nm} = k(t_{ik}^g + t_{ik}^M) \quad (1)$$

не будет тензором Гильберта для рассматриваемого лагранжиана, при этом он является тензорным продолжением псевдотензора энергии-импульса Вейнберга.

По аналогии с тензорным полем постулируем, что уравнение скалярного поля  $\varphi$ , взаимодействующего минимальным образом с гравитационным, можно представить в виде

$$(\square - m^2)\varphi = q(T^\varphi), \quad (2)$$

где  $\square = -g^{\mu\nu} \nabla_\mu \nabla_\nu$ ,  $m$  – масса скалярного поля,  $T = T_{\mu\nu} g^{\mu\nu}$  – след соответствующего тензора энергии импульса,  $q$  – константа скалярного взаимодействия. Лагранжиан, приводящий к уравнению (2), имеет вид [10]

$$L = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{f} \varphi_{,\mu} \varphi_{,\nu} g^{\mu\nu} - m^2 \varphi^2 + C f^2 \right) \sqrt{-g}, \quad (3)$$

где  $f = (1 + 2q\varphi)$ ,  $C$  – константа,  $Q_M$  – поля материи. Отметим, что без учета взаимодействия скалярного поля с материей соответствующий лагранжиан для случая  $C = 0$  был найден ранее в [11]. Из (3) следует явный вид уравнения скалярного поля

$$(\square - m^2)\varphi = q \left( -\frac{\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi}{f} + 2m^2 \varphi^2 - 2C f^2 + T_M \right). \quad (4)$$

Потенциал скалярного поля

$$V = \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 - \frac{C}{2} (1 + 2q\varphi)^2 \quad (5)$$

при условии  $C < m^2 / 4k^2$  имеет минимум в точке  $\varphi_0$ , одновременно  $\varphi_0$  является постоянным решением свободного нелинейного уравнения скалярного поля

$$\varphi_0 = \frac{2kC}{m^2 - 4qC}, \quad V(\varphi_0) = -\frac{m^2 C}{2(m^2 - 4qC)}. \quad (6)$$

При  $C < 0$  потенциал в точке постоянного решения положителен и может быть отождествлен с  $\Lambda$ -членом в уравнениях Эйнштейна. При  $0 < C < m^2 / 4q^2$  потенциал отрицателен, в этом случае член  $|V(\varphi_0)|$  может быть интерпретирован как квадрат массы гравитона  $\mu^2$ , поскольку в линейном приближении уравнения Эйнштейна могут быть представлены в виде

$$(\square + V(\varphi_0))h_{\mu\nu} = V(\varphi_0)\gamma_{\mu\nu}. \quad (7)$$

Здесь, в отличие от свободного массивного уравнения Фирца – Паули в пространстве Минковского, член  $V(\varphi_0)\gamma_{\mu\nu}$  представляет собой тензор энергии-импульса скалярного поля, находящегося в состоянии с минимумом энергии. Таким образом, взаимодействие со скалярным полем позволяет ввести массу гравитона без явного нарушения калибровочной инвариантности эйнштейновского лагранжиана.

### 3. Космологическое решение

Рассмотрим космологические уравнения для однородной и изотропной Вселенной, в которой как тензорное, так и скалярное поле зависит только от времени. Интервал Фридмана – Леметра – Робертсона – Уолкера должен теперь быть записан следующим образом:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a^2(dr^2 + r^2d\Omega^2). \quad (8)$$

В современную эпоху в состав Вселенной входит барионная и темная материя и излучение, к которому относятся фотоны и нейтрино. Пренебрегая вкладом излучения, запишем космологическую систему уравнений, состоящую из уравнения Фридмана, закона сохранения энергии и уравнения скалярного поля (точка над величиной означает дифференцирование по времени):

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \left( \frac{1}{2} \frac{\dot{\phi}^2}{f} + \frac{1}{2} \frac{m^2 \phi^2}{f} - Cf + f\varepsilon \right), \quad (9)$$

$$\dot{\phi}\ddot{\phi} - 3\frac{q}{f}\dot{\phi} + m^2\phi\dot{\phi} - 4qCf\dot{\phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi}^2 + qf\dot{\phi}\varepsilon + f^2\left(\dot{\varepsilon} + 3\frac{\dot{a}}{a}\varepsilon\right) = 0, \quad (10)$$

$$\ddot{\phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi} + q\frac{\dot{\phi}^2}{f} + m^2\phi f^2 - 2Cqf^2 + qf\varepsilon = 0, \quad (11)$$

где  $\varepsilon$  - плотность барионной и темной материи. Система уравнений (9)–(11) должна решаться при заданных начальных условиях

$$a(0) = 1, H(0) = H_0, \phi(0) = \phi(0), \dot{\phi}(0) = \dot{\phi}(0), \quad (12)$$

здесь  $t = 0$  означает настоящий момент времени. Начальные условия для скалярного поля можно определить, если использовать значения параметров темной энергии

$$\Omega_{DE} = \frac{\varepsilon^\phi}{\varepsilon^c} = 0,74, \quad \omega_{DE} = \frac{p^\phi}{\varepsilon^\phi} = -0,97 \quad (13)$$

и выражения для плотностей энергии и давления скалярного поля

$$\varepsilon^\phi = \frac{1}{2f}\dot{\phi}^2 + V, \quad p^\phi = \frac{1}{2f}\dot{\phi}^2 - V. \quad (14)$$

Интерпретация энергии постоянного решения как  $\Lambda$ -члена приводит к связи между параметрами модели, поскольку значения этих параметров не зависят от выбора того или иного решения.

$$\Lambda = -\frac{m^2 C}{2(m^2 - 4Cq^2)}, C = \frac{2\Lambda m^2}{8\Lambda q^2 - m^2} \quad (15)$$

Из выражения (14) для плотности энергии скалярного поля в начальный момент времени следует, что оно является квинтэссенцией ( $\omega > -1$ ), если  $\Lambda$  соответствует максимуму потенциала скалярного поля, и фантомным полем ( $\omega < -1$ ) для минимума потенциала.

Анализ численных решений уравнений (9)–(11) для различных наборов параметров и областей изменения параметров показывает, что интервалы изменения параметра  $C$  будут относиться к различным моделям темной энергии и динамика Вселенной может реализовывать как режим расширения, так и режим так называемого реколлапса, когда космологическое расширение сменяется сжатием. Отметим, что наличие массы у скалярного поля не приводит к существенным различиям с безмассовым случаем [12] в прошлом, однако может качественно изменить космологическую эволюцию в будущем.

## Литература

1. *Riess A.G. [et al.]* Observational evidence from supernovae for an acceleration universe and a cosmological constant // *Astron. J.* 1998. - Vol. 116 - P. 1009–1012.
2. *Perlmutter S.[et al.]* Measurement of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 high-redshift supernovae // *Astroph. J.* 1999 - Vol. 517 - P. 565–586.
3. *Perlmutter S., Schmidt B.P.* Supernova and Gamma Ray Bursts - Ed. K. Weiler. – Springer, 2003.- 452 p.
4. *Matos T., Guzman F.S.* On the space-time of a galaxy // *Class. Quant. Grav.* 2001. - Vol.18 - P. 5055–5064.
5. *Peebles, P. J., Ratra P.J.* Cosmological constant and dark energy // *Rev. Mod. Phys.* 2003. - Vol. 75 - P. 559–606.
6. *Scherrer, R. J., Sen A.A.* Thawing quintessence with a nearly flat potential // *Phys. Rev. D.* 2008. - Vol. 77. - P. 083515.
7. *Deser, S.* Self-interaction and gauge invariance // *Gen. Rel. Grav.* 1970. - Vol.1. - № 1.- P. 9–15.
8. *Weinberg S.* Gravitation and Cosmology, New-York; London; Sydney; Toronto: J. Wiley and Sons Inc., 1972 – 696 p.
9. *Лозунов А. А.* Релятивистская теория гравитации. М.: Наука, 2011. 342 с.
10. *Выблый Ю. П., Тарасенко А.Н.* Скалярное поле с источником в виде в виде следа тензора энергии-импульса // *Ковариантные методы в теоретической физике: сб. науч. тр. Минск - 2011. - Вып. 7. - С. 36–44.*
11. *Freund, P., Nambu Y.* Scalar field coupled to the trace of the energy-momentum tensor // *Phys. Rev.* 1968. - Vol. 174. - P. 1741–1743.
12. *Dudko, I. G., Vyblyi Yu. P.* Scalar field with the source in the form of the stress-energy tensor as a dark energy model // *Gravitation and Cosmology.* 2016. - Vol. 22, № 4. P. 368–373.

**Self-interaction massive scalar field as a dark energy model****Vyblyi Yu.P., Dudko I.G.**

*Center of fundamental interactions and astrophysics  
B.I. Stepanov Institute of Physics of NAS of Belarus,  
Belarus, 220072, Minsk, Nezavisimosti ave. 68-2*

In the frameworks of scalar-tensor theory of gravitation we consider the scalar field with the source being the trace of own stress-energy tensor. The Lagrangian of this scalar field depends on three parameters: scalar interaction constant, scalar field mass and the constant which defines the extremum of scalar field energy. We obtain an example of numerical solutions of cosmological equations and show that the model describes well modern observational data.

**Key words and phrases:** dark energy, scalar field, quintessence, phantom scalar field