С. Б. САЛОМАТИН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ АКТИВНЫХ ИСТОЧНИКОВ СЕНСОРНОЙ СЕТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ КОДОВЫХ РЕШЕТОК

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию

Аннотация. Рассмотрены алгоритмы определения параметров активных источников сенсорных сетей с использованием теории решеток и процедур сферического декодирования и векторного квантования.
Ключевые слова: теория решеток, сенсорные сети, линейные коды, векторное квантования, сферическое декодирование.

Введение

Беспроводная сенсорная сеть представляет собой совокупность большого числа компактных электронных устройств — сенсоров, каждое из которых может осуществлять сбор (мониторинг) и первичную обработку определенной информации, а также обмениваться информацией с другими сенсорами посредством радиосвязи. Проблема рационального расходования энергии является одной из основных при проектировании БСС [1].

В модели сети предполагается, что сенсор может успешно вести наблюдение в области, ограниченной кругом с радиусом d с центром в месте расположения сенсора. Величина d называется радиусом мониторинга. При этом количество энергии, затрачиваемое сенсором в единицу времени, пропорционально d^2. Будем говорить, что точка на плоскости покрыта сенсором, если расстояние между ней и сенсором не превышает радиуса мониторинга [1 – 3].

В настоящей работе решается задача определения параметров активных источников в сенсорной регулярной сети на основе теории решеток

Сферическое декодирование

В основе процедуры декодирования лежит алгоритм поиска точки сферической решетки $\mathbf{s} \in \mathbb{Z}^n$ радиуса d наиболее близко расположенной от вектора x.

Требуется разрешить целочисленную неопределенность

$$\min_{s \in \mathbb{Z}^m} \|\mathbf{x} - \mathbf{Hs}\|^2$$

где $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n\times 1}$, $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n\times m}$ и $\mathbb{Z}^m$ – представляет собой m-мерную целочисленную решетку; s – m-мерный вектор с целыми элементами.

Геометрическая интерпретация процесса декодирования показа на рис.1.

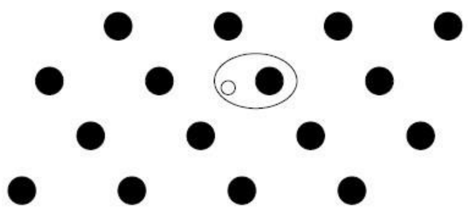

Рис.1. Геометрия процесса декодирования

Одно из решений определения радиуса сферы состоит в определении d как радиуса покрывающей решетки, т.е. найти наименьший радиус сфер с центрами в точках решетки, покрывающий все искомое пространство [5 – 7].
Другой путь состоит в трактовке d как расстояния между некоторой оценкой (Бабаи [5]) $\hat{s}_B$ и вектором x. Иными словами $d = \|x - H\hat{s}_B\|$.
Оценка $\hat{s}_B$ гарантирует существование как минимум одной точки решетки внутри сферы.

Оценка параметров источников с использованием векторного квантования на решетке

Пусть $\{\mathbf{u}_1, \dots, \boldsymbol{u}_n\}$ – множество линейно независимых векторов в $\mathbb{R}^n$. Решетка Λ, сформированная $\{\mathbf{u}_1, \dots, \boldsymbol{u}_n\}$ представляет собой множество всех точек вида [4]

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^{n} c_i \mathbf{u}_i,$$

где $\{\mathbf{u}_i\}$ – базис n-мерной решетки.

Матрица $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \cdots \\ \mathbf{u}_n \end{bmatrix}$ – генераторная (порождающая) матрица решетки. Любой вектор решетки может быть определен как $\mathbf{y} = \mathbf{cU}$, $\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_n)$.
На рис. 2 изображены ячейки Вороного [4] и базисные векторы прямоугольной решетки

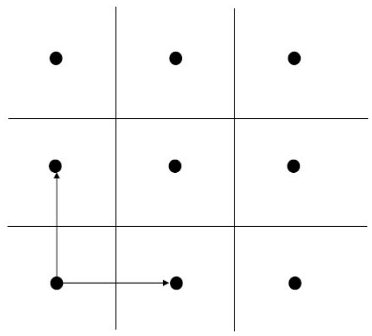

Рис. 2. Ячейки Вороного и базисные векторы прямоугольной решетки

Гексагональная решетка A_2 имеет следующую генераторную матрицу

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}.$$

Любой вектор $\mathbf{y} = (y_1,\ y_2)$ в этой решетки может быть записан в виде $y_1 = c_1 + c_2/2$,
$y_2 = c_2\sqrt{3}/2$.
Процесс квантования с использованием решетки предполагает использование кодовых книг (таблиц), построенных на решетке. Аппроксимация векторов проявляется в виде вычисления центроидов конгруэнтного многоугольника Вороного.
На рис. 2 показана структура Вороного на гексагональной решетке

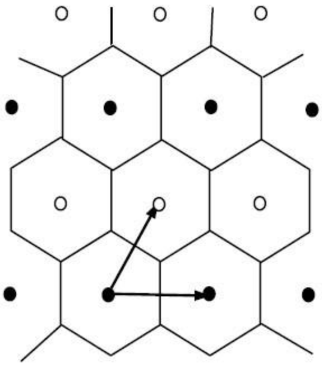

Рис. Гексагональная решетка

Рассмотрим вопрос векторного квантования на гексагональной решетки решетке.
Пусть A_2 есть объединение масштабированной решетки и её трансляции. Любой вектор S^2 имеет форму
$\mathbf{y}_1 = c_1, c_2\sqrt{3}$.

Любой вектор аппроксимации может быть представлен в виде

$\mathbf{y}_2 = (c_1 + 1/2, c_2\sqrt{3} + \sqrt{3}/2) = \mathbf{y}_1 + (1/2, \sqrt{3}/2)$.

Например, пусть $\mathbf{x} = (-5{,}6\ 0{,}82)$. Аппроксимация с использованием $\mathbf{y_1}$ дает $(-6{,}0\ 0)$.
Аппроксимация с $\mathbf{y}_2$ приводит к результату $(-5{,}5\ \sqrt{3}/2)$.
Наилучшим является $(-5{,}5\ \sqrt{3}/2)$. Ему соответствует ошибка $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2/2 = 0{,}0058$.
Результат равен $c_1 = -6, c_2 = 1$.

Кодовое векторное квантование

Специальный класс решеток основывается на линейных кодах. Пусть C будет (n, k) бинарный линейный код. Решетка $\Lambda(C)$ определяется как

$\Lambda(C) = \{\mathbf{y} \in \mathbb{Z}^n | \mathbf{y} \equiv \mathbf{c} (mod\ 2)$ для $\mathbf{c} \in C\}$.

Предполагается, что порождающая матрица имеет систематическую форму и задается как

$G = [I|B]$.
Тогда

$$U = \begin{bmatrix} I & B \\ 0 & 2I \end{bmatrix},\ \Lambda(C) = \cup_{i=0}^{2^k-1}(c_i + 2\mathbb{Z}^n).$$

Процедура квантования

Для каждых 2^k смежных классов $2\mathbb{Z}^n$ выполняются следующие действия:

1. Из принимаемого вектора вычитается кодовое слово $\mathbf{d}_i = \mathbf{x} - \mathbf{c}_i$.
2. Осуществляется скалярное квантование каждой компоненты $\mathbf{d}_i$ с шагом 2 до получения квантованного вектора $\mathbf{q}_i$
3. Вычисляется ошибка квантования $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}_i\|^2$. $\mathbf{y}_i = 2\mathbf{q}_i + \mathbf{c}_i$.
4. Находится ближайшая пара $(\mathbf{q}_i, \mathbf{c}_i)$, минимизирующая ошибку.
5. Сохраняется или передается пара $(\mathbf{q}_i, i)$.

Процедура восстановления

1. Реконструируется аппроксимирующий вектор $\hat{\mathbf{d}}_i$, $\hat{\mathbf{d}}_i = 2\mathbf{q}_i$.
2. Аппроксимирующий вектор складывается с соответствующим кодовым словом

$\mathbf{y}_i = \hat{\mathbf{d}}_i + \mathbf{c}_i$.

Пример. Пусть C – (3, 2) линейный блоковый код с генераторной матрицей

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Генераторная матрица решетки на основе линейного кода C имеет вид

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Положим, что принимаемый вектор $x = (0{,}4\ 1{,}2\ 3{,}7)$. Проводя вычисления получаем

$c_0 = (0,0,0)$	$q_0 = (0,1,2)$	$\hat{d}_0 = (0,2,4)$	$y_0 = (0,2,4)$	$D_0 = 0.297$
$c_1 = (0,1,1)$	$q_1 = (0,0,1)$	$\hat{d}_1 = (0,0,2)$	$y_1 = (0,1,3)$	$D_1 = 0.230$
$c_2 = (1,0,1)$	$q_2 = (0,1,1)$	$\hat{d}_2 = (0,2,2)$	$y_2 = (1,2,3)$	$D_2 = 0.497$
$c_3 = (1,1,0)$	$q_3 = (0,0,2)$	$\hat{d}_3 = (0,0,4)$	$y_3 = (1,1,4)$	$D_3 = 0.163$

Наилучший результат получаем для $i = 3$, q_3 $(0,0,2)$, $\hat{d}_3 = (0,0,4)$, y_3 $(1,1,4)$, $D_3 = 0.163$.

Заключение

Алгоритмы на основе теории решеток позволяют эффективно определять параметры активных источников в сенсорных сетях с регулярной структурой расположения сенсоров

Список литературы

1. Anastasi, J. Energy Conservation in Wireless Sensor Networks: A Survey / J. Anastasi, M. Conti, M. Di Francesco, A. Passarella. – Ad Hoc Networks. 2009. Vol. 7. No. 3. P. 537–568.
2. Cardei, M. Improving Wireless Sensor Network Lifetime through Power Aware Organization/ M. Cardei, D. Z. Du. – ACM Wireless Networks. 2005. Vol. 11. No. 3. P. 333–340.
3. Астраков, С. Н. Сенсорные сети и покрытие плоскости кругами / С. Н. Астраков, А. И. Ерзин, В. В. Залюбовский. – Дискретный анализ и исследование операций. 2009. Т. 16, No 3. С. 3–19.
4. Кудряшов, Б.Д. Теория информации/Б. Д. Кудряшов. – СПб.: Питер, 2009. – 320 с.

5. Damen, M. O. On maximum-likelihood detection and the search for the closest lattice point/ M. O. Damen, H. E. Gamal, and G. Caire. – IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 49, no. 10, pp. 2389–2402, Oct. 2003
6. Hassibi, B. On the sphere decoding algorithm I. Expected complexity/ B. Hassibi and H. Vikalo. – IEEE Trans. Signal Processing, vol. 53, no. 8, pp. 2806–2818, Aug. 2005.
7. E. Agrell, E. Closest point search in lattices/ E. Agrell, E. Thomas, A. Vardy, K. Zeger. – IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 48, no. 8, pp. 2201–2214, Aug. 2002.

DETERMINATION OF PARAMETERS OF ACTIVE SOURCES OF TOUCH NETWORK USING THE THEORY OF CODE LATTICES

S. B. SALOMATIN

Abstract. Algorithms for determining the parameters of active sources of sensor networks using lattice theory and spherical decoding and vector quantization procedures are considered.
Keywords: lattice theory, sensor networks, linear codes, vector quantization, spherical decoding.

Reference

1. Anastasi, J. Energy Conservation in Wireless Sensor Networks: A Survey / J. Anastasi, M. Conti, M. Di Francesco, A. Passarella. – Ad Hoc Networks. 2009. Vol. 7. No. 3. P. 537–568.
2. Cardei, M. Improving Wireless Sensor Network Lifetime through Power Aware Organization/ M. Cardei, D. Z. Du. – ACM Wireless Networks. 2005. Vol. 11. No. 3. P. 333–340.
3. Astrakov, S. N. Sensor networks and covering the plane with circles / S. N. Astrakov, A. I. Erzin, V. V. Zalyubovsky. - Discrete analysis and operations research. 2009.Vol. 16, No. 3. P. 3–19.
4. Kudryashov, B.D. Information Theory / B. D. Kudryashov. - St. Petersburg: Peter, 2009 .-- 320 p.
5. Damen, M. O. On maximum-likelihood detection and the search for the closest lattice point/ M. O. Damen, H. E. Gamal, and G. Caire. – IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 49, no. 10, pp. 2389–2402, Oct. 2003
6. Hassibi, B. On the sphere decoding algorithm I. Expected complexity/ B. Hassibi and H. Vikalo. – IEEE Trans. Signal Processing, vol. 53, no. 8, pp. 2806–2818, Aug. 2005.
7. E. Agrell, E. Closest point search in lattices/ E. Agrell, E. Thomas, A. Vardy, K. Zeger. – IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 48, no. 8, pp. 2201–2214, Aug. 2002.

Сведения об авторах

Саломатин Сергей Борисович– к.т.н., доцент кафедры инфокоммуникационных технологий БГУИР.

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,

Information about the authors

Salomatin S. B. , PhD, associate-professor, BGUIR

Address for correspondence

220013 Belarus, Brovki Street, Minsk

ул. П. Бровки, 6
Белорусский Государственный Университет Информатики и Радиоэлектроники
+375 29 671 47 32
e-mail: salomatin@bsuir.by
Саломатин Сергей Борисович

220013 Belarus
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics
+375 29 671 47 32
e-mail: salomatin@bsuir.by
Salomatin Sergei Borisivich